

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Statistische Daten</b> .....	<b>1</b>
1.1	Erhebungen .....	1
	Problemstellung .....	1
	Begriffsbildungen .....	1
1.2	Statistische Variablen .....	4
	Begriffsbildungen .....	4
	Klassifikationen .....	5
	Transformationen .....	7
1.3	Die Datenmatrix .....	9
1.4	Aufgaben .....	11
<b>2</b>	<b>Darstellung univariater Datensätze</b> .....	<b>13</b>
2.1	Häufigkeitsverteilungen diskreter Variablen .....	13
	Problemstellung .....	13
	Häufigkeiten .....	14
	Graphische Darstellungen .....	15
2.2	Häufigkeitsverteilungen stetiger Variablen .....	17
	Problemstellung .....	17
	Geordneter Datensatz .....	18
	Stemleaf-Diagramm .....	19
	Häufigkeitstabelle .....	22
	Das Histogramm .....	23
2.3	Die empirische Verteilungsfunktion .....	26
	Einführendes Beispiel .....	26
	Empirische Verteilungsfunktion .....	26
	Klassierte Daten .....	28
2.4	Quantile .....	31
	Problemstellung .....	31
	Bestimmung der Quantile .....	31
	Spezielle Quantile .....	34
	Quantildiagramme .....	34
	5-Zahlen-Zusammenfassung .....	37
	Box-Plots .....	38
2.5	Aufgaben .....	40
<b>3</b>	<b>Darstellung multivariater Datensätze</b> .....	<b>44</b>
3.1	Diskrete Variablen .....	44
	Einführendes Beispiel .....	44
	Bivariate Kontingenztabellen .....	45
	Bedingte relative Häufigkeiten .....	46
	Mehrdimensionale Kontingenztabellen .....	47

3.2	Stetige Variablen	48
	Streudiagramm	48
	Konvexe Hüllen	49
	Histogramm	50
	Mehrdimensionale Daten	52
3.3	Aufgaben	54
<b>4</b>	<b>Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>57</b>
4.1	Zufallsexperimente und Ereignisse	57
	Zufallsexperimente	57
	Ereignisse	59
4.2	Wahrscheinlichkeiten	64
	Chancen von Ereignissen	64
	Häufigkeiten von Ereignissen	65
	Statistische Wahrscheinlichkeiten	66
	Axiome von Kolmogorov	68
	Das Gleichmöglichkeitsmodell	71
4.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	72
	Bedingte Wahrscheinlichkeit	72
	Unabhängigkeit	74
4.4	Aufgaben	77
<b>5</b>	<b>Zufallsvariablen</b>	<b>80</b>
5.1	Zufallsvariablen	80
	Definition	81
	Verteilungsfunktion	82
5.2	Diskrete Zufallsvariablen	84
	Wahrscheinlichkeitsfunktion	84
	Bestimmung eines Verteilungsmodells	85
	Verteilungsfunktion	88
5.3	Stetige Zufallsvariablen	89
	Dichtefunktion	89
	Verteilungsfunktion	92
	Bestimmung eines Verteilungsmodells	93
5.4	Theoretische Quantile	95
	Definition	96
	Quantildiagramme	96
5.5	Mehrdimensionale Zufallsvariablen	101
	Grundlagen	101
	Unabhängigkeit	102
5.6	Aufgaben	103
<b>6</b>	<b>Lageparameter</b>	<b>107</b>
6.1	Empirische Lageparameter	107
	Problemstellung	107
	Erfassung des Niveaus	107
	Der Median	108

	Einführendes Beispiel .....	179
	Herleitung der Verteilung .....	180
	Eigenschaften .....	183
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	184
	Die hypergeometrische Verteilung .....	184
10.2	Die Poisson-Verteilung .....	187
	Problemstellung .....	187
	Ableitung und Eigenschaften .....	187
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	189
10.3	Die geometrische Verteilung .....	191
	Einführendes Beispiel .....	191
	Ableitung und Eigenschaften .....	191
10.4	Die negative Binomialverteilung .....	193
	Ableitung und Eigenschaften .....	193
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	195
10.5	Zur Auswahl eines diskreten Verteilungsmodells .....	197
10.6	Aufgaben .....	201
<b>11</b>	<b>Stetige Verteilungsmodelle</b> .....	<b>204</b>
11.1	Stetige Gleichverteilung .....	204
11.2	Die Pareto-Verteilung .....	205
	Definition .....	205
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	206
11.3	Die Exponentialverteilung .....	208
	Ableitung und Eigenschaften .....	208
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	211
11.4	Die Gamma-Verteilung .....	214
	Ableitung und Eigenschaften .....	214
11.5	Aufgaben .....	216
<b>12</b>	<b>Die Normalverteilung</b> .....	<b>218</b>
12.1	Grundlagen .....	218
	Problemstellung .....	218
	Definition und Bedeutung der Parameter .....	219
	Eigenschaften .....	220
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	224
12.2	Approximation von Verteilungen .....	227
	Problemstellung .....	227
	Der zentrale Grenzwertsatz .....	228
	Approximation der Binomialverteilung .....	229
	Approximation der Poisson-Verteilung .....	232
12.3	Die logarithmische Normalverteilung .....	233
	Problemstellung .....	233
	Definition und Eigenschaften .....	234
	Anpassung an empirische Verteilungen .....	234
12.4	Aufgaben .....	237

<b>13</b>	<b>Stichprobenfunktionen</b> .....	242
13.1	Grundlagen .....	242
	Einführendes Beispiel .....	242
	Definition .....	243
13.2	Spezielle Stichprobenfunktionen .....	245
	Das arithmetische Mittel .....	245
	Die relative Häufigkeit .....	247
	Die empirische Verteilungsfunktion .....	249
	Monte-Carlo-Simulation .....	250
13.3	Aufgaben .....	251
<b>14</b>	<b>Schätzen von Parametern</b> .....	253
14.1	Schätzfunktionen und ihre Eigenschaften .....	255
	Schätzfunktionen .....	255
	Mittlerer quadratischer Fehler .....	255
	Erwartungstreue .....	258
	Konsistenz .....	261
14.2	Anwendungsorientierte Aspekte .....	262
	Problemstellung .....	262
	Robustheit .....	263
	Sensitivitätskurve und Bruchpunkt .....	264
	Standardfehler .....	268
14.3	Schätzmethoden .....	271
	Problemstellung .....	271
	Momentenmethode .....	271
	Maximum-Likelihood-Methode .....	272
	Bestimmung des Maximums von $L(\theta)$ .....	276
	Mehrere Parameter .....	276
14.4	Übersicht .....	278
14.5	Aufgaben .....	279
<b>15</b>	<b>Konfidenzintervalle</b> .....	282
15.1	Konfidenzintervall für den Median .....	282
	Problemstellung .....	282
	Ableitung des Konfidenzintervalles .....	283
	Das Konfidenzintervall .....	284
15.2	Allgemeine Definition eines Konfidenzintervalles .....	287
15.3	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert .....	288
	Normalverteilung mit bekanntem $\sigma$ .....	288
	Normalverteilung mit unbekanntem $\sigma$ .....	289
	Approximative Konfidenzintervalle für $\mu$ .....	292
15.4	Konfidenzintervalle für Streuungsparameter .....	294
	Konfidenzintervall für $\sigma^2$ bei Normalverteilung .....	294
	Konfidenzintervalle für zwei Quartile .....	296
15.5	Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten und Anteile .....	298
	Problemstellung .....	298
	Approximatives Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit .....	299

	Approximatives Konfidenzintervall für einen Anteil .....	300
	Länge der Konfidenzintervalle für $p$ .....	301
15.6	Aufgaben .....	303
<b>16</b>	<b>Testen von Hypothesen</b> .....	306
16.1	Reine Signifikanztests .....	306
	Problemstellung .....	306
	Tests auf der Basis von Konfidenzintervallen .....	306
	Tests auf der Basis von Prüfgrößen .....	308
	Das empirische Signifikanzniveau .....	310
16.2	Die Elemente der klassischen Testtheorie .....	312
	Problemstellung .....	312
	Formen und Hypothesen .....	312
	Fehlerarten .....	314
	Gütefunktion .....	315
16.3	Aufgaben .....	318
<b>17</b>	<b>Spezielle Parametertests</b> .....	320
17.1	Einstichprobentests .....	320
	Tests auf $\mu$ bei Normalverteilung .....	320
	Approximative Tests auf $\mu$ .....	321
	Test auf $\tilde{\mu}$ bei symmetrischen Verteilungen .....	322
	Test auf $\tilde{\mu}$ bei beliebigen Verteilungen .....	325
	Tests auf $\sigma^2$ bei Normalverteilung .....	326
	Test auf eine Wahrscheinlichkeit $p$ .....	328
17.2	Parametervergleich bei unabhängigen Stichproben .....	328
	Testen von Lageunterschieden .....	328
	Vergleich von $\mu_X$ und $\mu_Y$ bei Normalverteilung: $\sigma_X$ und $\sigma_Y$ bekannt .	329
	Vergleich von $\mu_X$ und $\mu_Y$ : Stichproben groß .....	329
	Vergleich von $\mu_X$ und $\mu_Y$ bei Normalverteilung: $\sigma_X$ und $\sigma_Y$ unbekannt, Stichproben klein .....	330
	Vergleich von $\tilde{\mu}_X$ und $\tilde{\mu}_Y$ .....	332
	Vergleich zweier Streuungen .....	334
	Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten .....	334
17.3	Übersichten über die Parametertests .....	336
	Übersicht Einstichprobentests .....	337
	Übersicht Zweistichprobentests .....	337
17.4	Aufgaben .....	338
<b>18</b>	<b>Varianzanalyse</b> .....	342
18.1	Einfache Varianzanalyse .....	342
	Einführendes Beispiel .....	342
	Das Modell .....	343
	Der Test bei Normalverteilung .....	344
	Multiple Vergleiche bei Normalverteilung .....	348
	Nicht-normalverteilte Variablen .....	352

18.2	Zweifache Varianzanalyse .....	355
	Einführendes Beispiel .....	355
	Test bei Normalverteilung .....	356
	Eine Beobachtung pro Zelle .....	360
	Ungleiche Varianzen .....	361
	Nicht-normalverteilte Störungen .....	364
18.3	Aufgaben .....	366
<b>19</b>	<b>Überprüfung der Anpassungsgüte von Verteilungen und der Unabhängigkeit</b> .....	<b>368</b>
19.1	Anpassungstests .....	368
	Problemstellung .....	368
	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für vollständig spezifizierte Verteilungen .....	369
	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für Verteilungen mit unbekanntem Parametern .....	371
	Das Chigramm .....	374
	Der Kolmogorov-Smirnov-Test .....	375
	Anpassungstest vom Korrelationstyp .....	382
19.2	Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest .....	384
	Problemstellung .....	384
	Der Test .....	385
19.3	Aufgaben .....	389
<b>20</b>	<b>Regressionsanalyse</b> .....	<b>393</b>
20.1	Die empirische Regressionsgerade .....	394
	Problemstellung .....	394
	Kriterien für die Anpassung einer Geraden .....	395
	Bestimmung der Regressionsgeraden .....	397
	Das Bestimmtheitsmaß .....	399
20.2	Das lineare Regressionsmodell .....	401
	Einführendes Beispiel .....	401
	Entwicklung des Modells .....	402
20.3	Schätzen und Testen im linearen Regressionsmodell .....	404
	Problemstellung .....	404
	Die Kleinst-Quadrate-Schätzfunktion .....	405
	Eigenschaften des KQ-Schätzers .....	406
	Konfidenzintervalle .....	408
	Tests .....	411
20.4	Residuenanalyse .....	413
	Systematische Änderung des Mittels .....	415
	Inhomogenität der Varianz .....	417
	Ausreißer .....	419
	Verletzung der Normalverteilungsannahme .....	422
20.5	Linearisierung eines Zusammenhangs .....	425
	Problemstellung .....	425

Transformationen .....	426
Auswahl der Transformationen.....	427
20.6 Aufgaben .....	428
<b>Anhang Tabellen</b> .....	435
A: Binomialverteilung.....	435
B: Poissonverteilung .....	441
C: Normalverteilung .....	443
D: t-Verteilung .....	445
E: Chi-Quadrat-Verteilung .....	447
F: Kritische Werte des F-Tests für $\alpha = 0.05$ .....	449
G: Kritische Werte der Korrelationstests .....	451
<b>Index</b> .....	453