

# Inhaltsverzeichnis

<b>Geleitwort</b> . . . . .	V
<b>Vorwort</b> . . . . .	VII
<b>Inhaltsverzeichnis</b> . . . . .	IX
<b>Abbildungsverzeichnis</b> . . . . .	XIII
<b>Tabellenverzeichnis</b> . . . . .	XVII
<b>Abkürzungsverzeichnis</b> . . . . .	XIX
<b>Symbolverzeichnis</b> . . . . .	XXI
<b>I. Einleitung und Gang der Untersuchung</b> . . . . .	1
<b>II. Modelle zur Dynamik der Zinsstruktur</b> . . . . .	5
<b>1. Grundlegende Begriffsbestimmungen</b> . . . . .	5
1.1. Diskontfunktion, Zinsstruktur und Renditestruktur . . . . .	5
1.2. Terminzinsstruktur und Forward-Rate-Struktur . . . . .	6
1.3. Spot-Rate-Prozeß und Forward-Rate-Prozeß . . . . .	7
<b>2. Die allgemeine Struktur von zeitdiskreten, arbitrage-orientierten Zinsstrukturmodellen</b> . . . . .	8
2.1. Grundlegende Eigenschaften von Binomialmodellen . . . . .	8
2.1.1. Zentrale Annahmen . . . . .	8
2.1.2. Das Binomialgitter: Pfadabhängigkeit versus Pfadunabhängigkeit . . . . .	8
2.1.3. Existenz und Eindeutigkeit eines Martingalmaßes . . . . .	10
2.2. Die Bewegung der Zerobondpreise in Binomialmodellen . . . . .	11
2.2.1. Die Arbitragefreiheitsbedingung . . . . .	12
2.2.2. Die Bedeutung der Ausgangszinsstruktur . . . . .	13
2.2.3. Die Pfadunabhängigkeitsbedingung . . . . .	14
2.2.4. Bestimmung der Störfunktionen . . . . .	15
2.2.5. Zerlegung der Störfunktionen . . . . .	17
2.2.6. Die Stochastik der Zerobondpreise in Abhängigkeit vom Einperioden-Zinssatz . . . . .	19
2.2.7. Die Monotonie-Eigenschaft . . . . .	20
2.3. Die Zinsstruktur in Binomialmodellen . . . . .	21
2.3.1. Die Stochastik der Zinsstruktur . . . . .	21
2.3.2. Das Zinsstruktur-Spektrum in monotonen Modellen . . . . .	21
2.3.3. Der Zusammenhang zwischen kurz- und langfristigen Zinssätzen . . . . .	21
2.3.4. Der Spot-Rate-Prozeß . . . . .	23
2.4. Die Terminzinssätze und Forward-Rates in Binomialmodellen . . . . .	24
2.4.1. Die Stochastik der Terminzinsstruktur . . . . .	24
2.4.2. Die Stochastik der Forward-Rate-Struktur . . . . .	25

<b>3. Ein-Faktor-Binomialmodelle der Zinsstruktur</b> . . . . .	27
3.1. Das Ho/Lee-Modell: Ein Modell mit zeit- und zustandsunabhängigen Shiftfunktionen und Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .	27
3.2. Das Modell von Pedersen/Shui/Thorlacius: Ein Modell mit zeitabhängigen Shiftfunktionen und Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .	29
3.3. Das Modell von Ritchken/Sankarasubramanian: Ein Modell mit zeitabhängigen Shiftfunktionen und zustandsabhängigen Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .	31
3.4. Numerische Beispiele . . . . .	34
3.4.1. Die Bewegung des Einperioden-Zinssatzes . . . . .	34
3.4.2. Das Zinsstrukturspektrum . . . . .	38
3.4.3. Die Mean-Reversion-Eigenschaft . . . . .	40
3.4.4. Die Veränderung der Volatilität der Zinssätze im Zeitablauf . . . . .	45
3.4.5. Die Volatilitätsstruktur der Zinssätze . . . . .	48
3.5. Ein Modell mit zustandsabhängigen Shiftfunktionen und zustandsabhängigen Martingalwahrscheinlichkeiten (ZSM) . . . . .	49
3.5.1. Darstellung des ZSM-Modells . . . . .	49
3.5.2. Numerische Beispiele . . . . .	52
<b>4. Das Zwei-Faktoren-Modell von Heath/Jarrow/Morton</b> . . . . .	60
4.1. Allgemeine Darstellung des Forward-Rate-Prozesses . . . . .	60
4.2. Das allgemeine Ein-Faktor-Modell . . . . .	63
4.2.1. Konstante Volatilität des Forward-Rate-Prozesses . . . . .	65
4.2.2. Exponentiell fallende Volatilität des Forward-Rate-Prozesses . . . . .	66
4.3. Das spezielle Zwei-Faktoren-Modell . . . . .	68
4.4. Zeitstetige Übergänge . . . . .	70
4.5. Numerische Beispiele . . . . .	71
<b>5. Ein pfadunabhängiges Mehr-Faktoren-Modell</b> . . . . .	74
5.1. Der Forward-Rate-Prozeß . . . . .	74
5.2. Die Arbitragefreiheitsbedingung . . . . .	76
5.3. Der allgemeine Ein-Faktor-Prozeß . . . . .	78
5.4. Die Pfadunabhängigkeitsbedingung . . . . .	80
5.5. Das allgemeine Mehr-Faktoren-Modell . . . . .	80
5.6. Ein Beispiel für einen pfadunabhängigen Zwei-Faktoren-Prozeß . . . . .	81
5.7. Die Korrelationen zwischen Forward-Rates unterschiedlicher Fristigkeiten . . . . .	83
5.8. Numerische Beispiele . . . . .	85
<b>III. Schätzverfahren zur Bestimmung der Zinsstruktur und deren Dynamik</b> . . . . .	91
<b>1. Überblick über die Schätzverfahren</b> . . . . .	91
<b>2. Die Datenbasis</b> . . . . .	93
2.1. Empirische Daten . . . . .	93
2.2. Experimentelle Daten . . . . .	94

2.2.1.	Künstlich erzeugter Datensatz Nr. 1 (KDS1)	94
2.2.2.	Künstlich erzeugter Datensatz Nr. 2 (KDS2)	94
<b>3.</b>	<b>Schätzung der Zinsstruktur und der Forward-Rate-Struktur</b>	<b>99</b>
3.1.	Der Approximationssatz von Weierstraß	99
3.2.	Der Barwertansatz: Schätzung der Diskontfunktion	100
3.3.	Das Spline-Prinzip: Linearkombination verschiedener stetiger Funktionen	103
3.4.	Die Wahl der Basis-Funktionen	105
3.4.1.	Die Studie von McCulloch (1971): Quadratischer, polynomischer Spline	105
3.4.2.	Die Studie von McCulloch (1975): Kubischer, polynomischer Spline	107
3.4.3.	Der 'exponentielle' Spline von Vasicek/Fong (1982)	108
3.4.4.	B-Splines	109
3.5.	Die Wahl der Anzahl der Knotenpunkte und der zu schätzenden Parameter	112
3.6.	Restriktionen an die Diskontfunktion und die Zinsstruktur	113
3.6.1.	Die natürliche Restriktion der Diskontfunktion	113
3.6.2.	Restriktionen an das Steigungsverhältnis der Diskontfunktion am langen Laufzeitenende	114
3.6.3.	Restriktionen an das Steigungsverhältnis der Zinsstruktur	115
3.6.4.	Ein nicht-parametrisches Verfahren zur Glättung der geschätzten Zinsstrukturkurve	116
3.7.	Parameter-tests und Konfidenzintervalle	118
3.8.	Heteroskedastizität in den Residuen	119
3.9.	Experimentelle Ergebnisse - ein Vergleich der verschiedenen Splines anhand konstruierter Daten	121
3.9.1.	Schätzung einer flachen Zinsstruktur aus unverzerrten Anleihepreisen	121
3.9.2.	Schätzung einer nicht-flachen Zinsstruktur aus verzerrten Anleihepreisen	125
3.9.3.	Die Wirkung von Restriktionen am langen Laufzeitenende	128
3.9.4.	Extrapolation unter Berücksichtigung von Restriktionen	129
3.10.	Empirische Ergebnisse - ein Vergleich der verschiedenen Splines anhand empirischer Daten	132
3.10.1.	Schätzung der Zinsstruktur	133
3.10.2.	Schätzung der Forward-Rate-Struktur	136
3.10.3.	Schätzung der Veränderungen der Forward-Rate-Struktur	137
3.10.4.	Extrapolation mit Restriktionen	139
3.11.	Zusammenfassende Beurteilung der Schätzverfahren zur Ermittlung der Zins- bzw. Forward-Rate-Struktur aus Anleihepreisen	140
<b>4.</b>	<b>Untersuchung der Dynamik der Forward-Rate-Struktur</b>	<b>142</b>
4.1.	Methodischer Überblick	142
4.2.	Empirische Bestimmung der Faktoren des Forward-Rate-Prozesses	144
4.2.1.	Problemorientierte Darstellung der Faktorenanalyse	144
4.2.2.	Extraktion von Faktoren mit der Hauptkomponentenanalyse	150
4.2.3.	Zusammenfassung der Ergebnisse	161

4.3. Schätzung der Parameter ausgewählter Modelle . . . . .	162
4.3.1. Schätzung der Parameter des pfadunabhängigen Zwei-Faktoren-Modells . . . . .	163
4.3.2. Schätzung der Parameter für das Ho/Lee-Modell . . . . .	169
4.4. Kritische Beurteilung der Schätzergebnisse . . . . .	170
4.5. Kriterien zur Modellselektion . . . . .	172
<b>IV. Zusammenfassung . . . . .</b>	<b>177</b>
<b>Anhänge . . . . .</b>	<b>183</b>
Anhang A: Mit Splines geschätzte Zinsstrukturen unter Verwendung verschiedener Restriktionen . . . . .	183
Anhang B: Mit Spline-Schätzern ermittelte Terminzinsstrukturen unter Verwendung verschiedener Restriktionen . . . . .	186
Anhang C: Extrapolation der Zinsstruktur mit Spline-Schätzern bei Verwendung verschiedener Restriktionen . . . . .	190
Anhang D: Monatliche Forward-Rate-Veränderungen . . . . .	193
Anhang E: Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse für wöchentliche Daten . . . . .	197
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>199</b>

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1:	a) Pfadunabhängigkeit	b) Pfadabhängigkeit . . . . .	9
Abb. 2:	a) Einperiodiger Zerobond	b) Mehrperiodiger Zerobond . . . . .	11
Abb. 3:	a) Störfunktionen	b) Shiftfunktionen . . . . .	18
Abb. 4:	Beispiel für die Bewegungsmöglichkeiten von Zinssätzen unterschiedlicher Fristigkeiten . . . . .		22
Abb. 5:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes (Ritchken/Sankarasubramanian) . .		35
Abb. 6:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes (Pedersen/Shui/Thorlacius) . . . .		36
Abb. 7:	Differenz der Einperioden-Zinssätze in den Modellen von Pedersen/Shui/Thorlacius und Ritchken/Sankarasubramian . . . . .		37
Abb. 8:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes (Ho/Lee) . . . . .		37
Abb. 9:	Grenzen des Einperioden-Zinssatzes bei unterschiedlichen Mean-Reversion-Parametern . . . . .		38
Abb. 10:	Zinsstrukturkurven in $t=4\Delta$ (Ritchken/Sankarasubramanian) . . . . .		39
Abb. 11:	Zinsstrukturkurven in $t=4\Delta$ (Pedersen/Shui/Thorlacius) . . . . .		39
Abb. 12:	Zinsstrukturkurven in $t=4\Delta$ (Ho/Lee) . . . . .		40
Abb. 13:	Verzerrung des Erwartungswertes, $x(s,t,\Delta)$ , in Abhängigkeit von $\pi(s,t)$		42
Abb. 14:	Numerisches Beispiel 1: Zustandsabhängige Martingalwahrscheinlichkeiten		44
Abb. 15:	Numerisches Beispiel 2: Zustandsunabhängige Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .		45
Abb. 16:	Numerisches Beispiel 3: Fallende Ausgangszinsstruktur . . . . .		46
Abb. 17:	Bedingte Volatilität des Einperioden-Zinssatzes im Zeitablauf bei unterschiedlichen Mean-Reversion-Parametern (mittlerer Pfad des Gitters) . . .		47
Abb. 18:	Bedingte Volatilität des Einperioden-Zinssatzes im Zeitablauf auf verschiedenen Pfaden des Gitters . . . . .		48
Abb. 19:	Volatilitätsstruktur der Zinssätze . . . . .		49
Abb. 20:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes bei zustandsabhängigen Shiftfunktionen und Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .		53
Abb. 21:	Zinsstrukturkurven in $t=4\Delta$ bei zustandsabhängigen Shiftfunktionen und Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .		53
Abb. 22:	Zinsstrukturkurven in $t=4\Delta$ bei zustandsabhängigen Shiftfunktionen und konstanten Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .		54
Abb. 23:	Implizite Grenzen des Einperioden-Zinssatzes für verschiedene $\lambda_2$ . . . .		54
Abb. 24:	Numerisches Beispiel 4: Zustandsabhängige Shiftfunktionen und Martingalwahrscheinlichkeiten . . . . .		55
Abb. 25:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes in den Modellen . . . . .		57
Abb. 26:	Varianz des Einperioden-Zinssatzes im Zeitablauf . . . . .		57
Abb. 27:	Verteilung des Einperioden-Zinssatzes im Zeitpunkt $t=10$ Jahre . . . . .		58

Abb. 28:	Bewegung des Einperioden-Zinssatzes im pfadabhängigen, binomischen Baum des Ein-Faktor-Modells mit exponentiell fallender Volatilität . . . .	72
Abb. 29:	Varianz des Einperioden-Zinssatzes im Zeitablauf (Ein-Faktor-Modell mit exponentiell fallender Volatilität) . . . . .	72
Abb. 30:	Binomischer Baum über eine Periode für einen Prozeß mit drei stochastischen Faktoren . . . . .	75
Abb. 31:	Extremwerte des Einperioden-Zinssatzes für zwei pfadunabhängige Faktoren . . . . .	86
Abb. 32:	Varianz des Einperioden-Zinssatzes für zwei pfadunabhängige Faktoren .	86
Abb. 33:	Forward-Rate-Strukturen des pfadunabhängigen Zwei-Faktoren-Prozesses nach 4 Perioden . . . . .	87
Abb. 34:	Zinsstrukturen des pfadunabhängigen Zwei-Faktoren-Prozesses nach 4 Perioden . . . . .	87
Abb. 35:	Grafische Darstellung der Korrelationsmatrix von Forward-Rates verschiedener Fristigkeiten für zwei unterschiedliche Parameterkonstellationen des Zwei-Faktoren-Modells . . . . .	89
Abb. 36:	Couponstruktur der künstlich erzeugten Anleihen, (KDS2) . . . . .	95
Abb. 37:	Preisabweichungen aufgrund der Zinsstruktur-Störterme, (KDS2) . . . . .	96
Abb. 38:	Gewichtete Preisabweichungen, (KDS2) . . . . .	96
Abb. 39:	Vorgegebene Zins- und Forward-Rate-Struktur, (KDS2) . . . . .	98
Abb. 40:	B-Splines der Grade $q=2$ bis 4 und der Ordnung $k=7$ . . . . .	111
Abb. 41:	Geschätzte Zinsstrukturen aus polynomischen Splines ( $k=6$ ), (KDS1) . .	122
Abb. 42:	Geschätzte Zinsstrukturen aus B-Splines ( $k=7$ ), (KDS1) . . . . .	122
Abb. 43:	Fehler der geschätzten Diskontfunktionen, (KDS1) . . . . .	123
Abb. 44:	Residuen der B-Spline-Schätzungen, (KDS1) . . . . .	124
Abb. 45:	Geschätzte Forward-Rate-Strukturen (B-Spline-Schätzungen), (KDS1) . .	124
Abb. 46:	Zinsstrukturen aus B-Splines ( $q=3$ ) verschiedener Ordnung, (KDS2) . . .	126
Abb. 47:	Zinsstrukturen aus B-Splines unterschiedlichen Grades, $k=8$ , (KDS2) . .	127
Abb. 48:	Forward-Rate-Strukturen aus B-Splines unterschiedlichen Grades, $k=8$ , (KDS2) . . . . .	127
Abb. 49:	Die Wirkung zusätzlicher Restriktionen auf die Zinsstruktur, (KDS2) . .	128
Abb. 50:	Die Wirkung zusätzlicher Restriktionen auf die Forward-Rate-Struktur, (KDS2) . . . . .	129
Abb. 51:	Extrapolierte Zinsstrukturen, (KDS2) . . . . .	131
Abb. 52:	Forward-Rate-Strukturen aufgrund extrapolierter Zinsstrukturen, (KDS2)	131
Abb. 53:	Geschätzte Volatilität der Forward-Rate-Veränderungen, $\Delta=1$ Woche . .	138
Abb. 54:	Geschätzte Volatilität der Forward-Rate-Veränderungen, $\Delta=1$ Monat . .	138
Abb. 55:	Geschätzte Volatilität der Forward-Rate-Veränderungen, $\Delta=3$ Monate . .	138
Abb. 56:	Scree- und Horn-Test für den Datensatz MFRS . . . . .	154

Abb. 57:	Scree- und Horn-Test für den Datensatz MFRV3	154
Abb. 58:	Geschätzte Hauptkomponenten (MFRS)	156
Abb. 59:	Geschätzte Hauptkomponenten (MFRV1)	157
Abb. 60:	Geschätzte Hauptkomponenten (MFRV2)	157
Abb. 61:	Geschätzte Hauptkomponenten (MFRV3)	157
Abb. 62:	Geschätzte Faktorenwerte (MFRS)	160
Abb. 63:	Geschätzte Faktorenwerte (MFRV3)	160
Abb. 64:	Approximierte Zustandsvariablen und geschätzte Faktorwerten	165
Abb. 65:	Geschätzte vertikale Shiftfunktionen und adjustierte Faktorladungen	167
Abb. 66:	Geschätzte vertikale Shiftfunktionen für die einzelnen Teilzeiträume	168
Abb. 67:	Modellierte und empirische Korrelationsmatrix der Forward-Rates	169
Abb. A-1 bis A-9:	Geschätzte Zinsstrukturkurven	183-186
Abb. B-1 bis B-9:	Geschätzte Forward-Rate-Strukturen	187-189
Abb. C-1 bis C-9:	Extrapolierte Zinsstrukturkurven	190-193
Abb. D-1 bis D-9:	Geschätzte Veränderung der Forward-Rate-Struktur	194-196
Abb. E-1 bis E-4:	Geschätzte Hauptkomponenten	197-198

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Statistiken zu den künstlich erzeugten Störtermen, (KDS2) . . . . .	98
Tabelle 2:	Standardabweichung der Residuen, (KDS2) . . . . .	125
Tabelle 3:	Statistiken für die Schätzungen mit zusätzlichen Restriktionen, (KDS2) . . . . .	130
Tabelle 4:	Kubischer, polynomischer Spline mit und ohne Glättung, (KDS2) . . . . .	130
Tabelle 5:	Statistiken für die Schätzungen mit Extrapolationsbereich unter Verwendung von zusätzlichen Restriktionen, (KDS2) . . . . .	132
Tabelle 6:	Anzahl der täglichen Beobachtungen im Zeitraum 1988-1991 . . . . .	133
Tabelle 7:	Klassifizierung der Schätzungen . . . . .	133
Tabelle 8:	Mittlere absolute Preisabweichungen . . . . .	134
Tabelle 9:	Absolute Preisabweichungen . . . . .	135
Tabelle 10:	Durbin-Watson-Teststatistiken . . . . .	136
Tabelle 11:	Untersuchte Datensätze im Rahmen der Hauptkomponentenanalyse . . . . .	152
Tabelle 12:	Faktorenzahl nach verschiedenen Kriterien . . . . .	155
Tabelle 13:	Erklärte Varianz und Eigenwerte der Hauptkomponenten . . . . .	159
Tabelle 14:	Geschätzte Parameterwerte für das Zwei-Faktoren-Modell . . . . .	166
Tabelle 15:	Geschätzte Parameterwerte für das Ho/Lee-Modell . . . . .	170
Tabelle 16:	Vergleich des Berechnungsaufwandes einzelner Modelle . . . . .	174