

# INHALTSVERZEICHNIS

|  | <u>Seite</u> |
|--|--------------|
| I. <u>EINFÜHRUNG IN DIE THEMATIK</u>   | 1            |
| II. <u>ELEMENTARE EIGENSCHAFTEN VON CHARAKTERISTISCHEN FUNKTIONEN</u>                                | 3            |
| 1. Definition und Eigenschaften  | 3            |
| 1.1 Betrachtung im $\mathbb{R}^1$  | 3            |
| 1.2 Betrachtung im $\mathbb{R}^n$  | 8            |
| 2. Momente und Semiinvarianten   | 11           |
| 2.1 Betrachtung im $\mathbb{R}^1$  | 11           |
| 2.2 Betrachtung im $\mathbb{R}^n$  | 19           |
| 3. Inversionstheorem und Eindeutigkeitssatz  | 21           |
| 3.1 Betrachtung im $\mathbb{R}^1$  | 21           |
| 3.2 Betrachtung im $\mathbb{R}^n$  | 25           |
| 4. Anwendungen von charakteristischen Funktionen in der Statistik                                    | 28           |
| III. <u>UNENDLICH TEILBARE CHARAKTERISTISCHE FUNKTIONEN</u>  | 35           |
| 1. Grundlegende Definitionen   | 35           |
| 2. Definition von unendlich teilbaren charakteristischen Funktionen                                  | 39           |
| 3. Elementare Eigenschaften von unendlich teilbaren charakteristischen Funktionen                    | 41           |
| 4. Konstruktion von unendlich teilbaren charakteristischen Funktionen                                | 47           |
| 5. Kanonische Darstellung von unendlich teilbaren charakteristischen Funktionen                      | 48           |
| 6. Charakteristische Funktionen von stabilen Verteilungen  | 60           |
| IV. <u>ANALYTISCHE CHARAKTERISTISCHE FUNKTIONEN</u>  | 82           |
| 1. Analytische charakteristische Funktionen  | 82           |
| 2. Ganze charakteristische Funktionen I  | 93           |
| 3. Beziehungen zwischen einer analytischen charakteristischen Funktion und ihrer Verteilungsfunktion | 97           |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 4.      | Ganze charakteristische Funktionen II  | 103 |
| 4.1     | Drei grundlegende Lemmata  | 103 |
| 4.2     | Ganze charakteristische Funktionen der Ordnung größer als eins                                   | 113 |
| 4.3     | Ganze charakteristische Funktionen der Ordnung eins  | 122 |
| V.      | <u>GRENZWERTSÄTZE</u>  | 123 |
| 1.      | HELLY's Theoreme   | 125 |
| 2.      | Satz von Lévy/Cramer (Stetigkeitstheorem)  | 133 |
| 2.1     | Zentraler Grenzwertsatz im $\mathbb{R}^1$<br>(Anwendung: Integralsatz von De Moivre-Laplace)     | 133 |
| 2.2     | Zentraler Grenzwertsatz im $\mathbb{R}^n$  | 139 |
| 3.      | Der zentrale Grenzwertsatz von Lindeberg-Feller  | 145 |
| 4.      | Spezialfälle des Satzes von Lindeberg-Feller   | 155 |
| 5.      | Anwendungen der Grenzwertsätze   | 159 |
| 5.1     | Anwendungen des Stetigkeitstheorems  | 159 |
| 5.2     | Anwendungen des zentralen Grenzwertsatzes  | 163 |
| VI.     | <u>UNI- UND MULTIVARIATE VERTEILUNGEN</u>  | 174 |
| 1.      | Normalverteilung   | 174 |
| 2.      | Multinomial-Verteilung   | 183 |
| 3.      | Verteilungen quadratischer bzw. verallgemeinerter quadratischer Formen von normalverteilten ZVen | 196 |
| 3.1     | Univariate Verteilung  | 196 |
| 3.1.1   | Chi-Quadrat Verteilung   | 196 |
| 3.1.1.1 | Zentrale Chi-Quadrat-Verteilung  | 196 |
| 3.1.1.2 | Nichtzentrale Chi-Quadrat-Verteilung   | 201 |
| 3.1.2   | Betaverteilung   | 210 |
| 3.1.3   | F-Verteilung   | 220 |
| 3.1.3.1 | Zentrale F-Verteilung  | 220 |
| 3.1.3.2 | Nichtzentrale F-Verteilung   | 226 |
| 3.1.3.3 | Anwendungen zur F-Verteilung   | 227 |
| 3.1.4   | Student's t-Verteilung   | 231 |
| 3.1.4.1 | Zentrale t-Verteilung  | 231 |
| 3.1.4.2 | Nichtzentrale t-Verteilung   | 237 |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 3.2     | Multivariate Verteilungen                        | 238 |
| 3.2.1   | Wishart-Verteilung                               | 238 |
| 3.2.1.1 | Wishart-Dichtefunktion                           | 239 |
| 3.2.1.2 | Charakteristische Funktion<br>und Momente        | 249 |
| 3.2.2   | Hotelling's $T^2$ -Verteilung                    | 254 |
| VII.    | ZUSAMMENFASSUNG                                  | 258 |
|         | ANHANG   | 260 |
| A.      | Grundlegende Begriffe, Definitionen<br>und Sätze | 260 |
| B.      | Wahrscheinlichkeitsverteilungen                  | 265 |
|         | LITERATURVERZEICHNIS                             | 276 |