

S. Brandt H. D. Dahmen

---

# MECHANIK

Eine Einführung in Experiment  
und Theorie

Dritte, völlig neubearbeitete Auflage  
mit 270 Abbildungen, 10 Tabellen, 52 Experimenten  
und 145 Aufgaben mit Hinweisen und Lösungen



Springer

Professor Dr. Siegmund Brandt  
Professor Dr. Hans Dieter Dahmen  
Fachbereich Physik, Universität Gesamthochschule Siegen,  
D-57068 Siegen

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

**Brandt, Siegmund:** Mechanik: Eine Einführung in Experiment und Theorie;  
mit 10 Tabellen, 52 Experimenten, 145 Aufgaben mit Hinweisen und Lösungen  
S. Brandt; H. D. Dahmen. – Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Budapest;  
Hong Kong; London; Mailand; Paris; Tokyo: Springer, 1996 (Springer Lehrbuch)  
ISBN 3-540-59319-5  
NE: Dahmen, Hans Dieter

---

Die zweite Auflage erschien unter  
*Physik – Eine Einführung in Experiment und Theorie, Bd.1 – Mechanik*

---

ISBN 3-540-59319-5 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

ISBN 3-540-13806-4 2. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1977, 1984, 1996  
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz: Reproduktionsfertige Vorlage vom Autor mit Springer  $\text{\TeX}$ -Makros  
SPIN: 10089438 56/3144 - 5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kinematik</b> .....	1
1.1	Massenpunkt. Vektoren von Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung .....	1
1.2	Anwendungen .....	4
1.2.1	Gleichförmig geradlinige Bewegung .....	4
1.2.2	Gleichmäßig beschleunigte Bewegung .....	4
1.2.3	Gleichförmige Kreisbewegung .....	6
1.2.4	Superposition von Bewegungen .....	8
1.3	Einheitert von Länge und Zeit. Dimensionen. Einheitensysteme .....	9
1.4	Aufgaben .....	11
<b>2</b>	<b>Dynamik eines einzelnen Massenpunktes</b> .....	13
2.1	Schwere Masse. Dichte .....	13
2.2	Kraft .....	15
2.2.1	Kraft als Vektorgröße .....	15
2.2.2	Beispiele von Kräften, Gewicht, Reibungskraft, Federkraft. Reduzierung der Reibung durch Luftkissen .....	17
2.3	Erstes Newtonsches Gesetz .....	20
2.4	Zweites Newtonsches Gesetz. Träge Masse .....	21
2.5	Drittes Newtonsches Gesetz .....	27
2.6	Anwendungen: Federpendel. Mathematisches Pendel. Fall und Wurf .....	27
2.6.1	Federpendel (eindimensionaler harmonischer Oszillator) .....	28
2.6.2	Mathematisches Pendel .....	33
2.6.3	Fall und Wurf .....	36
2.6.4	Wurf mit Reibung .....	38
2.7	Impuls .....	41
2.8	Arbeit .....	42

2.9	Kraftfelder. Feldstärke. Gravitationsgesetz .....	44
2.10	Potential. Potentielle Energie .....	51
2.11	Konservatives Kraftfeld als Gradient des Potentialfeldes ...	53
2.12	Kinetische Energie .....	54
2.13	Energieerhaltungssatz für konservative Kraftfelder .....	55
2.14	Einheiten der Energie. Leistung und Wirkung .....	57
2.15	Drehimpuls und Drehmoment .....	58
2.16	Bewegung im Zentralfeld .....	59
2.17	Bewegung im zentralen Gravitationsfeld .....	59
2.18	Beschreibung der Planetenbewegung im Impulsraum .....	66
2.19	Aufgaben .....	69
<b>3</b>	<b>Dynamik mehrerer Massenpunkte .....</b>	<b>73</b>
3.1	Impuls eines Systems zweier Massenpunkte. Schwerpunkt. Impulserhaltungssatz .....	73
3.2	Verallgemeinerung auf mehrere Massenpunkte. Schwerpunktsystem .....	76
3.3	Energieerhaltungssatz .....	79
3.4	Drehimpuls. Drehimpulserhaltungssatz .....	84
3.5	Zweikörperproblem .....	87
3.5.1	Schwerpunkt- und Relativkoordinaten .....	87
3.5.2	Planetenbewegung .....	88
3.5.3	Elastischer Stoß .....	89
3.6	Mehrkörperproblem .....	92
3.6.1	Numerische Lösung .....	92
3.6.2	Beispiele zum Dreikörperproblem .....	94
3.7	Aufgaben .....	96
<b>4</b>	<b>Starrer Körper. Feste Achsen .....</b>	<b>99</b>
4.1	Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit .....	99
4.2	Impuls. Zentripetalkraft .....	101
4.3	Drehimpuls und Trägheitsmoment. Bewegungsgleichung ..	102
4.4	Bewegung im Schwerfeld. Physikalisches Pendel .....	106
4.5	Steinerscher Satz .....	109
4.6	Rotationsenergie. Energieerhaltung .....	111
4.7	Aufgaben .....	112
<b>5</b>	<b>Inertialsysteme .....</b>	<b>117</b>
5.1	Translationen .....	117
5.2	Rotation des Koordinatensystems .....	121
5.3	Galilei-Transformationen .....	123
5.4	Aufgaben .....	127

<b>6 Nichtinertialsysteme</b> .....	131
6.1 Beschleunigtes Bezugssystem .....	131
6.2 Zeitabhängige Rotation .....	133
6.3 Gleichförmig rotierendes Bezugssystem. Zentrifugalkraft. Corioliskraft .....	135
6.4 Aufgaben .....	143
<b>7 Starrer Körper. Bewegliche Achsen</b> .....	148
7.1 Die Freiheitsgrade des starren Körpers .....	148
7.2 Eulersches Theorem. Zeitableitung beliebiger Vektoren .....	151
7.3 Drehimpuls und Trägheitsmoment des starren Körpers bei Rotation um einen festen Punkt .....	152
7.4 Trägheitstensoren verschiedener Körper. Hauptträgheitsachsen .....	157
7.5 Drehimpuls und Trägheitsmoment um feste Achsen .....	161
7.6 Trägheitsellipsoid .....	162
7.7 Steinerscher Satz .....	164
7.8 Bewegungsgleichungen des starren Körpers. Drehimpulserhaltungssatz. Eulersche Gleichungen .....	165
7.9 Kinetische Energie des starren Körpers. Translationsenergie. Rotationsenergie. Energieerhaltungssatz	168
7.10 Kräftefreier Kugelkreisel .....	171
7.11 Kräftefreie Rotation um eine Hauptträgheitsachse .....	172
7.12 Kräftefreie Rotation um eine beliebige Achse. Poinsotsche Konstruktion .....	178
7.13 Symmetrischer Kreisel .....	180
7.14 Kreisel unter der Einwirkung von Kräften. Larmor-Präzession .....	184
7.15 Aufgaben .....	186
<b>8 Schwingungen</b> .....	189
8.1 Vorbemerkungen .....	189
8.2 Ungedämpfte Schwingung. Komplexe Schreibweise .....	190
8.3 Phasenebene .....	192
8.4 Gedämpfte Schwingung .....	194
8.5 Erzwungene Schwingung .....	201
8.5.1 Erregter Oszillator. Schwingungsgleichung .....	201
8.5.2 Lösung der Schwingungsgleichung .....	204
8.5.3 Stationäre Schwingung .....	206
8.5.4 Energie- und Leistungsbilanz. Resonanz .....	209
8.5.5 Einschwingvorgang .....	215
8.5.6 Grenzfall verschwindender Dämpfung. Schwebung	217
8.5.7 Resonanzkatastrophe .....	219

8.6	Gekoppelte Oszillatoren .....	220
8.7	Aufgaben .....	232
<b>9</b>	<b>Nichtlineare Dynamik. Deterministisches Chaos</b> .....	<b>233</b>
9.1	Duffing-Oszillator .....	233
9.2	Lineare Bewegungsgleichung. Stabilität. Fixpunkte .....	239
9.3	Nichtlineare Bewegungsgleichung. Linearisierung .....	249
9.4	Grenzmengen. Attraktoren. Poincaré-Darstellung .....	254
9.5	Stabile und seltsame Attraktoren. Deterministisches Chaos	258
9.6	Feigenbaum-Diagramm .....	260
9.7	Hysterese .....	263
9.8	Aufgaben .....	268
<b>10</b>	<b>Wellen auf ein- und zweidimensionalen Trägern</b> .....	<b>270</b>
10.1	Longitudinale Wellen .....	270
10.2	Transversale Wellen .....	273
10.3	Allgemeine Lösung der Wellengleichung .....	276
10.4	Harmonische Wellen .....	277
10.5	Superpositionsprinzip .....	280
10.6	Energiedichte und Energiestromdichte .....	281
10.7	Reflexion .....	284
10.8	Stehende Wellen .....	291
10.9	Laufende Welle auf eingespannter Saite .....	296
10.10	Membranschwingungen .....	299
10.11	Aufgaben .....	303
<b>11</b>	<b>Elastizität</b> .....	<b>307</b>
11.1	Elastische Körper .....	307
11.2	Dehnung .....	310
11.3	Dehnung und Querkontraktion .....	312
11.4	Spannungs- und Verzerrungstensor für den längsverzerrten Quader .....	314
11.5	Lokaler Verzerrungstensor .....	320
11.6	Lokaler Spannungstensor .....	326
11.7	Kraftdichte .....	330
11.8	Lokales Hookesches Gesetz .....	332
11.9	Scherung .....	333
11.10	Torsion .....	337
11.11	Biegung .....	341
11.12	Aufgaben .....	345

<b>12 Wellen in elastischen Medien</b> .....	349
12.1 Eulersche Bewegungsgleichung elastischer Medien .....	349
12.2 Zerlegung in Quell- und Wirbelfeld .....	350
12.3 Das Quellfeld. Longitudinalwellen im unendlich ausgedehnten Medium .....	352
12.4 Das Wirbelfeld. Transversalwellen im unendlich ausgedehnten Medium .....	355
12.5 Verzerrungs- und Spannungstensoren von Transversal- und Longitudinalwellen .....	357
12.6 Reflexion und Brechung der Transversal- und Longitudinalwelle an der Oberfläche eines Mediums .....	359
12.7 Transversal- und Longitudinalwellen in einer Materialplatte	364
12.8 Aufgaben .....	367
<b>13 Hydrodynamik</b> .....	372
13.1 Deformation eines Flüssigkeitselementes .....	372
13.2 Rotations- und Verzerrungsgeschwindigkeitstensor .....	374
13.3 Kontinuitätsgleichung .....	378
13.4 Konservative äußere und innere Kräfte .....	379
13.5 Ideale Flüssigkeiten. Eulersche Bewegungsgleichung .....	382
13.6 Hydrostatik .....	383
13.7 Gleichförmig rotierende, inkompressible, ideale Flüssigkeit im Schwerfeld .....	386
13.8 Stationäre Strömung einer inkompressiblen Flüssigkeit. Bernoulli-Gleichung .....	390
13.9 Energiesatz für die nichtstationäre Strömung der idealen Flüssigkeit .....	393
13.10 Spannungstensor der Reibung einer zähen Flüssigkeit. Stokessches Reibungsgesetz .....	396
13.11 Navier-Stokes-Gleichung. Ähnlichkeitsgesetze .....	400
13.12 Strömung durch Röhren. Hagen-Poiseuille-Gesetz .....	402
13.13 Reibungswiderstand einer Kugel in einer zähen Flüssigkeit. Stokessches Reibungsgesetz ...	405
13.14 Aufgaben .....	406
<b>Anhang</b>	
<b>A Vektoren</b> .....	408
A.1 Begriff des Vektors .....	408
A.2 Vektoralgebra in koordinatenfreier Schreibweise .....	409
A.2.1 Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl .....	409
A.2.2 Addition und Subtraktion von Vektoren .....	409

A.2.3	Skalarprodukt .....	410
A.2.4	Vektorprodukt .....	412
A.2.5	Spatprodukt .....	413
A.2.6	Entwicklungssatz .....	414
A.3	Vektoralgebra in Koordinatenschreibweise .....	416
A.3.1	Einheitsvektor. Kartesisches Koordinatensystem. Vektorkomponenten .....	416
A.3.2	Rechenregeln .....	419
A.4	Differentiation eines Vektors nach einem Parameter .....	422
A.4.1	Vektor als Funktion eines Parameters. Ortsvektor ..	422
A.4.2	Ableitungen .....	423
A.5	Nichtkartesische Koordinatensysteme .....	424
A.5.1	Kugelkoordinaten .....	425
A.5.2	Zylinderkoordinaten .....	427
A.5.3	Ebene Polarkoordinaten .....	428
A.6	Aufgaben .....	431
<b>B</b>	<b>Tensoren</b> .....	433
B.1	Basistensoren .....	433
B.2	Allgemeine Tensoren. Rechenregeln .....	433
B.3	Darstellung durch Links- und Rechtsvektoren .....	436
B.4	Produkt von Tensor und Vektor .....	436
B.5	Produkt zweier Tensoren .....	438
B.6	Vektorprodukt in Tensorschreibweise .....	439
B.7	Matrizenrechnung .....	440
B.8	Determinante .....	442
B.9	Matrixinversion .....	444
B.10	Zerlegung in symmetrische und antisymmetrische Tensoren	445
B.11	Abbildungen durch einfache Tensoren .....	446
B.12	Rotation .....	452
B.13	Infinitesimale Rotation .....	457
B.14	Basiswechsel .....	458
B.15	Hauptachsentransformation .....	461
B.16	Aufgaben .....	466
<b>C</b>	<b>Vektoranalysis</b> .....	468
C.1	Skalarfelder und Vektorfelder .....	468
C.2	Partielle Ableitungen. Richtungsableitung. Gradient .....	470
C.3	Nabla-Operator in Kugel- und Zylinderkoordinaten .....	477
C.4	Divergenz .....	478
C.5	Rotation .....	481
C.6	Laplace-Operator .....	484
C.7	Totale Zeitableitung .....	485



C.8	Einfache Rechenregeln für den Nabla-Operator .....	486
C.9	Linienintegral .....	487
C.10	Wegunabhängiges Linienintegral. Potentialfunktion eines Vektorfeldes .....	491
C.11	Oberflächenintegral .....	492
C.12	Volumenintegral .....	499
C.13	Integralsatz von Stokes .....	502
C.14	Integralsatz von Gauß .....	506
C.15	Aufgaben .....	508
<b>D</b>	<b>Taylor-Reihen</b> .....	511
<b>E</b>	<b>Komplexe Zahlen</b> .....	514
<b>F</b>	<b>Die wichtigsten SI-Einheiten der Mechanik</b> .....	520
	<b>Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben</b> .....	522
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	545