

Vorwort

Der hiermit vorgelegte zweite Band des vierbändigen Lehrbuchs der Experimentalphysik, der die Elektrizitätslehre und die Optik behandelt, möchte für die Studenten des zweiten Semesters eine Brücke bauen zwischen den in der Schule bereits erworbenen Kenntnissen auf diesen Gebieten und dem in späteren fortgeschrittenen Physikvorlesungen erwarteten höheren Niveau der Darstellung.

Wie im ersten Band steht auch hier das Experiment als Prüfstein jedes theoretischen Modells der Wirklichkeit im Mittelpunkt. Ausgehend von experimentellen Ergebnissen soll deutlich gemacht werden, wie diese erklärt werden können und zu einem in sich konsistenten Modell führen, das viele Einzelbeobachtungen in einen größeren Zusammenhang bringt und damit zu einer physikalischen Theorie wird. Die mathematische Beschreibung wird, so weit wie möglich, nachvollziehbar dargestellt. In Fällen, wo dies aus Platzgründen nicht realisierbar war oder den Rahmen der Darstellung sprengen würde, wird auf entsprechende Literatur verwiesen, wo der interessierte Student nähere experimentelle Details oder eine genauere mathematische Herleitung finden kann.

Das Buch beginnt, wie allgemein üblich, mit der Elektrostatik, behandelt dann den stationären elektrischen Strom und die von ihm erzeugten Magnetfelder. Dabei werden sowohl die verschiedenen Leitungsmechanismen in fester, flüssiger und gasförmiger Materie diskutiert als auch die Wirkungen des elektrischen Stromes und die darauf basierenden Meßmethoden. Aufbauend auf den in Band 1 erläuterten Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie wird gezeigt, wie in einer relativistischen, d.h. Lorentz-invarianten Darstellung elektrisches und magnetisches Feld miteinander verknüpft sind.

Zeitlich veränderliche elektrische Felder und Ströme und die daraus resultierenden Induktionserscheinungen bilden den Inhalt des vierten Kapitels, in dem auch die Zusammenfassung all dieser Phänomene durch die Maxwellgleichungen diskutiert wird.

Um die Bedeutung der bisher gewonnenen Kenntnisse für technische Anwendungen zu unterstreichen, befaßt sich Kap. 5 mit elektrischen Generatoren und Motoren, mit Transformatoren und Gleichrichtung von Wechselstrom und Drehstrom, mit Wechselstromkreisen, elektrischen Filtern und Elektronenröhren.

Von besonderer Bedeutung für technische Anwendungen, aber auch für ein grundlegendes Verständnis schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder und Wellen sind elektromagnetische Schwingkreise, die in Kap. 6 behandelt werden. Am Beispiel der Abstrahlung des Hertzschen Dipols wird die Entstehung elektromagnetischer Wellen ausführlich dargestellt, deren Ausbreitung im freien Raum und in begrenzten Raumgebieten (Wellenleiter und Resonatoren) den Inhalt

von Kap. 7. bildet. Experimentelle Methoden zur Messung der Lichtgeschwindigkeit schließen das Kapitel ab.

Kapitel 8, das die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Materie behandelt, bildet den Übergang zur Optik, weil viele der hier diskutierten Phänomene besonders für Lichtwellen von besonderer Bedeutung sind, obwohl sie im gesamten Frequenzbereich auftreten.

Da die Optik eine zunehmende Bedeutung für wissenschaftliche und technische Anwendungen erlangt, wird sie hier ausführlicher als in vielen anderen Lehrbüchern behandelt. Nach Meinung des Autors stehen wir vor einer „optischen Revolution“, die wahrscheinlich eine ähnliche Bedeutung haben wird wie in den letzten Jahrzehnten die elektronische Revolution.

Für die praktische Optik hat sich für viele Anwendungen die Näherung der geometrischen Optik bewährt, die im Kap. 9 als „Lichtstrahlen-Abbildung“ erklärt wird, wobei auch das Verfahren der Matrizenoptik kurz erläutert wird.

Interferenz und Beugung werden immer als wichtige Bestätigungen für das Wellenmodell des Lichtes angesehen. In Kap. 10 werden die Grundlagen dieser Erscheinungen erläutert, der Begriff der Kohärenz erklärt und experimentelle Anordnungen, nämlich die verschiedenen Typen von Interferometern vorgestellt, die auf der Interferenz von verschiedenen kohärenten Teilstrahlen basieren. Um ein etwas genaueres Verständnis der Beugungserscheinungen zu erreichen, wird nicht nur die Beugung von parallelen Lichtbündeln (Fraunhofer-Beugung) sondern auch die in der Praxis viel häufiger auftretende Fresnel-Beugung behandelt.

Kapitel 11 ist der Darstellung optischer Geräte und moderner optischer Verfahren, wie der Holographie und der adaptiven Optik gewidmet.

Im letzten Kapitel wird dann die thermische Strahlung heißer Körper behandelt und insbesondere der Begriff des schwarzen Strahlers erläutert und das Plancksche Strahlungsgesetz diskutiert, das zum Begriff des Photons führte, also den Teilchencharakter des Lichtes wieder deutlich macht, aber vor allem zu einer konsistenten Symbiose von Wellen- und Teilchenmodell führt. Dieser Aspekt der nicht widersprüchlichen, sondern komplementären Darstellung von Wellen- und Teilchenbild wird dann im dritten Band auf die Beschreibung von Materieteilchen ausgedehnt und bildet die physikalische Grundlage für die Quantentheorie.

Die Darstellung der verschiedenen Gebiete in diesem Buch wird durch viele Beispiele illustriert. Am Ende jedes Kapitels gibt es eine Reihe von Übungsaufgaben, die dem Leser die Möglichkeit geben, seine Kenntnisse selber zu testen. Er kann dann seine Lösungen mit den im Anhang angegebenen Lösungen vergleichen.

Vielen Leuten, ohne deren Hilfe das Buch nicht entstanden wäre, schulde ich Dank. Hier ist zuerst Herr G. Imsieke zu nennen, der durch sorgfältiges Korrekturlesen, Hinweise auf Fehler und viele Verbesserungsvorschläge sehr zur Optimierung der Darstellung beigetragen hat und Herr T. Schmidt, der die Texterfassung übernommen hat. Ich danke Frau A. Kübler, Frau B. S. Hellbarth-Busch und Herrn Dr. H. J. Kölsch vom Springer-Verlag für die gute Zusammenarbeit und für ihre kompetente und geduldige Unterstützung des Autors, der oft die vorgegebenen Termine nicht einhalten konnte. Frau I. Wollscheid, die einen Teil der Zeichnungen angefertigt hat sowie Frau S. Heider, die das Manuskript geschrieben hat, sei an dieser Stelle sehr herzlich gedankt. Auch meinen Mitarbeitern, Herrn Eckel und Herrn Krämer, die bei den Computerausdrucken der Abbildungen behilflich waren, gebührt mein Dank.

Besonderen Dank hat meine liebe Frau verdient, die mit großem Verständnis die Einschränkungen der für die Familie zur Verfügung stehenden Zeit hingenommen hat und die mir durch ihre Unterstützung die Zeit zum Schreiben ermöglicht hat.

Kein Lehrbuch ist vollkommen. Der Autor freut sich über jeden kritischen Kommentar, über Hinweise auf mögliche Fehler und über Verbesserungsvorschläge. Nachdem der erste Band eine überwiegend positive Aufnahme gefunden hat, hoffe ich, daß auch der vorliegende zweite Band dazu beitragen kann, die Freude an der Physik zu wecken und zu vertiefen und die fortwährenden Bemühungen aller Kollegen um eine Optimierung der Lehre zu unterstützen.

Kaiserslautern,
im März 1995

Wolfgang Demtröder

10. Interferenz und Beugung

Aus der Linearität der Wellengleichung

$$\Delta E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (10.1)$$

folgt, daß mit beliebigen Lösungen E_1 und E_2 auch jede Linearkombination $E = aE_1 + bE_2$ eine Lösung von (10.1) ist.

Um das gesamte Wellenfeld $E(\mathbf{r}, t)$ in einem beliebigen Raumpunkt P zur Zeit t zu erhalten, muß man die Amplituden der sich in P überlagernden Teilwellen $E_i(\mathbf{r}, t)$ addieren (Superpositionsprinzip). Die Gesamtfeldstärke

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_m A_m(\mathbf{r}, t) e^{i\varphi_m} \quad (10.2)$$

des Wellenfeldes hängt sowohl von den Amplituden $A_m(\mathbf{r}, t)$ als auch von den Phasen φ_m der sich überlagernden Teilwellen ab. Sie ist im allgemeinen Fall sowohl orts- als auch zeitabhängig.

Diese Überlagerung von Teilwellen heißt **Interferenz** (siehe auch Bd. 1, Abschn. 10.10). Das gesamte Raumgebiet, in dem sich Teilwellen überlagern, bildet das Interferenzfeld, dessen räumliche Struktur durch die ortsabhängige Gesamtintensität $I(\mathbf{r}, t) \propto |E(\mathbf{r}, t)|^2$ bestimmt wird. Räumliche Begrenzungen des Wellenfeldes können einen Teil der interferierenden Wellen unterdrücken, die dann in der Summe (10.2) fehlen. Diese *unvollständige Interferenz* führt zu Beugungserscheinungen, welche eine zusätzliche Strukturierung des Wellenfeldes verursachen.

10.1 Zeitliche und räumliche Kohärenz

Eine zeitlich stationäre Interferenzstruktur kann nur dann beobachtet werden, wenn sich die Phasendifferenzen $\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_k$ zwischen beliebigen Teil-

wellen E_j, E_k im Raumpunkt $P(\mathbf{r})$ während der Beobachtungsdauer Δt um weniger als 2π ändern. Man nennt die Teilwellen dann **zeitlich kohärent**.

Die maximale Zeitspanne Δt_c , während der sich Phasendifferenzen zwischen allen im Punkt p überlagerten Teilwellen höchstens um 2π ändern, heißt **Kohärenzzeit**.

Um uns dies klarzumachen, betrachten wir eine Lichtquelle, die Licht mit der Zentralfrequenz ν_0 und der spektralen Breite $\Delta\nu$ aussendet. Dieses Licht kann als Überlagerung vieler monochromatischer Teilwellen mit Frequenzen ν innerhalb des Frequenzintervalls $\nu_0 \pm \Delta\nu/2$ aufgefaßt werden.

Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen solchen Teilwellen mit den Frequenzen $\nu_1 = \nu_0 - \Delta\nu/2$ und $\nu_2 = \nu_0 + \Delta\nu/2$ ist für $\Delta\varphi(t=0) = 0$:

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi(\nu_2 - \nu_1)t.$$

Sie wächst linear mit der Zeit t an. Nach der Kohärenzzeit $t_c = 1/\Delta\nu$ ist sie auf $\Delta\varphi(t_c) = 2\pi$ angewachsen. Für alle anderen Komponenten, deren Frequenzdifferenz kleiner als $\Delta\nu$ ist, ist $\Delta\varphi(t_c) < 2\pi$. Die Überlagerung aller Komponenten enthält daher alle Phasendifferenzen zwischen 0 und 2π , und für den zeitlichen Mittelwert der Überlagerung gilt:

$$E(t) = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \sum E_i(\nu, t) dt \equiv 0.$$

Die Kohärenzzeit Δt_c einer Lichtwelle ist also gleich dem Kehrwert der spektralen Frequenzbreite $\Delta\nu$ (Abb. 10.1):

$$\Delta t_c = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (10.3)$$

Man kann dies auch folgendermaßen darstellen: Die Überlagerung aller Komponenten $E_i(\nu)$ führt zu einem zeitlich abklingenden endlichen Wellenzug

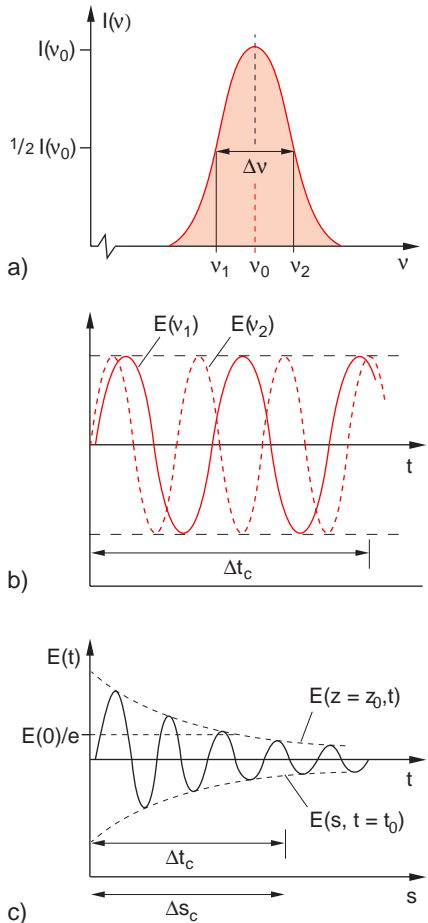


Abb. 10.1a-c. Zur zeitlichen Kohärenz einer Welle mit der spektralen Frequenzbreite $\Delta\nu$. Die Kohärenzzeit ist $\Delta t_c = 1/\Delta\nu$. **(a)** Spektralverteilung $I(\nu)$; **(b)** zeitliche Überlagerung zweier Teilwellen; **(c)** zeitlicher Verlauf der Gesamtfeldstärke aller Komponenten in **(a)**

$E(t)$, der nach der Kohärenzzeit Δt_c auf $1/e$ seiner Anfangsamplitude abgeklungen ist (Abb. 10.1c).

Die Phasendifferenzen $\Delta\varphi_{j,k}$ zwischen den Teilwellen E_j und E_k können für die verschiedenen Orte $P(\mathbf{r})$ des Überlagerungsgebietes durchaus verschieden sein, weil die Phasendifferenzen $\Delta\varphi_i = (2\pi/\lambda_i)\Delta s$ bei gleicher Wellenlänge λ noch vom Weg $\Delta s = \overline{SP}$ zwischen Lichtquelle S und Beobachtungspunkt P abhängen. Ändert sich die räumliche Differenz

$$\Delta_r\varphi_i = \varphi_i(\mathbf{r}_1) - \varphi_i(\mathbf{r}_2) \tag{10.4}$$

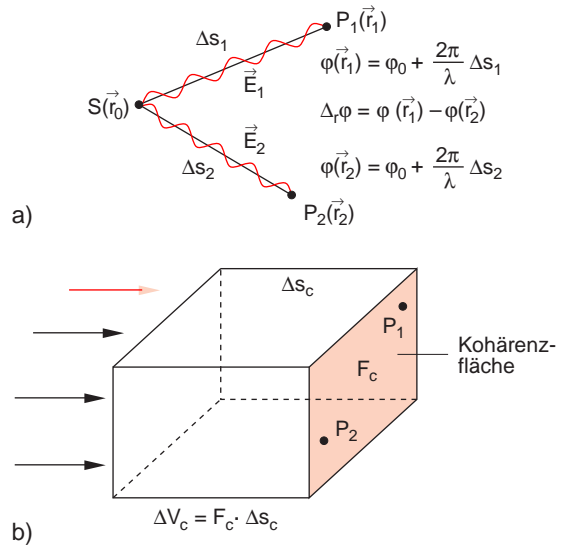


Abb. 10.2. **(a)** Phasendifferenz $\Delta_r\varphi$ zwischen den Phasen $\varphi(\mathbf{r}_1)$ und $\varphi(\mathbf{r}_2)$ einer monochromatischen Welle an zwei verschiedenen Raumpunkten; **(b)** Kohärenzfläche F_c und Kohärenzvolumen

der Phase φ_i einer beliebigen Teilwelle E_i während der Beobachtungszeit Δt um weniger als 2π , so heißt das Wellenfeld räumlich kohärent (Abb. 10.2). Die Fläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, auf der $\Delta_r\varphi_i = 0$ erfüllt ist, heißt **Kohärenzfläche** F_c .

Als Kohärenzlänge $\Delta s_c = c' \cdot \Delta t_c$ wird die Streckbezeichnet, die das Licht während der Kohärenzzeit zurücklegt. Das Produkt aus Kohärenzfläche und Kohärenzlänge Δs_c heißt **Kohärenzvolumen** ΔV_c [10.1].

Nur innerhalb des Kohärenzvolumens können Interferenzstrukturen beobachtet werden.

BEISPIELE

1. Für Licht mit der Spektralbreite $\Delta\nu = 2 \cdot 10^9$ Hz (typische Dopplerbreite einer Spektrallinie im sichtbaren Bereich) ist $\Delta t_c = 1/\Delta\nu = 5 \cdot 10^{-10}$ s. Die Kohärenzlänge $\Delta s_c = c \cdot \Delta t_c$ beträgt dann $\Delta s_c = 0,15$ m.
2. Eine ebene Welle

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

ist auf der gesamten Ebene $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ räumlich kohärent. Ist sie monochromatisch ($\Delta\nu = 0$), so ist ihre Kohärenzlänge unendlich groß. Die Welle ist dann im gesamten Raum kohärent. Ist ihre Frequenzbreite $\Delta\nu > 0$, so ist sie nur in einem Volumen mit der Länge $\Delta s_c = c'/\Delta\nu$, das aber senkrecht zu \mathbf{k} unendlich ausgedehnt ist, kohärent.

3. Eine monochromatische Kugelwelle ist im gesamten Raumgebiet kohärent. Allgemein gilt: Wellen, die von „punktförmigen“ Lichtquellen (die es natürlich nur als idealisierte Näherung gibt) emittiert werden, sind im gesamten Raumgebiet räumlich kohärent.

Wir wollen nun diese Begriffe Kohärenz und Interferenz an mehreren Beispielen für die experimentelle Realisierung kohärenter Wellen und ihrer Überlagerung demonstrieren.

10.2 Erzeugung und Überlagerung kohärenter Wellen

Um kohärente Teilwellen zu erzeugen, deren Überlagerung zu beobachtbaren Interferenzerscheinungen führt, gibt es prinzipiell zwei Methoden:

- Die Sender (d.h. die Erregerzentren für die Teilwellen) werden phasestarr miteinander gekoppelt (Abb. 10.3).
- Die von *einer* Quelle S ausgehende Welle wird in zwei oder mehr Teilwellen aufgespalten, die

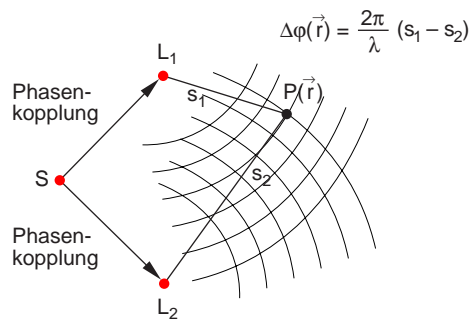


Abb. 10.3. Phasestarrte Kopplung zweier Quellen L_1 und L_2 an einen Sender S zur Erzeugung kohärenter Teilwellen, die sich im Interferenzgebiet mit zeitlich konstanten, aber ortsabhängigen Phasendifferenzen $\Delta\varphi(\mathbf{r})$ überlagern

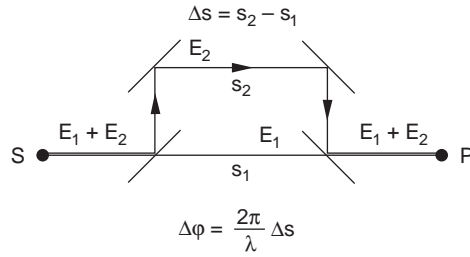


Abb. 10.4. Zweistrahl-Interferenz durch Strahlteilung in zwei Teilbündel, die nach Durchlaufen unterschiedlicher Wege wieder überlagert werden

dann verschieden lange Wege durchlaufen, bevor sie wieder überlagert werden (Abb. 10.4).

Die erste Methode läßt sich experimentell für akustische Wellen realisieren (siehe Bd. 1, Abschn. 10.10), indem man z.B. zwei oder mehr räumlich getrennte Lautsprecher L_i durch die gleiche Wechselspannungsquelle antreibt.

Im Fall von Lichtwellen sind die Sender energetisch angeregte Atome (siehe Bd. 3), die im allgemeinen unabhängig voneinander mit statistisch verteilten Phasen Lichtwellen emittieren. Das von der gesamten Lichtquelle ausgesendete Licht ist deshalb inkohärent, so daß die erste Methode für klassische Lichtquellen (z.B. Glühlampen, Gasentladungslampen, Sonne) nicht ohne weiteres anwendbar ist.

Durch eine kohärente Lichtwelle kann man die Atome zu phasengekoppelten erzwungenen Schwingungen anregen (siehe Abschn. 8.2). So schwingen z.B. alle Atome auf einer Ebene $z = z_0$ in Abb. 8.4 in Phase. Dies setzt jedoch die Existenz einer kohärenten anregenden Welle voraus. Mit speziellen Lichtquellen, den Lasern (siehe Bd. 3), lassen sich solche kohärenten intensiven Lichtwellen erzeugen, und unter speziellen Bedingungen ist es auch möglich, zwei verschiedene Laser phasestarr miteinander zu koppeln.

In den meisten Fällen ist man in der Optik jedoch auf die zweite Methode angewiesen, um Interferenzphänomene zu studieren, d.h. man verwendet *eine* Lichtquelle, deren ausgesandte Strahlung durch verschiedene Arten von Strahlteilern so aufgespalten wird, daß die einzelnen Teilwellen unterschiedliche Weglängen durchlaufen, bevor sie wieder überlagert werden.

Überlagert man zwei Teilwellen, so spricht man von **Zweistrahl-Interferenz** im Gegensatz zur **Vielstrahl-Interferenz** bei der kohärenten Überlagerung vieler Teilwellen.

Die Interferenz bildet die Basis für alle Interferometer. Dies sind Anordnungen, bei denen die Zwei- oder Vielstrahl-Interferenz ausgenutzt wird zur Messung von Wellenlängen, von Änderungen kleiner Strecken im Submikrobereich oder von Brechungsindizes transparenter Medien und ihrer Abhängigkeit von Temperatur oder Druck.

Man beachte:

Interferenzerscheinungen als räumlich strukturierte, zeitlich konstante Intensitätsverteilung $I(\mathbf{r})$ der überlagerten Wellen lassen sich nur in einem begrenzten Raumgebiet beobachten, in dem die Wegdifferenzen Δs kleiner sind als die Kohärenzlänge $\Delta s_c = c' \cdot \Delta t_c$. Wir werden sehen, daß das Kohärenzvolumen sowohl von der räumlichen als auch von der zeitlichen Kohärenz des Wellenfeldes abhängt.

10.3 Experimentelle Realisierung der Zweistrahl-Interferenz

Es gibt eine große Zahl verschiedener experimenteller Anordnungen, mit denen sich eine von einer Lichtquelle L emittierte Lichtwelle in zwei Teilbündel aufspalten läßt, die dann mit Hilfe von Spiegeln oder Linsen wieder zusammengeführt und überlagert werden können. Wir wollen dies an einigen Beispielen verdeutlichen.

10.3.1 Fresnelscher Spiegelversuch

Das Licht einer praktisch punktförmigen Lichtquelle L wird an zwei ebenen Spiegeln S_1 und S_2 , die einen kleinen Winkel ε miteinander bilden, reflektiert (Abb. 10.5). Für einen Beobachter in der Beobachtungsebene B scheinen die beiden an S_1 und S_2 reflektierten Teilbündel von den *virtuellen Lichtquellen* L_1 bzw. L_2 herzukommen.

Die optischen Weglängen s_1 bzw. s_2 eines Lichtbündels $L - S_1 - P(x, y)$ bzw. $L - S_2 - P(x, y)$ von L zum Punkt $P(x, y)$ in der Beobachtungsebene (die wir

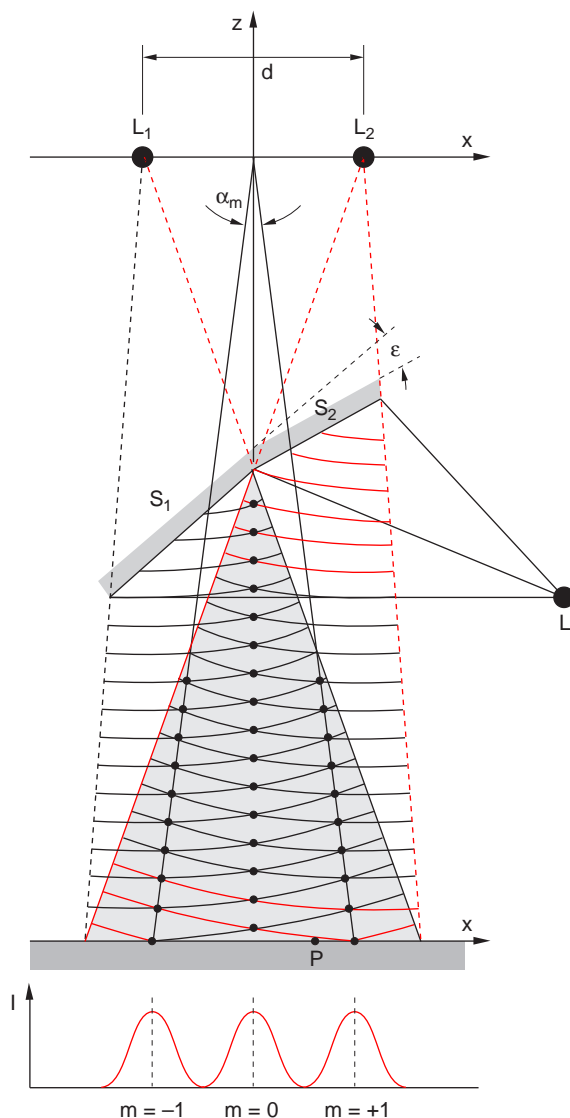


Abb. 10.5. Fresnelscher Spiegelversuch

in die x - y -Ebene legen) sind genau gleich den Wegen L_1P und L_2P .

Haben die beiden virtuellen Lichtquellen die Koordinaten $(x = \pm d, y = 0, z = z_0)$, so ist die Wegdifferenz zu einem Punkt $P(x, y, z = 0)$ in der x - y -Ebene

$$\Delta s = \sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z_0^2} - \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z_0^2}. \quad (10.5)$$

Alle Punkte $P(x, y)$, für die Δs einen konstanten Wert hat, liegen auf einer Hyperbel (siehe Aufgabe 10.1).

Ist $\Delta s = m \cdot \lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), so sind die beiden Teilwellen in Phase, d.h., sie verstärken sich, und man beobachtet dort maximale Intensität

$$I_{\max} = c\varepsilon_0(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2.$$

(schwarze Punkte in Abb. 10.5).

Für $\Delta s = (2m + 1)\lambda/2$ sind beide Teilwellen gegenphasig, und die Intensität nimmt den minimalen Wert

$$I_{\min} = c\varepsilon_0(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)^2$$

an. Man sieht also in der x - y -Ebene ein räumliches Intensitätsmuster aus hellen und dunklen Hyperbeln.

Seine räumliche Ausdehnung ist durch die Kohärenzlänge $\Delta s_c = c/\Delta \nu$ und damit durch die spektrale Bandbreite $\Delta \nu$ der Lichtquelle sowie durch den Abstand zu den virtuellen Lichtquellen L_1 und L_2 begrenzt.

Wir haben hier eine punktförmige Lichtquelle angenommen, d.h., daß die räumliche Ausdehnung der Quelle vernachlässigt werden kann. Wir wollen jetzt untersuchen, welchen Einfluß die Größe der Lichtquelle auf die Größe des Kohärenzgebietes hat.

10.3.2 Youngscher Doppelspaltversuch

Die Strahlung einer ausgedehnten Lichtquelle LQ mit der Querdimension b beleuchte in der Ebene A zwei Spalte S_1 und S_2 im Abstand d voneinander (Abb. 10.6). Die Gesamtamplitude und die Phase der Welle in jeder der beiden Spalte erhält man durch Überlagerung aller Teilwellen, die von den einzelnen Flächenelementen dF_i der Quelle emittiert werden, wobei man die unterschiedlich langen Wege von den verschiedenen Flächenelementen dF_i der Quelle zu den Spalten S_j berücksichtigen muß.

Die beiden Spalte S_1 und S_2 können als Ausgangspunkt neuer Wellen betrachtet werden (Huygensches Prinzip, siehe Bd. 1, Abschn. 10.11), die sich überlagern. Die Gesamtintensität $I(P)$ in dem Punkt P der Beobachtungsebene B ist dann durch die Amplituden A_i und die Phasen φ_i der Teilwellen in S_1 und S_2 und durch die Wegdifferenz $\Delta s = \overline{S_2P} - \overline{S_1P}$ festgelegt.

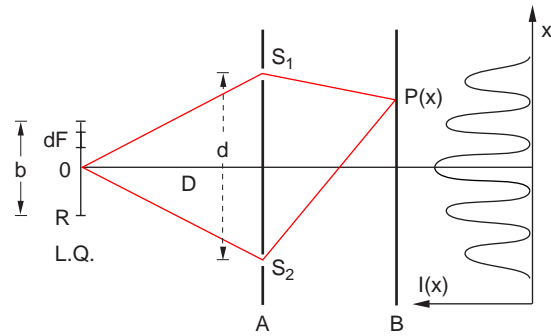


Abb. 10.6. Youngsches Doppelspaltexperiment

Wenn die einzelnen Flächenelemente dF_i der Quelle voneinander unabhängig mit statistisch verteilten Phasen emittieren (wie das bei den meisten Lichtquellen der Fall ist), werden die Phasen der Gesamtwellen $\sum E_i$ in S_1 und S_2 entsprechend statistisch schwanken. Dies würde jedoch die Intensität in P nicht beeinflussen, solange diese Schwankungen in S_1 und S_2 synchron verlaufen, weil dann die Phasendifferenz $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ der von S_1 und S_2 ausgehenden Wellen zeitlich konstant bleibt. In diesem Fall bilden die beiden Spalte zwei kohärente Lichtquellen, die in der Beobachtungsebene B eine zeitlich konstante Interferenzstruktur erzeugen, völlig analog zum Fresnelschen Spiegelversuch.

Für Licht aus der Mitte O der Quelle trifft diese Situation zu, weil die Wege $\overline{OS_1}$ und $\overline{OS_2}$ gleich groß sind und deshalb Phasenschwankungen des von O emittierten Lichtes gleichzeitig in S_1 und S_2 eintref-

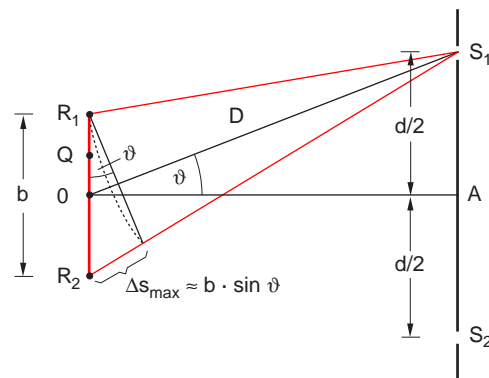


Abb. 10.7. Zum Einfluß der Quellengröße auf die Kohärenz der Wellen am Ort der Spalte S_1 und S_2

fen. Für alle anderen Punkte Q der Lichtquelle treten jedoch Wegdifferenzen $\Delta s = \overline{QS_1} - \overline{QS_2}$ auf, die für die Randpunkte R_i der Quelle am größten sind (Abb. 10.7).

Ist $D \gg d$ die Entfernung zwischen Quellenmittelpunkt O und den beiden Spalten S_1 und S_2 , so gilt für die maximal auftretende Wegdifferenz

$$\begin{aligned} \Delta s_{\max} &= \overline{R_1 S_2} - \overline{R_1 S_1} = \overline{R_2 S_1} - \overline{R_1 S_1} \\ &\approx b \cdot \sin \vartheta = b \cdot d / (2D), \end{aligned} \quad (10.6)$$

da aus Symmetriegründen $\overline{R_1 S_2} = \overline{R_2 S_1}$ und $\sin \vartheta = d / (2D)$ ist. Wird Δs_{\max} größer als $\lambda / 2$, so kann bei statistischer Emission der verschiedenen Quellenpunkte Q die Phasendifferenz $\Delta \varphi = \varphi(S_1) - \varphi(S_2) = (2\pi / \lambda) \cdot \Delta s$ um mehr als π schwanken, so daß sich dann die Interferenzstruktur in der Beobachtungsebene B zeitlich wegmitteln würde.

Die Bedingung für die kohärente (das heißt phasenkorrelierte) Beleuchtung der beiden Spalte durch eine Lichtquelle mit Durchmesser b lautet daher:

$$\begin{aligned} \Delta s_{\max} &\approx \frac{b \cdot d}{2D} < \lambda / 2 \\ \Rightarrow \frac{d}{\lambda} &< \frac{D}{b} \Rightarrow \frac{d^2}{\lambda^2} \approx \frac{1}{\Delta \Omega}. \end{aligned} \quad (10.7)$$

In Worten: Der maximale Abstand d / λ (in Einheiten der Wellenlänge λ), den zwei Spalte haben dürfen, um von einer ausgedehnten inkohärenten Lichtquelle noch kohärent beleuchtet zu werden, ist durch das Verhältnis D / b von Quellenabstand zu Quelldurchmesser gegeben. Wegen $b^2 / D^2 = \Delta \Omega$ ist die Kohärenzfläche d^2 / λ^2 in Einheiten von λ^2 gleich dem reziproken Raumwinkel $\Delta \Omega$, unter dem die Flächenlichtquelle von S_1 aus erscheint.

Wird die Bedingung (10.7) eingehalten, so erscheint in der Beobachtungsebene B eine Interferenzstruktur, auch wenn eine inkohärente ausgedehnte Lichtquelle verwendet wird. Die Ausdehnung der Quelle darf um so größer sein, je weiter entfernt sie ist.

BEISPIELE

1. $b = 1 \text{ cm}$, $D = 50 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow d \leq 25 \mu\text{m}$
2. Der nächste Fixstern ist Proxima Centauri, für den $D = 4,3 \text{ LJ} \approx 4 \cdot 10^{16} \text{ m}$ und $b \approx 10^{10} \text{ m}$ ist. Der Durchmesser der Kohärenzfläche beträgt deshalb für $\lambda = 500 \text{ nm}$ $d \approx 2 \text{ m}$.

10.3.3 Interferenz an einer planparallelen Platte

Fällt eine ebene Welle unter dem Einfallswinkel α auf eine planparallele, durchsichtige Platte mit dem Brechungsindex n (Abb. 10.8), so wird ein Teil der Welle reflektiert und ein Teil gebrochen (siehe Abschn. 8.5). Die gebrochene Welle wird an der unteren Begrenzungsschicht erneut reflektiert, tritt parallel zur Teilwelle 1 durch die obere Grenzfläche und überlagert sich dieser Teilwelle.

Der Gangunterschied Δs zwischen den beiden reflektierten Teilstrahlen ist nach Abb. 10.8 bei einer Dicke d der Glasplatte:

$$\begin{aligned} \Delta s &= n(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD} \\ &= \frac{2nd}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha. \end{aligned}$$

Wegen $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ läßt sich dies umformen in

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{2nd}{\cos \beta} - \frac{2nd \sin^2 \beta}{\cos \beta} = 2nd \cos \beta \\ &= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (10.8)$$

Da bei der Reflexion entweder an der oberen oder an der unteren Grenzfläche ein Phasensprung von π auftritt (siehe Abschn. 8.5.8), ergibt sich insgesamt eine Phasendifferenz zwischen den beiden Teilwellen von

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta s - \pi. \quad (10.9)$$

Die beiden Teilwellen verstärken sich (konstruktive Interferenz) für $\Delta \varphi = m \cdot 2\pi$, während man für

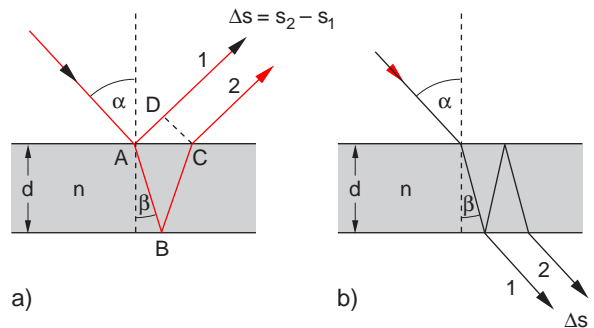


Abb. 10.8a,b. Zur Berechnung des Gangunterschiedes bei der Interferenz an einer planparallelen durchsichtigen Platte (a) im reflektierten Licht; (b) im transmittierten Licht

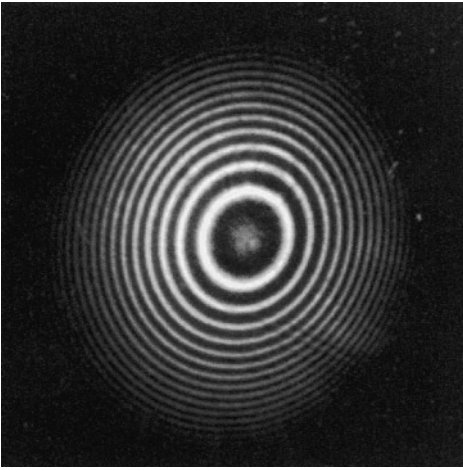


Abb. 10.9. Aufnahme der Interferenzringe im reflektierten Licht einer mit divergenter Argonlaserstrahlung beleuchteten planparallelen Glasplatte

$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$ minimale Intensität beobachtet. Beleuchtet man die planparallele Platte mit divergentem monochromatischem Licht der Wellenlänge λ_0 , das Teilstrahlen mit Einfallswinkeln α im Bereich $\alpha_0 \pm \Delta\alpha$ enthält, so erhält man für alle diejenigen Werte von α maximale Intensität, für die gilt:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (m + 1/2)\lambda . \quad (10.10)$$

Man beobachtet daher im reflektierten Licht ein System aus hellen und dunklen konzentrischen Ringen um die Normale auf der Platte (Abb. 10.9).

Auch für das transmittierte Licht ist der Gangunterschied zwischen zwei Teilbündeln durch (10.8) gegeben, wie man sich leicht anhand von Abb. 10.8b klarmachen kann. Hier fehlt jedoch der Phasensprung, so daß die Phasendifferenz statt (10.9) jetzt $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta s$ ist. Maximale Transmission ergibt sich daher für $\Delta s = m \cdot \lambda$. Die reflektierte Intensität wird dann minimal.

Für kleines Reflexionsvermögen $R \ll 1$ (z.B. eine unbeschichtete Glasplatte) kann man den Einfluß der mehrfach reflektierten Teilbündel vernachlässigen, und man hat ein Beispiel einer Zweistrahl-Interferenz. Es eignet sich gut zur Demonstration im Hörsaal, wie in Abb. 10.9 illustriert wird, wo die an einer dünnen Glasplatte entstehenden Interferenzringe bei divergenter Beleuchtung mit einem Argonlaser ge-

zeigt sind. Man kann die ganze Hörsaalwand mit diesem Ringsystem überdecken.

10.3.4 Michelson-Interferometer

Wir betrachten in Abb. 10.10 ein paralleles Lichtbündel (ebene Welle), das in z -Richtung läuft und am Strahlteiler ST in zwei Teilbündel aufgespalten wird. Das reflektierte Teilbündel wird in y -Richtung umgelenkt, am Spiegel M_1 reflektiert und trifft nach Transmission durch ST auf die x - z -Beobachtungsebene B . Das zweite Teilbündel wird zuerst durch ST transmittiert, am Spiegel M_2 reflektiert, dann an ST reflektiert und überlagert sich der ersten Teilwelle in der Beobachtungsebene, die für ideale ebene Spiegel und eine genau in z -Richtung einfallende ebene Welle eine Phasenfläche ist.

Wir wollen die vom Interferometer transmittierte Gesamtintensität I_T in der Ebene B als Funktion der Wegdifferenz $\Delta s = s_1 - s_2$ berechnen: Die einfallende ebene Welle sei

$$E_e = A_e \cos(\omega t - kz) . \quad (10.11a)$$

Sind R und T das Reflexions- bzw. Transmissionsvermögen des Strahlteilers ST, so gilt für die Amplitude der ersten Teilwelle in der Ebene B mit $A_e = |A_e|$:

$$|E_1| = \sqrt{R \cdot T} A_e \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) , \quad (10.11b)$$

wobei die Phase φ_1 vom optischen Weg $ST - M_1 - ST - B$ abhängt. Für die zweite Teilwelle erhalten wir

$$E_2 = \sqrt{R \cdot T} A_e \cos(\omega t + \varphi_2) . \quad (10.11c)$$

Die Amplituden beider Teilwellen in der Beobachtungsebene B sind also gleich, unabhängig vom Reflexionsvermögen R des Strahlteilers, da jede Teil-

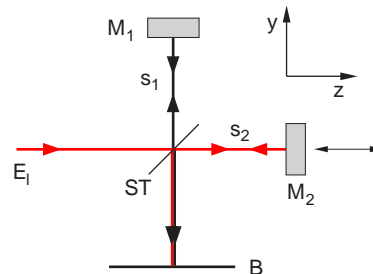


Abb. 10.10. Schematische Darstellung des Michelson-Interferometers

welle einmal am Strahlteiler reflektiert und einmal transmittiert wird. Dies gilt jedoch *nicht* für die in die Quelle zurückreflektierten Anteile!

Die gesamte durch B transmittierte Intensität I_T ist dann:

$$I_T = c\varepsilon_0(E_1 + E_2)^2 \quad (10.12)$$

$$= c\varepsilon_0RTA_e^2 [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2.$$

Da der Detektor B über die kurzen Lichtperioden $T = 2\pi/\omega$ mittelt, ergibt sich aus (10.12) wegen $\cos^2 \omega t = 1/2$ die zeitlich gemittelte Intensität

$$\bar{I} = RTI_0(1 + \cos \Delta\varphi), \quad (10.13)$$

wobei $I_0 = c\varepsilon_0E_e^2$ die einfallende Intensität und

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s$$

die Phasendifferenz zwischen den beiden Teilwellen ist, die von der Wegdifferenz $\Delta s = s_1 - s_2$ und von der Wellenlänge $\lambda = 2\pi c/\omega$ der einfallenden Welle abhängt. Für $R = T = 0,5$ ergibt sich mit $\bar{I}_0 = \frac{1}{2}I_0$ die transmittierte zeitlich gemittelte Intensität

$$\bar{I}_T = \frac{1}{2}\bar{I}_0(1 + \cos \Delta\varphi). \quad (10.13a)$$

Abhängig von der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ variiert die transmittierte Intensität zwischen der einfallenden Intensität \bar{I}_0 und Null (Abb. 10.11). Für $I_T = 0$ (d.h. $\Delta\varphi = (2m + 1) \cdot \pi$) wird das gesamte Licht in die Quelle zurückreflektiert.

Das Michelson-Interferometer mit $R = T = 0,5$ wirkt also als wellenlängenabhängiger Spiegel. Bei einer fest eingestellten Wegdifferenz Δs werden bei

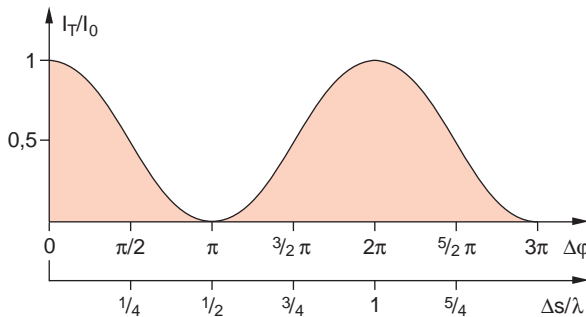
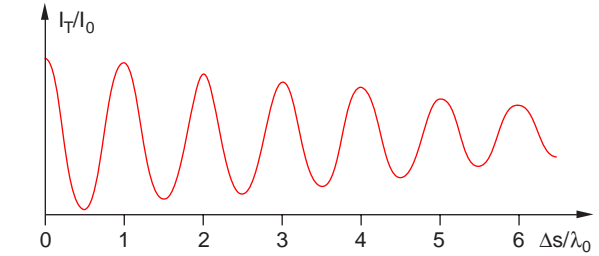
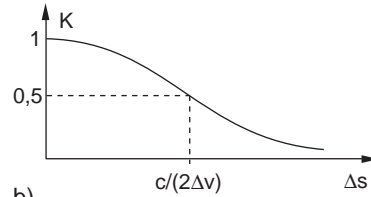


Abb. 10.11. Transmission des Michelson-Interferometers als Funktion des Wegunterschiedes $\Delta s/\lambda$ in Einheiten der Wellenlänge λ bei monochromatischer einfallender ebener Welle



a)



b)

Abb. 10.12. (a) Transmittierte Intensität $I_{T(\Delta s)}$ bei einer einfallenden Welle mit spektraler Bandbreite $\Delta\nu$. (b) Kontrastfunktion $K(\Delta s, \Delta\nu)$ für ein spektrales Gaußprofil mit Halbwertsbreite $\Delta\nu$

spektral breitbandiger Einstrahlung die Wellenlängen $\lambda_m = 2\Delta s/(2m + 1)$, $m = 0, 1, 2, \dots$ vollständig reflektiert, während die Anteile mit $\lambda_m = \Delta s/m$ völlig durchgelassen werden. Für die Wellenlängen λ zwischen diesen Extremen wird ein Teil der Strahlung durchgelassen, ein Teil reflektiert.

Das Michelson-Interferometer kann als sehr genaues Wellenlängenmeßgerät benutzt werden. Wird z.B. der Spiegel M_2 auf einen Mikrometerschlitten gesetzt, der kontinuierlich in z -Richtung verschoben werden kann, so lassen sich die während der Verschiebung in B auftretenden Intensitätsmaxima durch Photodetektoren messen und zählen. Treten bei einer Verschiebung um Δz N Interferenzmaxima auf, so ist die Wellenlänge λ durch

$$\lambda = \frac{\Delta s}{N} = \frac{2\Delta z}{N} \quad (10.14)$$

bestimmt. Natürlich darf die Wegdifferenz $\Delta s = 2\Delta z$ nicht größer als die Kohärenzlänge Δs_c werden, da für $\Delta s > \Delta s_c$ der Kontrast zwischen Interferenzmaxima und -minima

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

gegen Null geht (Abb. 10.12).

BEISPIEL

Wenn die spektrale Bandbreite der einfallenden Strahlung $\Delta\nu \leq 3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ ist, wird die Kohärenzlänge $\Delta s_c = c/\Delta\nu \geq 10 \text{ cm}$. Dann erhält man bei $\lambda = 500 \text{ nm}$ und einer Verschiebung um $\Delta s = 20 \text{ cm}$ von $\Delta z = -5 \text{ cm}$ bis $\Delta z = +5 \text{ cm}$ ($\Delta s = 2 \cdot \Delta z!$) eine Gesamtzahl $N = 4 \cdot 10^5$ von Interferenzmaxima. Ist die Genauigkeit der Messung $\Delta N = \pm 1$, so erreicht man eine Meßgenauigkeit von $\Delta\lambda = \pm 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ nm} = 1,25 \text{ pm}$, falls man Δz genau genug messen kann. Mit modernen Geräten kann man relative Genauigkeiten von besser als 10^{-8} realisieren, d.h. man kann Wellenlängen von 600 nm auf $\Delta\lambda = 6 \cdot 10^{-6} \text{ nm}$ genau messen [10.2,3]!

In der Praxis hat man bei der Verwendung üblicher Lichtquellen kein streng paralleles, sondern ein leicht divergentes Lichtbündel (Abb. 10.13). Die Teilstrahlen solcher Lichtbündel haben etwas unterschiedliche Neigungswinkel α gegen die z -Achse. Da der Wegunterschied $\Delta s = \Delta s_0 \cdot f(\alpha) \approx \Delta s_0 / \cos \alpha$ vom Winkel α abhängt, erhält man in der Ebene B keine gleichmäßige, von x und z unabhängige Intensität $I_T(s)$ wie bei streng parallelem Licht, sondern ein System aus hellen und dunklen Interferenzringen (siehe Abschn. 10.3.3

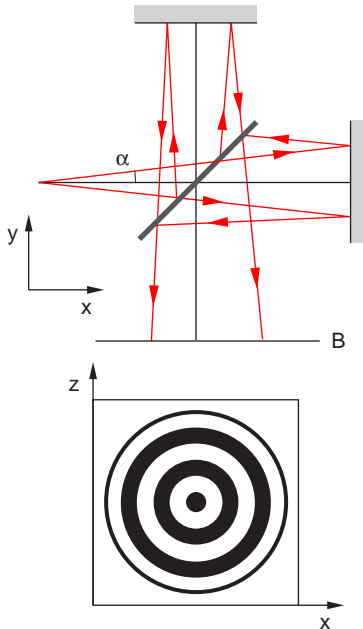


Abb. 10.13. Entstehung eines Interferenzringensystems bei divergenter einfallender Welle



Abb. 10.14. Albert Abraham Michelson (1852–1931). Mit freundlicher Genehmigung des Deutschen Museums, München

und Abb. 10.9). Für die hellen Ringe gilt die Bedingung $\Delta s = m \cdot \lambda$ und für die Minima $\Delta s = (2m + 1) \cdot \lambda/2$.

10.3.5 Das Michelson-Morley-Experiment

Ein solches Interferometer wurde 1887 von A. Michelson (Abb. 10.14) und E. Morley dazu benutzt, experimentell zu klären, ob es einen ruhenden „Weltäther“ geben kann, d.h. ein Medium, das den gesamten Raum ausfüllt und in dem sich die elektromagnetischen Wellen ausbreiten können, wie es die damals kontrovers diskutierte *Ätherhypothese* forderte. Das Experiment sollte die Bewegung der Erde relativ zu diesem Äther bestimmen, indem eine eventuell vorhandene Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit c von der Richtung gegen die Erdbeschwindigkeit gemessen werden sollte (siehe Bd. 1, Abschn. 3.4). Wenn es einen ruhenden Äther gäbe, sollte der Wert von c von der Richtung gegen v abhängen, wie man aus folgender analogen Überlegung einsieht:

Wirft man von einem fahrenden Schiff einen Stein ins Wasser, so breitet sich eine Welle mit Kreisen als

Phasenflächen aus, deren Phasengeschwindigkeit v_{ph} relativ zum Wasser unabhängig von der Richtung ist. Relativ zum Schiff, das die Geschwindigkeit v_S gegen das ruhende Wasser hat, ist die Phasengeschwindigkeit der Welle jedoch in Fahrtrichtung $v_{r_1} = v_{\text{ph}} - v_S$, während gegen die Fahrtrichtung $v_{r_2} = v_{\text{ph}} + v_S$ gilt. Aus der Messung von v_{r_1} und v_{r_2} läßt sich sowohl die Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = (v_{r_1} + v_{r_2})/2$ als auch die Schiffsgeschwindigkeit $v_S = (v_{r_2} - v_{r_1})/2$ bestimmen.

Durch entsprechende Versuche mit Lichtwellen hofften die Experimentatoren, sowohl die Lichtgeschwindigkeit c als auch die Geschwindigkeit v der Erde relativ zum ruhenden Äther ermitteln zu können. Durch viele frühere Versuche von *Fizeau*, *Michelson* und anderen Forschern war bereits festgestellt worden, daß die Erde bei ihrer Bewegung den „Äther“ nicht an ihrer Oberfläche mitführen kann [10.4]. Wenn sich die Erde mit der Geschwindigkeit v bewegt, hat der Äther dann die Geschwindigkeit $-v$ relativ zur Erde.

Orientiert man das Michelson-Interferometer so, daß der eine Teilarm parallel, der zweite senkrecht zur Erdgeschwindigkeit v steht (Abb. 10.15), so sollte für die Laufzeiten des Lichtes vom Strahlteiler zum Spiegel M_1 und zurück in dem parallelen Arm der Länge L gelten:

$$t_{\parallel} = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2cL}{c^2 - v^2} \quad (10.15a)$$

$$= \gamma^2 \frac{2L}{c} \quad \text{mit} \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2},$$

weil das Licht auf dem Hinweg *gegen* den Äther läuft, also die Geschwindigkeit $c-v$ relativ zur Erde, d.h. zur Meßapparatur haben sollte und auf dem Rückweg *mit* dem Äther läuft, so daß man die Geschwindigkeit $c+v$ erwarten würde.

Für den zu v senkrechten Arm bewegt sich der Spiegel M_2 während der Laufzeit t_2 um die Strecke $\Delta z = v \cdot t_2$. Der Lichtstrahl muß daher gegen den Vertikalarm geneigt sein, um den Spiegel M_2 zu erreichen. Die Neigung bestimmt sich aus der Vektoraddition der Strecken: $L + v \cdot t_2 = c \cdot t_2$ (Abb. 10.15c), die wiederum aus der Vektoraddition der Geschwindigkeiten folgt. Man entnimmt der Abb. 10.15 die Beziehung:

$$c^2 t_2^2 = v^2 t_2^2 + L^2,$$

so daß man für die Laufzeit $t_{\perp} = 2t_2$ (Hin- und Rückweg)

$$t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \gamma \cdot \frac{2L}{c} \quad (10.15b)$$

erhält. Der Zeitunterschied Δt zwischen den beiden Teilwellen beträgt daher

$$\Delta t = t_{\parallel} - t_{\perp} = \frac{2L}{c} (\gamma^2 - \gamma). \quad (10.16)$$

Da die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne $v \approx 3 \cdot 10^4$ m/s beträgt (die zusätzliche Geschwindigkeit auf Grund der Erdrotation beträgt bei der geographischen Breite $\varphi = 45^\circ$ nur $3,2 \cdot 10^2$ m/s, also nur 1% von v), wird $v^2/c^2 \approx 10^{-8}$, so daß wir γ und γ^2 nähern können durch

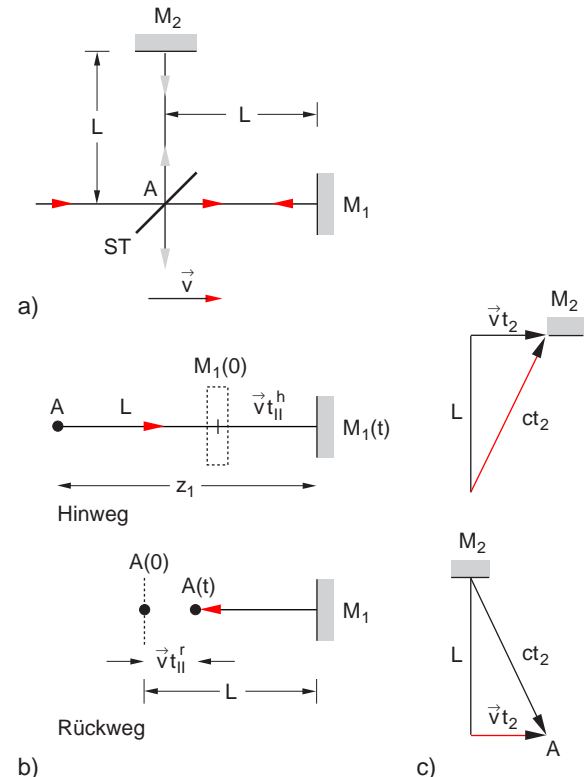


Abb. 10.15a–c. Zur Bestimmung einer eventuellen Zeitdifferenz zwischen den Lichtlaufzeiten der beiden Teilwellen im Michelson-Interferometer bei Existenz eines ruhenden Äthers. (a) Schematischer Versuchsaufbau, (b) Zeitdiagramm für den Laufweg parallel zu v , (c) senkrecht zu v

BEISPIELE

1. Eine kreisringförmige Blende mit den Radien ϱ_1 und ϱ_2 ergibt eine Feldamplitude $E_P = E_P^{(1)} - E_P^{(2)}$, wobei $E_P^{(i)}$ die von einer kreisförmigen Blende ϱ_i erzeugte Feldamplitude ist und man natürlich die unterschiedlichen Phasen von $E_P^{(1)}$ und $E_P^{(2)}$ im Punkte P berücksichtigen muß.
2. Benutzt man z.B. die Aufteilung einer rechteckigen Blende wie in Abb. 10.50a, so kann man die Beugungsverteilung hinter der komplizierten Öffnung σ_1 als Differenz

$$E_P(\sigma_1) = E_P(\sigma) - E_P(\sigma_2)$$

der Beugungsverteilung an zwei einfacheren Strukturen σ und σ_2 erhalten.

Man nennt zwei Öffnungen σ_1 und σ_2 *komplementär* zueinander, wenn σ_1 an den Stellen blockiert, am denen σ_2 Licht durchläßt. Weitere Beispiele für komplementäre Beugungsflächen sind eine kreisförmige Öffnung in einem undurchlässigem Schirm (Abb. 10.50b) und eine undurchlässige Kreisscheibe gleicher Größe oder ein Spalt und ein Draht gleicher Dicke (Abb. 10.50c).

Im Falle von Abb. 10.50b,c ergibt die Summe $\sigma_1 + \sigma_2$ die gesamte, unbegrenzte Fläche σ , die keine

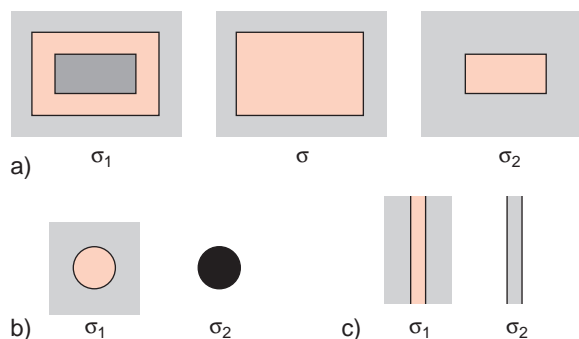


Abb. 10.50a–c. Komplementäre Beugungsflächen: (a) rechteckige Blenden, (b) kreisförmige Öffnung und undurchlässige Kreisscheibe gleicher Größe, (c) Spalt und Draht gleicher Dicke

Beugungserscheinungen erzeugt, weil sie keine Begrenzungen hat. Für die Beugungsverteilung der Feldstärken $E(P)$ gilt daher:

$$E_P(\sigma_1) = -E_P(\sigma_2)$$

Für die Intensitätsverteilungen $I(P) = |E_P|^2$ erhält man also das Ergebnis, daß die Beugungserscheinungen einer Blende und einer gleich großen Scheibe gleich sind, wenn man die auf geometrischem Wege (d.h. ohne Beugung) von der Lichtquelle S zum Punkt 1 gelangende Intensität abzieht.

ZUSAMMENFASSUNG

- Interferenzerscheinungen können beobachtet werden, wenn zwei oder mehr kohärente Teilwellen mit ortsabhängigen Phasendifferenzen in einem Raumgebiet überlagert werden. Das maximale Volumen, in dem kohärente Überlagerung möglich ist, heißt Kohärenzvolumen.
- Die kohärenten Teilwellen können realisiert werden entweder durch phasenstarre Kopplung mehrerer Sender oder durch Aufspalten einer Welle in Teilwellen, die nach Durchlaufen verschieden langer Wege s_i wieder überlagert werden. Maximale Intensität erhält man für $\Delta s = m \cdot \lambda$.
- Mit einem Zweistrahlinterferometer wurde von *Michelson* experimentell gezeigt, daß die Lichtgeschwindigkeit unabhängig vom Bewegungszustand von Quelle oder Beobachter ist.
- Vielstrahlinterferenz wird im Fabry-Perot-Interferometer ausgenutzt zur genauen Messung von Lichtwellenlängen, bei dielektrischen Spiegeln zur Realisierung gewünschter wellenlängenabhängiger Reflexionsvermögen $R(\lambda)$.
- Die Ausbreitung von Wellen kann durch das Huygenssche Prinzip beschrieben werden, nach dem jeder Punkt einer Phasenfläche einer Welle Ausgangspunkt einer Kugelwelle ist. Die Gesamtwelle ist die kohärente Überlagerung aller Sekundärwellen.
- Beugung von Wellen kann angesehen werden als Interferenz von Sekundärwellen, die aus einem

räumlich begrenzten Raumgebiet emittiert werden.

- Die durch Beugung einer Welle an einem Spalt der Breite b bewirkte Intensitätsverteilung ist

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2[\pi(b/\lambda) \sin \theta]}{[\pi(b/\lambda) \sin \theta]^2},$$

wobei θ der Winkel gegen die Ausbreitungsrichtung der einfallenden Welle ist.

- Die Intensitätsverteilung bei der Beugung an einer kreisförmigen Blende mit Radius R ist

$$I(\theta) = I_0 \frac{J_1^2[2\pi(R/\lambda) \sin \theta]}{[2\pi(R/\lambda) \sin \theta]^2},$$

wobei J_1 die Besselfunktion erster Ordnung ist.

- Bei einem Beugungsgitter wird die Intensitätsverteilung durch das Produkt zweier Faktoren bestimmt, wobei der erste Faktor die Beugung

am Einzelspalt beschreibt und der zweite Faktor die Interferenz der Teilbündel von den einzelnen Spalten.

- Fraunhoferbeugung beschreibt die Beugung von parallelen Lichtbündeln, Fresnelbeugung die von divergenten bzw. konvergenten Lichtbündeln.
- Durch Abblenden der ersten Fresnelzone kann die Intensität hinter der Blende erhöht werden.
- Mit Hilfe von Fresnellinsen (Fresnelsche Zonenplatten) kann eine optische Abbildung durch konstruktive Interferenz aller Lichtbündel, die durch geradzahlige bzw. ungeradzahlige Fresnelzonen durchgelassen werden, erzielt werden.
- Das Babinet'sche Theorem sagt aus, daß zwei komplementäre Schirme, bei denen Öffnungen und undurchsichtige Flächen vertauscht sind, außerhalb des Bereiches der geometrischen Optik dieselben Beugungserscheinungen liefern.

ÜBUNGS-AUFGABEN

- Zeigen Sie, daß der Ausdruck (10.5) für konstante Werte von Δs Hyperbeln $(x^2/a^2) - (y^2/b^2) = 1$ darstellt. Wie hängen a und b ab von Δs und vom Abstand $2d$ der virtuellen Lichtquellen?
 - Berechnen Sie für $z_0 \gg d$ den Scheitelabstand der Hyperbeln für $\Delta s = m \cdot \lambda$.
- Wie groß sind die Radien der Interferenzringe bei divergentem Lichteinfall in ein Michelson-Interferometer als Funktion der Wegdifferenz Δs ?
- Wieso entsteht in der Beobachtungsebene B des Michelson-Interferometers bei einer ebenen einfallenden Welle ein Interferenzstreifensystem, wenn einer der beiden Spiegel M_1 oder M_2 leicht verkippt wird? Wie groß ist der Abstand der Interferenzstreifen bei einem Verkipfungswinkel δ ?
- Wie groß ist das Reflexionsvermögen eines dielektrischen Spiegels mit zwei dielektrischen Schichten $n_2 = 1,8$, $n_3 = 1,3$ auf einem Glassubstrat mit $n_4 = 1,5$ in Luft mit $n_1 = 1$?
- Bestimmen Sie die Beugungsverteilung $I(\alpha)$ hinter einem Spalt der Breite D , wenn ein paralleles Lichtbündel der Wellenlänge λ unter dem Winkel α_0 gegen die Flächennormale auf den Spalt trifft. Zeigen Sie, daß die dabei erhaltene Verteilung $I(\alpha_0, \alpha)$ für $\alpha_0 = 0$ in (10.39) übergeht.
- Auf ein Beugungsgitter mit 1000 Furchen pro mm fällt ein paralleles Lichtbündel mit $\lambda = 480$ nm unter dem Einfallswinkel $\alpha = 30^\circ$ gegen die Gitternormale.
 - Unter welchem Winkel β erscheint die erste Beugungsordnung? Gibt es eine zweite Ordnung?
 - Wie groß muß der Blazewinkel θ sein?
 - Was ist der Winkelunterschied $\Delta\beta$ für zwei Wellenlängen $\lambda_1 = 480$ nm und $\lambda_2 = 481$ nm?
 - Wie groß darf die Spaltbreite b eines Gittermonochromators mit einem 10×10 mm Gitter und Brennweiten $f_1 = f_2 = 1$ m höchstens sein, um beide Wellenlängen noch trennen zu können? Wie groß ist die beugungsbedingte Fußpunktbreite des Spaltbildes?
- Das an einer auf Wasser ($n = 1,3$) schwimmenden dünnen Ölschicht ($n = 1,6$) reflektierte Sonnenlicht erscheint bei schräger Beleuchtung

- unter dem Winkel $\alpha = 45^\circ$ grün ($\lambda = 500 \text{ nm}$).
Wie dick ist die Schicht?
Welche Wellenlänge würde bei senkrechter ($\alpha = 0$) Beobachtung bevorzugt reflektiert?
8. Zwei planparallele rechteckige Glasplatten werden aufeinander gelegt, wobei auf einer Kante ein dünner Papierstreifen der Dicke d als Abstandhalter dient, so daß zwischen den Platten eine keilförmige Luftschicht entsteht. Bei senkrechter Beleuchtung mit parallelem Licht ($\lambda = 589 \text{ nm}$) beobachtet man zwölf Interferenzstreifen pro cm. Wie groß ist der Keilwinkel zwischen den Platten?
9. Der eine Spalt in einem Youngschen Doppelspaltexperiment möge doppelt so breit sein wie der zweite. Wie sieht die Intensitätsverteilung auf einem weit entfernten Schirm hinter den Spalten aus?
10. Das Beugungsmaximum erster Ordnung bei der Beugung an einem Spalt liegt nicht genau in der Mitte zwischen dem ersten und zweiten Beugungsminimum. Wie groß ist die relative Abweichung?
11. Ein Laserstrahl ($\lambda = 600 \text{ nm}$) wird durch ein Teleskop auf ein Parallellichtbündel mit 1 m Durchmesser aufgeweitet und zum Mond geschickt.
- a) Wie groß ist der Lichtfleck auf dem Mond, wenn die Luftunruhe der Erdatmosphäre vernachlässigt wird?
- b) Welche Leistung des an einem Retroreflektor ($0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$ Fläche) auf dem Mond reflektierten Lichtes empfängt das Teleskop, wenn die von der Erde ausgesandte Leistung 10^8 W war?
- c) Wie groß wäre diese Leistung, wenn das Licht ohne Retroreflektor vom Mond diffus (gleichmäßig in alle Richtungen des Raumwinkels $\Omega = 2\pi$) mit einem Reflexionsvermögen $R = 0,3$ reflektiert würde?
12. a) Beweisen Sie, daß für eine einfache Antireflexschicht (10.38) gilt. Berücksichtigen Sie dabei die beiden Möglichkeiten für den Brechungsindex n_1 der Schicht, und wählen Sie die Schichtdicken entsprechend.
- b) Zeigen Sie, daß man schon bei Berücksichtigung zweier reflektierter Strahlen ein zufriedenstellendes Ergebnis erhält.