

Vorwort

Der hiermit vorgelegte dritte Band des vierbändigen Lehrbuches der Experimentalphysik möchte die in den beiden ersten Bänden vorausgesetzte ungefähre, aber meistens noch etwas vage Kenntnis des Aufbaus aller makroskopischer Körper aus Atomen und Molekülen vertiefen und quantifizieren. Dadurch soll den Studierenden eine physikalische Einsicht in das mikroskopische Modell der Struktur und der Dynamik von Atomen, Molekülen und Festkörpern vermittelt werden.

Das Buch beginnt, nach einem Übersichtskapitel über Bedeutung und Anwendung der Atom-, Molekül- und Festkörperphysik, mit den verschiedenen historischen experimentellen Ergebnissen zur Untermauerung der Existenz von Atomen, zur Ermittlung ihrer Größe und Masse, ihres elektrischen Aufbaus und der Ladungs- und Masseverteilung im Atom. Den experimentellen Befunden, der daraus hergeleiteten Modellvorstellung von Materiewellen und dem vielzitierten Welle-Teilchen-Dualismus ist Kap. 3 gewidmet.

In Kap. 4 wird an einfachen Beispielen die Bedeutung der Wellenfunktion und ihre mathematische Bestimmung als Lösungsfunktion der Schrödingergleichung illustriert. Die Anwendung der Schrödingergleichung auf reale Atome und die Grenzen der Anwendbarkeit werden in Kap. 5 am Beispiel des Wasserstoffatoms als dem einfachsten aller Atome demonstriert und dann im Kap. 6 auf Mehrelektronenatome erweitert.

Die Wechselwirkung von Licht mit Atomen, die Grundlage jeder Spektroskopie, wird in Kap. 7 behandelt, wo auch die Voraussetzungen geschaffen werden zum genaueren Verständnis der Laser, welche Gegenstand von Kap. 8 sind.

Das weite Gebiet der Molekülphysik ist hier im Rahmen einer Einführung auf nur ein Kapitel komprimiert. Dabei soll, trotz des knappen Umfangs der Darstellung, ein quantitatives Verständnis folgender Fragen erreicht werden:

Warum können neutrale Atome sich zu Molekülen verbinden und wovon hängt die Bindungsstärke ab? Wie lernt man aus spektroskopischen Daten etwas über Größe, geometrische Struktur und mögliche Energiezustände von Molekülen? Wie kann man chemische Reaktionen auf molekularer Ebene betrachten? Eine Auswahl experimenteller Verfahren der Atom- und Molekülphysik schließt diesen Teil des Lehrbuches ab.

Die letzten Kapitel befassen sich mit Aspekten der Festkörperphysik. Nach der Darstellung der räumlichen Struktur einkristalliner Festkörper und der Vorstellung experimenteller Methoden der Strukturbestimmung wird in Kap. 12 die Dynamik von Festkörpern behandelt. Die Schwingungen von Kristallgittern und ihr Zusammenhang mit der spezifischen Wärme werden eingehender behandelt und experimentelle Methoden zur Bestimmung von Phononenspektren erläutert.

Für Anwendungen in der Elektronik spielen die Elektronen in Metallen und Halbleitern eine entscheidende Rolle. Ihnen sind die Kap. 13 und 14 gewidmet.

Im Schlußkapitel werden einige Grenzgebiete der Festkörperphysik, die in letzter Zeit wachsende Forschungsaktivitäten erfahren haben, kurz umrissen. Dies sind amorphe Festkörper, wie Silikatgläser und metallische Gläser, sowie Flüssigkeiten und Flüssigkristalle.

Dieses Lehrbuch ist zum Gebrauch neben Vorlesungen gedacht. Es enthält mehr Stoff, als man in einer vierstündigen Vorlesung behandeln kann, weil für den interessierten Studenten einige Problemkreise detaillierter dargestellt sind, als dies in einer einführenden Vorlesung möglich ist. Die zentralen Gebiete sind jedoch so ausgewählt, daß spätere weiterführende Vorlesungen im Hauptstudium darauf aufbauen können.

Natürlich ist die Stoffauswahl in einem Lehrbuch zum Teil durch die individuelle Wichtung des Autors bestimmt. Der Autor hofft, daß die hier getroffene Auswahl zu einem vertieften Überblick über die Physik der Atome, Moleküle und festen Körper verhilft und die Zusammenhänge zwischen Teilgebieten verdeutlichen kann.

Zum Gelingen des Buches haben viele Leute mitgeholfen. Zuerst ist hier Herr Dipl.-Phys. G. Imsieke zu nennen, der durch kritische Anmerkungen für Verbesserung der Darstellung gesorgt hat und auch zur Text- und Bildgestaltung sehr hilfreich beigetragen hat. Herrn T. Schmidt, der die Textfassung und den Satz in $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ übernommen hat und Frau S. Legner sowie den Herren M. Barth, S. Blaurock, R. Deike und D. Weigenand, welche die Computerform der vielen Abbildungen gefertigt haben, sei herzlich gedankt. Frau A. Kübler und Herrn Dr. H.-J. Kölsch vom Springer-Verlag danke ich für die gute Zusammenarbeit. Frau Heider, die große Teile des Manuskripts geschrieben hat, sei hier sehr herzlich gedankt. Besonderer Dank gebührt meiner lieben Frau, die mir durch ihre Unterstützung die Zeit und Ruhe zum Schreiben ermöglicht hat und mit großem Verständnis die Einschränkungen der für die Familie zur Verfügung stehenden Zeit mitgetragen hat.

Auch für dieses Buch wünscht sich der Autor kritische Leser, die mit Hinweisen auf mögliche Fehler oder mit Verbesserungsvorschlägen zur Optimierung des Lehrbuches beitragen. Nach der überwiegend positiven Aufnahme der ersten beiden Bände hoffe ich, daß auch der dritte Band hilft, den Studierenden durch viele Beispiele und Aufgaben das Verständnis des Stoffes zu erleichtern und die eigene Aktivität beim Lösen von Problemen zu fördern, so daß die Freude an diesem interessanten Gebiet vertieft wird.

Kaiserslautern,
im Juni 1996

Wolfgang Demtröder

2. Entwicklung der Atomvorstellung

Unsere heutige Kenntnis über Größe und innere Struktur von Atomen steht am Ende einer langen Entwicklung von Ideen und Vorstellungen, die auf Spekulationen und auf experimentellen Hinweisen beruhten und oft nicht frei von Irrtümern waren. Erst im Laufe des 19. Jahrhunderts wurden durch eine zunehmende Zahl detaillierter Experimente und durch theoretische Modelle, die erfolgreich makroskopische Phänomene auf die mikroskopische atomare Struktur der Materie zurückführten, die Beweise für die Existenz von Atomen immer überzeugender. Jedoch gab es um 1900 einige bekannte Chemiker wie z.B. *Wilhelm Ostwald* (1853–1932) und Physiker wie *Ernst Mach* (1838–1916), welche die reale Existenz von Atomen leugneten und eine bereits durch viele experimentelle Erfahrungen gestützte Atomvorstellung lediglich als eine Arbeitshypothese akzeptierten, mit der man viele Phänomene einfacher erklären könne, die aber mit der Wirklichkeit nichts zu tun habe.

Wir wollen deshalb in diesem Kapitel nach einem kurzen historischen Überblick zuerst die wichtigsten experimentellen Hinweise auf die Existenz von Atomen behandeln und dann Meßmethoden zur quantitativen Bestimmung von Atomeigenschaften wie Größe, Masse, Ladung und Struktur besprechen, um zu zeigen, daß eine Fülle experimenteller Ergebnisse alle Zweifel an der Existenz von Atomen widerlegen und sehr detaillierte Informationen über ihren inneren Aufbau liefern.

2.1 Historische Entwicklung

Die ältesten überlieferten Vorstellungen über eine atomare Struktur der Materie stammen von dem griechischen Naturphilosophen *Leukipp* (etwa um 440 v. Chr.) und seinem Schüler *Demokrit* (etwa 460–370 v. Chr.) (Abb. 2.1), die lehrten, daß alle Naturkörper aus „un-



Abb. 2.1. *Demokrit*. Aus K. Faßmann: *Die Großen*. Bd. I/2 (mit freundlicher Genehmigung des Kindler-Verlages, München)

endlich kleinen“, raumfüllenden, gänzlich unteilbaren Partikeln bestünden, die sie Atome (vom griechischen *ἄτομος* = unteilbar) nannten. Außerhalb der Atome ist nur leerer Raum. Verschiedene Atome unterscheiden sich in Größe und Gestalt, und die charakteristischen Eigenschaften makroskopischer Körper werden nach diesem Modell nur durch die verschiedenen Anordnungen gleicher oder unterschiedlicher Atome bewirkt. Alles Werden besteht aus einer Änderung der Zusammensetzung. Aus Wirbelbewegungen und Zusammenstößen von Atomen sollten alle Dinge entstehen.

Hier begegnen wir zum ersten Mal einer durchaus modernen Auffassung, daß die Eigenschaften eines makroskopischen Körpers auf die Eigenschaften seiner Bestandteile zurückgeführt werden können. Dieses Modell ist eine Fortentwicklung der Elementehypothese

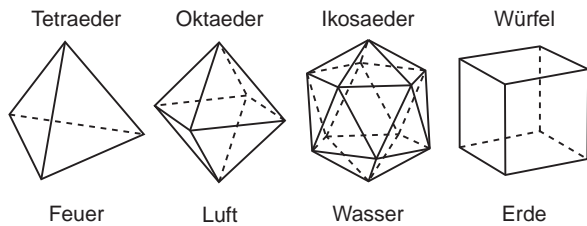


Abb. 2.2. Die Platonischen Körper

se des *Empedokles* (490–430 v. Chr.), nach der alle Dinge aus den vier Elementen Feuer, Wasser, Luft und Erde bestehen sollen. Die Lehre des *Demokrit* stellt in gewisser Weise eine Symbiose zweier unterschiedlicher Betrachtungsweisen der Vorsokratiker dar: der statischen Hypothese des *Parmenides* (um 480 v. Chr.) vom ruhenden unveränderlichen Sein und der Lehre des *Heraklit* (um 480 v. Chr.), in der sich alle Dinge verändern, in der also das Werden statt des Seins im Mittelpunkt steht.

Die Atome des *Demokrit* stellen die unveränderlichen Elemente des Seins dar, während durch ihre Bewegung und ihre wechselnde Zusammensetzung die Vielfalt der Dinge und ihre zeitliche Veränderung entsteht [2.1–3].

Platon (427–347 v. Chr.) ging einen Schritt weiter in der Abstraktion der Bausteine der Welt. Er griff die Hypothese der vier Grundelemente wieder auf, ordnete aber diesen Elementen reguläre geometrische Körper zu, die von regelmäßigen, symmetrischen Dreiecken oder Vierecken begrenzt werden (Abb. 2.2). So wird dem Feuer das Tetraeder (von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt) zugeordnet, der Luft das Oktaeder (acht gleichseitige Dreiecke), dem Wasser das Ikosaeder (20 gleichseitige Dreiecke) und der Erde, als Sonderstellung, der Würfel (sechs Quadrate, bzw. zwölf gleichschenklige Dreiecke).

Die platonische Lehre führt die Atome also *nicht* auf Stoffliches zurück, sondern auf rein mathematische Raumformen. Diese „mathematischen Atome“ können durch Umordnen der elementaren Bausteine, der Dreiecke, ineinander umgeformt werden und sich dadurch verändern, wodurch die Veränderung mikroskopischer Materie erklärt werden sollte.

Aristoteles (384–322 v. Chr.) hat den Atomismus im wesentlichen abgelehnt, weil er seiner Vorstellung eines kontinuierlichen materieerfüllten Raumes widersprach. Er glaubte nicht an die Existenz des leeren

Raumes zwischen den Atomen. Die Ideen *Demokrits* erfuhren erst durch *Epikur* (341–271 v. Chr.) eine Neu belebung und Erweiterung, der den Atomen *Demokrits* neben ihrer räumlichen Ausdehnung und Gestalt auch die Eigenschaft der Schwere zuschrieb. Die Atomlehre geriet dann für viele Jahrhunderte in Vergessenheit. Der christlichen Kirche erschien die Lehre von der Zusammensetzung aller Dinge (auch der lebenden Wesen) aus Atomen als eine materialistische Hypothese, die dem Schöpfungsgedanken widersprach und deshalb verworfen wurde. Es gab, beeinflusst durch arabische Gelehrte, gelegentlich Ansätze zu atomistischen Theorien, die sich aber gegen den Widerstand der Kirche nicht durchsetzen konnten. So wurde z.B. der Nominalist *Nikolaus von Autrecourt* in Frankreich 1348 gezwungen, eine von ihm entwickelte Atomlehre zu widerrufen.

Der eigentliche Durchbruch einer modernen Atomlehre wurde im 17. Jahrhundert durch Chemiker bewirkt [2.4], die durch genaue Wägung der Massen von Reaktanden und Reaktionsprodukten bei chemischen Reaktionen herausfanden, daß ihre Ergebnisse am einfachsten erklärt werden konnten durch die Annahme, daß alle Stoffe aus Atomen bestehen, die sich zu Molekülen verbinden können (siehe unten).

Nach diesen immer zahlreicher werdenden experimentellen Hinweisen auf die Existenz von Atomen bekam die Atomhypothese einen mächtigen Bundesgenossen von theoretischer Seite, als es *Rudolf Julius Clausius* (1822–1888), *James Clerk Maxwell* (1831–1879) und *Ludwig Boltzmann* (1844–1906) gelang, mit Hilfe ihrer kinetischen Gastheorie (siehe Bd. 1, Kap. 7) die makroskopischen Eigenschaften der Gase wie Druck, Temperatur oder spezifische Wärme zurückzuführen auf Atome, die verschiedene kinetische Energien haben und miteinander durch Stöße wechselwirken können.

Die Aufklärung der Atomgröße und der Atomstruktur, d.h. der Massen- und Ladungsverteilung innerhalb eines Atoms, gelang erst im 20. Jahrhundert. Die vollständige theoretische Beschreibung wurde nach 1930 durch die Entwicklung der Quantentheorie möglich.

In Anhang A.1 wird noch einmal an Hand historischer Daten ein summarischer Überblick über die Geschichte der Atomphysik gegeben. Detaillierte Darstellungen findet man in der Literatur unter [2.1–5].

2.2 Experimentelle und theoretische Hinweise auf die Existenz von Atomen

Bevor wir die verschiedenen Methoden zum experimentellen „Beweis“ der Atomvorstellung behandeln, ist ein allgemeiner Hinweis nützlich, der oft zu wenig beachtet wird:

Die Objekte der Atomphysik sind, anders als Körper in der makroskopischen Welt, nicht direkt sichtbar. Man muß deshalb zu ihrer Untersuchung indirekte Methoden anwenden, deren experimentelles Ergebnis im allgemeinen einer sorgfältigen Interpretation bedarf, um richtige Rückschlüsse auf das untersuchte Objekt zu ermöglichen. Diese Interpretation beruht auf Annahmen, die auf theoretischen Überlegungen oder auf Ergebnissen aus anderen Experimenten basieren.

Da man nicht in allen Fällen weiß, ob diese Annahmen zutreffen, ist die Erkenntnisgewinnung in der Atomphysik im allgemeinen ein iterativer Prozeß: Auf Grund der Ergebnisse eines Experimentes entwirft man ein Modell des untersuchten Objektes und überlegt, wie sich ein solches Modell bei andersartigen Experimenten verhalten sollte. Die neuen Experimente bestätigen entweder das Modell oder führen zu einer Modifikation. So läßt sich durch Zusammenarbeit zwischen Experimentatoren und Theoretikern sukzessiv ein Modell erarbeiten, das ein möglichst genaues Bild der Wirklichkeit darstellt, d.h. bei verschiedenartigen Experimenten „richtige“ Ergebnisse liefert.

Dies wird im Laufe der nächsten Kapitel am Beispiel der Entwicklung immer weiter verfeinerter Atommodelle illustriert.

2.2.1 Daltons Gesetz der konstanten Proportionen

Die ersten grundlegenden experimentellen Untersuchungen, die zu einer über die spekulativen Hypothesen der griechischen Philosophen hinausreichenden Vorstellung vom Aufbau aller Stoffe aus Atomen führte, wurden von Chemikern durchgeführt, welche durch genaue Wägung die Massenverhältnisse von Reaktanden und Reaktionsprodukten bei chemischen Reaktionen bestimmten. Der Nährboden für solche Vorstellungen wurde vorbereitet durch Arbeiten von *Daniel Bernoulli* (1700–1782), der bereits 1738 das Gasgesetz



Abb. 2.3. John Dalton. Aus A. Feldman, P. Ford: *Erfinder und Wissenschaftler* (Hans Kaiser Verlag, Klagenfurt 1980)

von Boyle-Mariotte (siehe Bd. 1, Abschn. 7.1) durch die Bewegung kleinster Teilchen erklärte und damit die Grundlagen für die später entwickelte kinetische Gastheorie legte.

Nach Vorarbeiten von *Joseph Louis Proust* (1754–1826) über die Mengenverhältnisse der Reaktanden und Reaktionsprodukte bei chemischen Reaktionen erkannte der englische Chemiker *John Dalton* (1766–1844) (Abb. 2.3) durch quantitative Analysen und Synthesen einer Reihe chemischer Verbindungen, daß das Massenverhältnis der Stoffe, aus denen sich eine chemische Verbindung bildet, für jede Verbindung konstant und eindeutig bestimmt ist.

BEISPIELE

1. 100 g Wasser bilden sich immer aus 11,1 g Wasserstoff und 88,9 g Sauerstoff; das Massenverhältnis der Reaktanden beträgt also 1 : 8.
2. 100 g Kupferoxid entstehen aus 79,90 g Kupfer und 20,10 g Sauerstoff mit einem Massenverhältnis von 4 : 1.
3. Manche Stoffe können sich in verschiedenen Mengenverhältnissen zu verschiedenen Endprodukten verbinden. So gibt es z.B. fünf verschiedene Manganoxide, bei denen sich 100 g Mangan entweder mit 29,13 g, 43,69 g, 58,38 g, 87,38 g oder 101,95 g Sauerstoff verbinden. Die verschiedenen Mengen des Sauerstoffs verhalten sich wie 2 : 3 : 4 : 6 : 7.

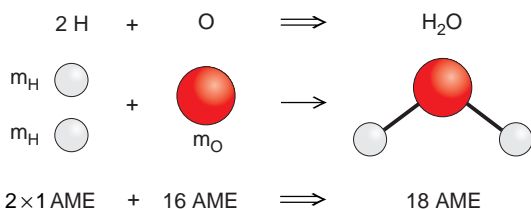


Abb. 2.4. Zur Daltonschen Atomhypothese, basierend auf chemischen Reaktionen mit ganzzahligen Atomverhältnissen

Aus diesen experimentellen Ergebnissen entwickelte *Dalton* 1803 seine Atomhypothese, wonach das „Wesens chemischer Umwandlungen in der Vereinigung oder Trennung von Atomen“ besteht. Er veröffentlichte sie 1808 in einer Arbeit: „A New System of Chemical Philosophy“, in der er drei Postulate aufstellte:

- Alle elementaren Stoffe (chemische Elemente) bestehen aus kleinsten Teilchen, die man chemisch nicht weiter zerlegen kann.
- Alle Atome desselben Elementes sind in Qualität, Größe und Masse gleich. Sie unterscheiden sich aber in diesen Eigenschaften von den Atomen anderer Elemente; d.h. die Eigenschaften eines chemischen Elementes werden durch diejenigen seiner Atome bestimmt.
- Wenn chemische Elemente eine Verbindung eingehen, so vereinigen sich immer Atome der beteiligten Elemente, die zueinander in einem ganzzahligen Mengenverhältnis stehen.

Daltons Atomhypothese kann die obigen Beobachtungen zwanglos erklären: Danach vereinigen sich jeweils zwei Wasserstoffatome H mit einem Sauerstoffatom O zu einem Molekül H_2O (Abb. 2.4). Das beobachtete Massenverhältnis wird durch die Massen der Atome H und O bestimmt. Aus dem Massenverhältnis $m(\text{H})/m(\text{O}) = 1/16$ erhält man das gemessene Gewichtsverhältnis

$$\frac{m(2\text{H})}{m(\text{O})} = \frac{1}{8} \approx \frac{11,1}{88,9}.$$

Die Manganoxide werden durch die Verbindungen MnO , Mn_2O_3 , MnO_2 , MnO_3 und Mn_2O_7 beschrieben, bei denen sich die Zahlenverhältnisse der O-Atome pro



Abb. 2.5. Alexander von Humboldt. Mit freundlicher Genehmigung der Alexander-von-Humboldt-Stiftung

zwei Mn-Atome verhalten wie 2 : 3 : 4 : 6 : 7, genau wie im Experiment mit Hilfe von Wägungen beobachtet wurde. Da es bei den Experimenten vor allem auf *Massenverhältnisse* und nicht so sehr auf die *absoluten* Massen ankam, bezog *Dalton* alle Atommassen auf die des leichtesten Atoms, des H-Atoms. Er nannte die relative Atommasse m_x/m_{H} eines Elementes *x* sein *Atomgewicht*. Danach hat zum Beispiel das Sauerstoffatom das Atomgewicht 16.

Jöns Jakob Berzelius (1779–1848) begann 1814, für viele Elemente die Atomgewichte durch sorgfältige Messungen genau zu bestimmen.

Man beachte:

„Atomgewichte“ sind keine Gewichte, sondern als Quotient aus Atommasse und Masse des H-Atoms dimensionslose Zahlen.

Heute wird statt des H-Atoms das Kohlenstoff-Isotop ^{12}C als Vergleichsatom gewählt. Statt des Atomgewichtes wird die atomare Massenzahl mit der atomaren Masseneinheit (AME) als $1/12$ der Masse des ^{12}C -Atoms benutzt.

$$1 \text{ AME} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1 \text{ Dalton.}$$

Alle relativen Atommassen werden in dieser Einheit angegeben.

2.2.2 Gesetze von Gay-Lussac und der Begriff des Mols

Joseph Louis Gay-Lussac (1778–1850) und Alexander von Humboldt (1769–1859) (Abb. 2.5) entdeckten 1805, daß sich Sauerstoff und Wasserstoff bei gleichem Druck immer im Verhältnis von 1 : 2 Raumteilen miteinander zu Wasserdampf verbinden. Durch spätere ausführlichere Experimente mit verschiedenen Gasen stellte dann Gay-Lussac sein Gesetz der konstanten Proportionen auf:

Vereinigen sich zwei oder mehr Gase restlos zu einer chemischen Verbindung, so stehen ihre Volumina bei gleichem Druck und gleicher Temperatur im Verhältnis kleiner ganzer Zahlen zueinander.



Abb. 2.6. Amadeo Avogadro. Mit freundlicher Genehmigung des Deutschen Museums, München

BEISPIELE

1. 2 dm^3 Wasserstoffgas H_2 und 1 dm^3 Sauerstoffgas O_2 vereinigen sich zu 2 dm^3 Wasserdampf H_2O und *nicht* 3 dm^3 H_2O , wie man zuerst vermutete.
2. 1 dm^3 H_2 und 1 dm^3 Chlorgas Cl_2 bilden 2 dm^3 Chlorwasserstoffgas HCl .

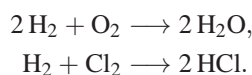
Amadeo Avogadro (1776–1856) (Abb. 2.6) erklärte diese Resultate 1811 durch die Einführung des Molekülbegriffs:

Ein Molekül ist das kleinste Teilchen eines Gases, das noch die chemischen Eigenschaften dieses Gases besitzt. Ein Molekül besteht aus zwei oder mehr Atomen.

Auf Grund der Ergebnisse von Gay-Lussac stellte Avogadro dann die Hypothese auf:

Bei gleichem Druck und gleicher Temperatur enthalten gleiche Volumina verschiedener Gase jeweils die gleiche Zahl von Molekülen.

Mit dieser Hypothese werden die obigen Beispiele zurückgeführt auf die Reaktionsgleichungen



Die Gesamtmasse M eines Gasvolumens V mit N Molekülen der Masse m ist dann

$$M = N \cdot m. \quad (2.1)$$

Gleiche Volumina verschiedener Gase unter Normalbedingungen haben also Gewichtsverhältnisse, die gleich den Masseverhältnissen der entsprechenden Atome bzw. Moleküle sind.

Auf Grund dieser experimentellen Ergebnisse wurde der Begriff des *Molvolumens* eingeführt.

Seine verwendete Definition lautet: Das Molvolumen ist das Volumen eines Gases bei Normalbedingungen ($p = 1 \text{ bar}$, $T = 0^\circ\text{C}$), dessen Masse (in Gramm) gleich dem Molekulargewicht der Gasmoleküle ist. Die heute benutzte allgemeine Definition des

Mols, die auch für nicht-gasförmige Stoffe gilt, wird auf die atomare Masseneinheit zurückgeführt:

1 mol ist die Stoffmenge, die ebenso viele Teilchen (Atome oder Moleküle) enthält wie 12 g Kohlenstoff ^{12}C .

BEISPIELE

1. 1 mol Helium $\text{He} \hat{=} 4 \text{ g Helium}$
2. 1 mol Sauerstoff $\text{O}_2 \hat{=} 32 \text{ g Sauerstoff}$
3. 1 mol Wasser $\text{H}_2\text{O} \hat{=} 18 \text{ g Wasser}$
4. 1 mol Eisenoxid $\text{Fe}_2\text{O}_3 \hat{=} 100 \text{ g Eisenoxid}$

Die Zahl N_A der Moleküle in der Stoffmenge 1 mol heißt *Avogadro-Konstante* (oft auch *Loschmidt-Zahl* genannt nach dem österreichischen Physiker *Joseph Loschmidt* (1821–1895), der zum ersten Mal die Zahl N_A aus makroskopischen Gasdaten berechnete). Ihr experimenteller Wert ist

$$N_A = 6,0221576 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} .$$

Aus der Avogadro-Hypothese folgt: 1 mol eines beliebigen Gases nimmt bei Normalbedingungen ($p = 1 \text{ bar}$, $T = 0^\circ\text{C}$) immer das gleiche Volumen V_M ein. Der experimentell bestimmte Wert ist

$$V_M = 22,4136 \text{ dm}^3 .$$

2.2.3 Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Avogadro-Konstanten

Da die Avogadro-Zahl eine fundamentale Größe ist, die in viele physikalische Gesetze eingeht und als Konstante in vielen Gleichungen auftaucht, sind verschiedene experimentelle Methoden zu ihrer genauen Messung entwickelt worden [2.6], von denen hier nur einige kurz vorgestellt werden sollen:

a) Bestimmung aus der allgemeinen Gasgleichung

Wie in Bd. 1, Kap. 11 gezeigt wurde, läßt sich aus der kinetischen Gastheorie die allgemeine Gleichung

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T \quad (2.2)$$

zwischen Druck p und Teilchenzahl N im Volumen V eines idealen Gases bei der absoluten Temperatur T herleiten. Für 1 Mol eines Gases mit dem Volumen $V_M = 22,4136 \text{ dm}^3$ wird aus (2.2)

$$p \cdot V_M = N_A \cdot k \cdot T = R \cdot T , \quad (2.3)$$

wobei die allgemeine Gaskonstante

$$R = N_A \cdot k$$

als Produkt aus Avogadro-Zahl N_A und Boltzmann-Konstante k definiert ist. Aus unabhängigen Messungen von R und k läßt sich daher die Avogadro-Konstante N_A bestimmen.

b) Messung der Gaskonstante R

Man kann die Gaskonstante R durch Messung der spezifischen Wärme erhalten. Nach Bd. 1, Kap. 11 ist die innere Energie der Stoffmenge von 1 mol

$$U = f \cdot \frac{1}{2} kT \cdot N_A = \frac{1}{2} f \cdot R \cdot T , \quad (2.4)$$

wobei f die Zahl der Freiheitsgrade der Atome bzw. Moleküle des Stoffes ist. Die molare spezifische Wärme bei konstantem Volumen ist dann

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{2} f \cdot R . \quad (2.5)$$

Sie kann aus der einem Mol zugeführten Energie, die zu einer Temperaturerhöhung um 1 K führt, gemessen werden. Die Gaskonstante

$$R = C_p - C_V$$

läßt sich nach Bd. 1, Abschn. 11.1.9 auch aus der Differenz zwischen den molaren spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen bestimmen.

Der bis heute genaueste Wert von R wurde durch die Messung der Schallgeschwindigkeit v_S in einem mit Argon gefüllten akustischen Resonator (Abb. 2.7) aus der Relation (siehe Aufgabe 2.6)

$$R = \frac{v_S^2 \cdot M}{\kappa \cdot T} = \frac{1}{T} \cdot \frac{M}{\kappa} \cdot \left(\frac{f_{0,n}}{v_{0,n}} \right)^2 \cdot V^{2/3}$$

ermittelt [2.7], wobei M die Molmasse, T die absolute Temperatur, V das Volumen und $\kappa = C_p/C_V$ der

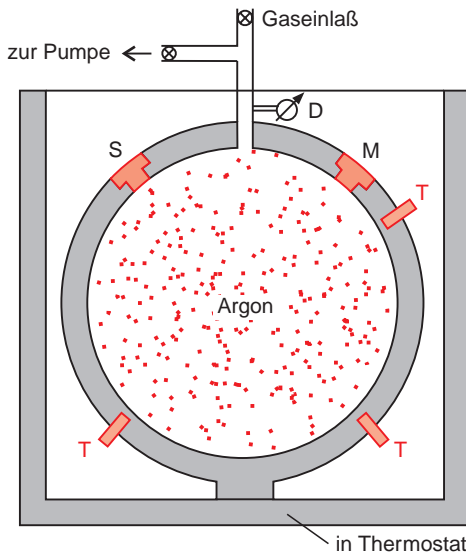


Abb. 2.7. Bestimmung der Gaskonstante R aus der Messung der Schallgeschwindigkeit in Argon. M=Mikrofon, T=Thermometer, S=Schallgeber, D=Druckmesser [2.7]

Adiabatindex ($\kappa = 5/3$ für Argon) ist. Die Schallgeschwindigkeit v_S wurde durch Messung der Frequenzen $f_{0,n}$ der radialen akustischen Eigenresonanzen des sphärischen Resonators bestimmt (Bd. 1, Kap. 10). Der Normierungsfaktor $v_{0,n}$ kann exakt berechnet werden.

c) Messung der Boltzmann-Konstante k

Die Boltzmann-Konstante k wurde 1906 von *Jean Baptiste Perrin* (1870–1942) aus dem Sedimentationsgleichgewicht kleiner Mastix-Teilchen der Masse m in einer Flüssigkeit ermittelt (Abb. 2.8). Für die Gleichgewichtsverteilung der Dichte $n(z)$ der Teilchen gilt die Boltzmann-Verteilung (Bd. 1, Abschn. 7.2):

$$n(z) = n_0 \cdot e^{-(m^*gz)/(kT)}$$

$$\Rightarrow \frac{dn/dz}{n} = \frac{-m^*g}{kT}, \quad (2.6)$$

wobei $m^* \cdot g = (m - \varrho_{\text{Fl}}V_T)g$ das um den Auftrieb verminderte Gewicht der Teilchen ist. Die Masse m der Teilchen kann aus ihrer unter dem Mikroskop gemessenen Größe und ihrer Dichte bestimmt werden. Durch Abzählen von $n(z)$ läßt sich dn/dz und damit die Boltzmann-Konstante k ermitteln (Aufgabe 2.7).

Man kann das mühselige Abzählen durch folgende Überlegung umgehen: Auf Grund der Schwerkraft sinken kugelförmige Teilchen mit dem Radius r mit einer nach dem Stokesschen Gesetz (Bd. 1, Kap. 6) konstanten Sinkgeschwindigkeit

$$v_g = -\frac{(m - \varrho_{\text{Fl}} \cdot V) \cdot g}{6\pi\eta r} \quad \text{mit} \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (2.7)$$

herab, wobei η die Viskosität der Flüssigkeit ist. Die nach unten gerichtete Teilchenstromdichte $j_g = v_g \cdot n$ erzeugt ein Konzentrationsgefälle dn/dz , das zu einem entgegengerichteten **Diffusionsstrom**

$$j_{\text{Diff}} = -D \frac{\partial n}{\partial z} = D \frac{(m - \varrho_{\text{Fl}}V_T)g}{kT} n \quad (2.8)$$

führt, wobei D der Diffusionskoeffizient ist.

Im stationären Gleichgewicht, bei dem sich die Verteilung (2.6) einstellt, muß gelten:

$$j_{\text{Diff}} + j_g = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{6\pi\eta r}{D \cdot T}. \quad (2.9)$$

Durch Messung von Viskosität η , Diffusionskoeffizient D , Temperatur T und Radius r der Teilchen läßt sich daher die Boltzmann-Konstante k bestimmen.

Eine weitere Methode zur genauen Messung von k mit Hilfe der Brownschen Molekularbewegung wird in Abschn. 2.3.1 diskutiert.

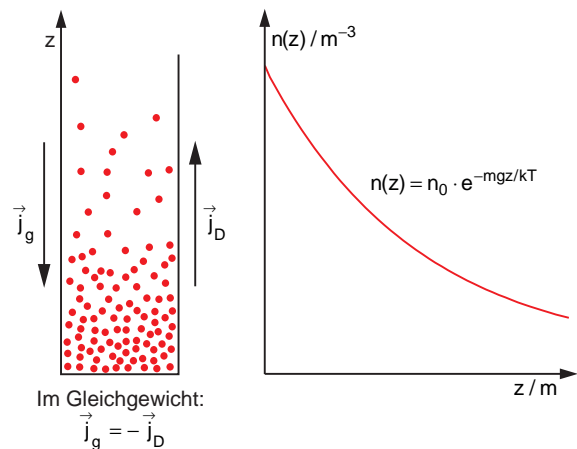


Abb. 2.8. Gleichgewichtsverteilung von Sedimentteilchen in einer Flüssigkeit

d) Direkte Bestimmung der Avogadro-Konstante

Mißt man die absolute Masse m_x eines Atoms der Sorte x (siehe Abschn. 2.7), so läßt sich aus der Gesamtmasse M eines Mols die Avogadro-Konstante

$$N_A = M/m_x$$

sofort bestimmen. Hierzu muß die Substanz in der Gasphase vorliegen, so daß man das Molvolumen ermitteln kann.

e) Bestimmung der Avogadro-Konstante mit Hilfe der Elektrolyse

Eine weitere Methode zur Messung von N_A beruht auf dem Faradayschen Gesetz bei der Elektrolyse (Bd. 2, Abschn. 2.6). Bei der Abscheidung von 1 mol eines chemisch einwertigen Stoffes wird die Elektrizitätsmenge

$$F = N_A \cdot e = 96486,7 \text{ C}$$

transportiert (**Faraday-Konstante**). Sie ist mit einem Massetransport $\Delta m = N_A \cdot m_x$ verbunden. Mißt man z.B. die Gewichtszunahme der negativen Elektrode bei der Elektrolyse $\text{AgNO}_3 \leftrightarrow \text{Ag}^+ + \text{NO}_3^-$ von Silbernitrat beim Transport einer Ladungsmenge F , so läßt sich bei bekannter Elementarladung e (siehe Abschn. 2.5) die Avogadro-Konstante N_A bestimmen.

Man erhält bei einer atomaren Massenzahl von $AM(\text{Ag}) = 107,87$ Dalton aus der abgeschiedenen Menge Δm und der transportierten Ladung Q die Avogadrozahl

$$N_A = \frac{107,87}{\Delta m} \cdot \frac{Q}{e}$$

f) Röntgenbeugung

Noch genauer ist eine Methode, bei welcher der Abstand der Atome in einem regelmäßigen Kristall mit Hilfe der Beugung von Röntgenstrahlen gemessen und daraus die Zahl der Atome im Kristall bestimmt wird.

Wir betrachten zur Illustration einen Kristall mit kubischer Struktur, d.h. die Kristallatome sitzen auf den Ecken von Würfeln mit der Kantenlänge a (Abb. 2.9). Der Radius der Kugeln ist dann gleich $a/2$. Fällt eine ebene Welle mit der Wellenlänge λ unter dem Winkel

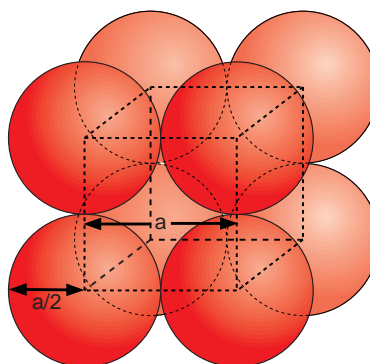


Abb. 2.9.
Kubischer
Kristall

ϑ gegen eine Kristallebene ein (Abb. 2.10), so interferieren die an den einzelnen Atomen benachbarter Ebenen gestreuten Wellen genau dann konstruktiv, wenn die **Bragg-Bedingung**

$$2d \cdot \sin \vartheta = m \cdot \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.10)$$

gilt, weil dann der Wegunterschied zwischen benachbarten Teilstrahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist.

Man sieht aus (2.10), daß die Wellenlänge $\lambda = 2d \sin \vartheta / m$ kleiner als der doppelte Abstand d zweier benachbarter Atomebenen (Gitterebenen) sein muß. Dies läßt sich mit Röntgenstrahlen erreichen (siehe Abschn. 7.6).

Man beachte:

Im Gegensatz zur üblichen Definition in der Optik (siehe Bd. 2, Abschn. 8.5) wird der Winkel ϑ nicht gegen die Ebenen-Normale, sondern gegen die Ebene selbst gemessen.

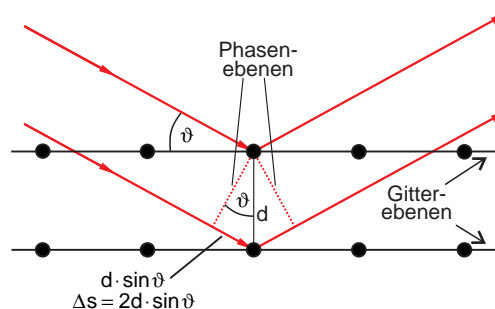


Abb. 2.10. Bragg-Reflexion von Röntgenstrahlen an Netzebenen eines Kristalls zur Bestimmung der Atomabstände

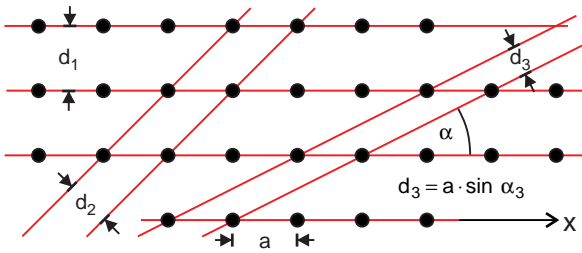


Abb. 2.11. Verschiedene zur Zeichenebene senkrechte Netzebenen in einem kubischen Kristall mit unterschiedlichen Netzebenenabständen

Die Abstände d benachbarter Gitterebenen, welche den Winkel α gegen die x -Achse bilden und senkrecht zur x - y -Ebene stehen (Abb. 2.11), sind für einen kubischen Kristall mit den Kubuskanten in x -, y -, z -Richtung (siehe Abschn. 11.1)

$$\begin{aligned} d_K &= a \cdot \sin \alpha_K \quad \text{für } \alpha_K \neq 0 \quad \text{und} \\ d &= a \quad \text{für } \alpha = 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dreht man die parallelen Gitterebenen durch Drehung des ganzen Kristalls gegen die Einfallrichtung des Röntgenstrahls, so erhält man für $m = 1, 2, \dots$ bei denjenigen Winkeln ϑ Maxima der reflektierten Intensität, für die (2.10) erfüllt ist.

Bei bekannter Wellenlänge λ (siehe Abschn. 7.6) läßt sich daraus der Gitterebenenabstand d und damit aus (2.11) auch die Gitterkonstante a bestimmen. Wie im Abschn. 11.5 gezeigt wird, läßt sich das Verfahren nicht nur, wie hier gezeigt, auf kubische Kristalle, sondern auf beliebige Kristalle anwenden.

Man erhält Werte für a , die je nach Kristall zwischen 0,1–0,5 nm liegen. Da die Radien r der Kristallatome kleiner sein müssen als ihr Abstand, ergeben sich Atomgrößen unterhalb von 0,1–0,5 nm (siehe Abschn. 2.4).

Zur Illustration des wohl genauesten Meßverfahrens für Atomabstände ist in Abb. 2.12 das Prinzip eines modernen **Röntgeninterferometers** in vereinfachter Form schematisch gezeigt [2.8], das aus drei parallelen Kristallscheiben besteht und analog zu einem optischen Mach-Zehnder-Interferometer aufgebaut ist. Da die Röntgenwellenlänge jedoch etwa 10^4 mal kleiner als die Wellenlänge des sichtbaren Lichtes, muß die Genauigkeit der Anordnung entsprechend höher sein. Deshalb konstruiert man die drei Scheiben aus einem einzigen großen Silizium-Einkristall, indem man die freien

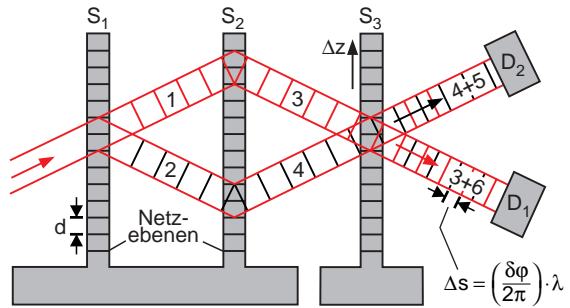


Abb. 2.12. Röntgen-Interferometer, das aus einem einzigen Silizium-Einkristall gefräst wurde, zur Bestimmung des Atomabstandes im Kristall (nach [2.9])

Zwischenräume wegfräst. Die dritte Scheibe ist gegen die anderen parallel verschiebbar.

In der ersten Scheibe wird der einfallende Röntgenstrahl aufgespalten in den transmittierten Teilstrahl 1 und den durch Bragg-Reflexion an hier horizontal angenommenen Gitterebenen abgelenkten Teilstrahl 2. In der zweiten Scheibe erfahren beide Teilstrahlen erneut Bragg-Reflexionen. Die beiden Strahlen 3 und 4 überlagern sich in der dritten Scheibe. Der transmittierte Strahl 4 und der durch Bragg-Reflexion abgelenkte Strahl 5 laufen hinter der dritten Scheibe wieder parallel, ebenso der transmittierte Strahl 3 und der abgelenkte Strahl 6.

Die an den Detektoren D_1 bzw. D_2 ankommende Gesamtintensität hängt ab von der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen den überlagerten Teilstrahlen 4 und 5 bzw. 3 und 6. Bewegt man die dritte Scheibe in z -Richtung, d.h. verschiebt man die Netzebenen, an denen Bragg-Reflexion auftritt, so wird die Phase in der Bragg-Welle sich um

$$\delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta z}{d}$$

ändern, wobei d der Netzebenenabstand ist. Bei kontinuierlicher Verschiebung entstehen daher durch die Interferenz zwischen den Teilstrahlen 4 und 5 Maxima und Minima der Intensität am Detektor, die man zählen kann. Die Zahl N der Maxima ist dann $N = \Delta z/d$. Die Strecke Δz wird optisch mit Hilfe eines Laser-Interferometers gemessen (siehe Abschn. 8.2).

BEISPIEL

$$d = 0,2 \text{ nm}, \Delta z = 1 \text{ mm} \Rightarrow N = 5 \cdot 10^6.$$

Streuformel, wenn wir noch $\mu \cdot v_0^2 \approx 2E_{\text{kin}}$ setzen (weil $\mu \approx m_\alpha$):

$$\frac{dN}{N} = \frac{n_{\text{Gold}} \cdot \Delta x}{4R^2} \left(\frac{q \cdot Q}{8\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}} \right)^2 \frac{\Delta A_D}{\sin^4 \vartheta/2} \quad (2.127)$$

Die gemessene Streuverteilung stimmt mit (2.127) gut überein (Abb. 2.87). Nur bei sehr großen Streuwinkeln, also sehr kleinen Stoßparametern, treten Abweichungen auf (Abb. 2.88), die *Rutherford* bereits richtig darauf zurückführte, daß der Atomkern zwar eine kleine Ausdehnung $r \leq r_K$ hat, aber nicht punktförmig ist.

Für Stoßparameter $b < r_K$ hat man keine Coulombstreuung mehr, sondern eine Ablenkung ϑ , die durch (2.122) beschrieben wird. Außerdem treten für $r < r_K$ zusätzlich zu den elektrostatischen Kräften kurzreichweitige Kernkräfte auf (siehe Bd. 4), die zu einer Veränderung der Ablenkefunktion $\vartheta(b)$ führen. Aus dieser Abweichung der gemessenen Streuverteilung von (2.127) kann der Radius r_K des Atomkerns abgeschätzt werden.

Man erhält Werte von

$$r_K \approx r_0 \cdot A^{1/3}, \quad (2.128)$$

wobei A die Massenzahl (in AME) des Kerns und $r_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ ist. Das Volumen des Atomkerns macht demnach nur den Bruchteil $(r_0/r_A)^3 \approx 10^{-15}$ des Atomvolumens aus.

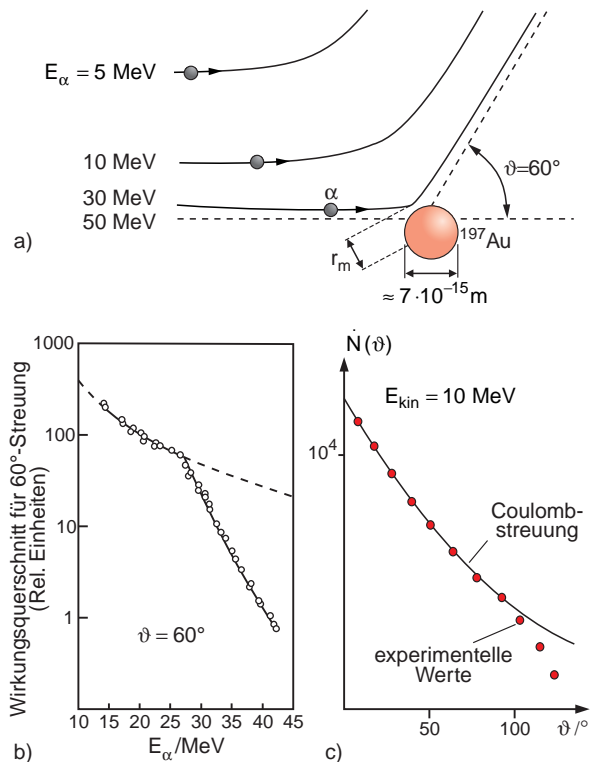


Abb. 2.88. (a) Bahn von an einem Goldkern gestreuten Teilchen für $\vartheta = 60^\circ$ und verschiedene Teilchenenergien; (b) Abweichung vom Coulombstreuquerschnitt für $\vartheta = 60^\circ$ bei höheren Energien E_{kin} ; (c) Abweichung für $\vartheta > 100^\circ$

ZUSAMMENFASSUNG

- Die anfangs verschwommene Atomvorstellung hat sich im Laufe der letzten 200 Jahre durch immer besser verfeinerte Experimentiertechnik konkretisiert zu einem quantitativen Atommodell, das die meisten Beobachtungen richtig beschreibt.
- Typische Atomradien sind $0,1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$ bis $0,3 \text{ nm}$. Sie werden bestimmt aus den Wirkungsquerschnitten bei Stoßprozessen und mit Hilfe der Röntgenbeugung an Kristallen.
- 1 mol ist eine Stoffmengeneinheit, die soviel Masse eines Stoffes enthält, wie seine atomare bzw. molekulare Massenzahl (in atomaren Masseneinheiten AME) angibt.
- Die Avogadro-Konstante $N_A = 6,23 \cdot 10^{23} / \text{mol}$ gibt die Zahl der Atome bzw. Moleküle pro Mol an.
- Jedes neutrale Atom besteht aus Z Elektronen der Masse $m_e = 1/1836 \text{ AME}$ und der Ladung $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und einem wesentlich schwereren Kern mit der Ladung $+Z \cdot e$ und der Masse A (in AME).
- Freie Elektronen können erzeugt werden durch Glühemission aus heißen Metallen, durch Feldemission aus Metallspitzen im elektrischen Feld, durch Elektronenstoßionisation freier Atome und durch Photoionisation bei der Lichtabsorption durch freie Atome oder feste Stoffe (Photoeffekt).

- Neutrale Atome können ionisiert werden durch Elektronenstoß, Photonenabsorption, durch Stöße mit schnellen Ionen, durch Ladungsaustausch und u.U. auch durch Stoß mit Oberflächen fester Stoffe. Ein Atom, das n Elektronen verloren hat, heißt n -fach ionisiert.
- Das Ladungs-Masse-Verhältnis e/m von Ionen kann mit Hilfe von Massenspektrometern bestimmt werden, die entweder auf der Ablenkung der Ionen in elektrischen und/oder magnetischen Feldern basieren oder auf der Flugzeit der durch eine Spannung U beschleunigten Ionen.
- Die Elementarladung mißt man durch neue Versionen des Millikanschen Öltröpfchenversuches.
- Untersuchungen der Streuung von α -Teilchen an Goldkernen und moderne Varianten dieser Versuche mit schnellen Elektronen und Protonen bestätigen das Rutherford'sche Atommodell, in dem der weit überwiegende Teil der Atommasse im Atomkern vereinigt ist, dessen Kernradius mit $(1-5) \cdot 10^{-15}$ m fast um fünf Größenordnungen kleiner ist als der Atomradius $R_A \approx 10^{-10}$ m. Das Volumen des Atomkerns beträgt deshalb nur etwa $10^{-14}-10^{-15}$ des Atomvolumens.

ÜBUNGSAUFGABEN

1. In 1 m^3 Luft gibt es bei Normalbedingungen ($p = 101325 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$ und $T = 273,2 \text{ K} = 0^\circ \text{C}$) etwa $2,6 \cdot 10^{25}$ Moleküle. Wie groß sind
 - a) der mittlere Abstand zwischen zwei Molekülen,
 - b) der Raumausfüllungsfaktor, wenn die Moleküle durch Kugeln mit Radius $r = 0,1 \text{ nm}$ beschrieben werden,
 - c) die mittlere freie Weglänge Λ ?
2. Die Hauptbestandteile der Luft sind: 78% N_2 , 21% O_2 , 1% Ar. Berechnen Sie daraus die Massendichte der Luft unter Normalbedingungen.
3. Wieviele Atome enthalten
 - a) $1 \text{ g } {}^{12}_6\text{C}$,
 - b) 1 cm^3 Helium bei 10^5 Pa Druck und $T = 273 \text{ K}$,
 - c) 1 kg Stickstoff N_2 ,
 - d) eine Stahlflasche mit 10 dm^3 H_2 -Gas bei 10^6 Pa ?
4. Im interstellaren Raum ist die mittlere Dichte der H-Atome etwa $1/\text{cm}^3$ und die mittlere Temperatur etwa 10 K . Welcher Druck (in Pascal) herrscht dort? Warum kann man diesen Druck nicht auf der Erde erreichen?
5. Stellen Sie sich vor, eine internationale Kommission hätte eine neue Temperaturskala definiert, bei der der absolute Nullpunkt bei 0°N und der Eispunkt bei 100°N liegen. Welches wäre dann der neue Wert der Boltzmann-Konstante k in Joule pro $^\circ \text{N}$? Wo läge der Siedepunkt des Wassers auf der neuen Skala?
6. Verifizieren Sie die in Abschn. 2.2.3b angegebene Relation $v_S = v_{\text{Ph}} = (\kappa RT/M)^{1/2}$ zwischen Schallgeschwindigkeit v_S , Molmasse M und Temperatur T . Wie groß sind die Frequenzen der radialen Eigenresonanzen in einem sphärischen akustischen Resonator mit Radius r_0 ?
7. In seinen Versuchen über die Dichteverteilung von Kolloidteilchen in Wasser fand Perrin eine mittlere Zahl von 49 Teilchen pro Flächeneinheit in der Höhe h und 14 Teilchen in der Höhe $h + 60 \mu\text{m}$. Die Massendichte der Kolloidteilchen war dabei $\rho_T = 1,194 \text{ kg/dm}^3$ und ihr Radius $r = 2,12 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Wie groß sind nach diesen Ergebnissen die Masse der Teilchen, die Avogadrokonstante und die Molmasse der Teilchen?
8. a) Unter welchem Winkel muß Röntgenstrahlung mit $\lambda = 0,5 \text{ nm}$ auf ein Beugungsgitter (siehe Abschn. 7.6.5 und Bd. 2, Abschn. 10.5) mit 1200 Strichen pro mm fallen, damit man die erste Beugungsordnung unter dem Winkel $\beta_1 = 87^\circ$ beobachten kann? Wo liegt die zweite Beugungsordnung? Wie groß muß α sein, damit $\beta_1 - \beta_2 \geq 0,75^\circ$ ist?
 - b) Die erste Beugungsordnung von Röntgenstrahlen mit $\lambda = 0,2 \text{ nm}$, die Braggreflexion an einer Kubuseitenfläche eines NaCl -Kristalls erfahren, erscheint bei einem Glanzwinkel von 21° . Wie groß ist die Gitterkonstante des NaCl -Kristalls? Wie groß ist die daraus berechnete Avogadrokonstante ($\rho_{\text{NaCl}} = 2,1 \text{ kg/dm}^3$)?

c) Wie groß sind Radius und Volumen von Ar-Atomen in einem kalten Ar-Kristall (kubisch-flächenzentriertes Gitter = engste Kugelpackung), wenn bei der Braggreflexion von Röntgenstrahlen der Wellenlänge $\lambda = 0,45 \text{ nm}$, die unter dem Winkel ϑ gegen die Netzebene parallel zu den Würfelkanten einfallen, das erste Reflexionsmaximum bei $\vartheta = 43^\circ$ auftritt?

9. Man kann die Gasgleichung für ein Mol eines realen Gases in der Form einer Taylorreihe nach Potenzen von $1/V_M$ entwickeln als

$$p \cdot V_M = R \cdot T \left(1 + \frac{B(T)}{V_M} + \frac{C(T)}{V_M^2} + \dots \right).$$

Vergleichen Sie die *Virialkoeffizienten* $B(T), C(T)$ mit den Konstanten a und b der van-der-Waals-Gleichung (2.24) und diskutieren Sie ihre physikalische Bedeutung.

10. Leiten Sie (2.26) her.
11. Wie genau läßt sich das Verhältnis e/m für Elektronen bestimmen
- im magnetischen Längsfeld, wenn die Elektronen in der Fokalebene durch eine Blende mit dem Durchmesser 1 mm treten und der auf den Detektor fallende Strom mit einer Genauigkeit von 10^{-3} , das Magnetfeld B und die Beschleunigungsspannung U mit 10^{-4} und der Abstand L zwischen Eintritts- und Austrittsblende mit $2 \cdot 10^{-3}$ gemessen werden kann?
 - im Wienfilter, wenn Ein- und Austrittsspalt mit dem Abstand $d = 10 \text{ cm}$ die Breite $b = 0,1 \text{ mm}$ haben und die Beschleunigungsspannung $U = 1 \text{ kV}$ ist, bei Meßunsicherheiten wie unter a)?
12. Ar^+ -Ionen fliegen mit einer Energie von 10^3 eV durch ein magnetisches 60° -Sektorfeld. Wie groß muß das Magnetfeld B sein, damit die Brennweite $f = 80 \text{ cm}$ ist?
13. Das elektrische Potential entlang der Achse einer zylindersymmetrischen Elektronenlinse sei $\phi = \phi_0 + a \cdot z^2$ für $0 \leq z \leq z_0$ und $\phi = \phi_0$ für $z \leq 0$, $\phi = \phi_0 + az_0^2$ für $z \geq z_0$. Elektronen treten mit

der Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2e\phi_0/m}$ in die Linse ein. Wie groß ist die Brennweite?

14. In einer Schicht der Breite $b = 2 \text{ mm}$ in der Mitte zwischen zwei Netzblenden im Abstand von $d = 30 \text{ mm}$, zwischen denen eine Spannung $U = 300 \text{ V}$ liegt, werden Ionen der Masse m erzeugt und in ein Flugzeit-Massenspektrometer beschleunigt.
- Wie groß ist die Laufzeitverschmierung in einer 1 m langen feldfreien Driftstrecke? Können zwei Massen $m_1 = 110 \text{ AME}$ und $m_2 = 100 \text{ AME}$ noch getrennt werden?
 - Ionen im Geschwindigkeitsintervall $v_0 \pm \Delta v/2$ fliegen als Parallelstrahl der Breite $b = 1 \text{ mm}$ in ein 180° -Massenspektrometer. Wie groß ist die Breite des Bündels am Ausgang? Wie groß ist das Massenauflösungsvermögen?
15. α -Teilchen mit $E_{\text{kin}} = 5 \text{ MeV}$ werden in einer Goldfolie gestreut.
- Wie groß ist der Stoßparameter b bei einem Streuwinkel $\vartheta = 90^\circ$?
 - Wie groß ist r_{min} für Rückwärtsstreuung ($\vartheta = 180^\circ$)?
 - Welcher Bruchteil aller α -Teilchen wird um Winkel $\vartheta \geq 90^\circ$ gestreut bei einer Goldfolie mit Dicke $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ($\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$, $M = 197 \text{ g/mol}$)?
 - Welcher Bruchteil wird in den Winkelbereich $45^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ gestreut?
16. Man vergleiche bei einer Winkelauflösung $d\vartheta = 1^\circ$ die relativen Streudaten für $1^\circ \pm 0,5^\circ$ und $5^\circ \pm 0,5^\circ$ für das Thomson-Modell und das Rutherford-Modell des Goldatoms für die Folie in Aufgabe 15c.
17. Protonen fallen auf eine $12 \mu\text{m}$ dicke Kupferfolie.
- Wie hoch muß die Protonenenergie sein, damit r_{min} beim zentralen Stoß gleich dem Kernradius $r_K = 5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ wird?
 - Für $r_{\text{min}} < r_K$ erwartet man eine Abweichung der Streukurve $N(\vartheta)$ von der Rutherford-Formel. In welchem Winkelbereich ϑ wird dies bei einer Protonenenergie von $9,5 \text{ MeV}$ auftreten?