

Inhaltsverzeichnis

Teil I Motivation und Einordnung

1	Die Entwicklung des Rechnens	3
2	Numerische Mathematik, Reine Mathematik und Informatik	7
2.1	Informatik als die Wissenschaft vom Computer	7
2.2	Informatik und Numerik im Wissenschaftlichen Rechnen	7
2.3	Numerische Methoden in der Informatik	9
3	Benötigtes Grundwissen aus Informatik und Mathematik	11
3.1	Informatik	11
3.2	Einordnung in die Mathematik	11
3.3	Beziehung zu anderen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Fachgebieten	12

Teil II Rechnerarithmetik und Rundungsfehler

4	Rundungs- und Rechenfehler	15
4.1	Rundungsfehler	17
4.2	Rechenfehler	18
4.3	Gesamtfehler	19
4.4	Weitere Fehlerquellen	20
5	Zahldarstellung	23
5.1	Binärzahlen	26
5.2	Integer-Zahlen	32
5.3	Gleitpunktzahlen	35
6	Gleitpunktarithmetik und Fehlerfortpflanzung	49
6.1	Realisierung einer Maschinenoperation	49
6.2	Rundungsfehleranalyse	50
6.3	Auslöschung	54
6.4	Zusammenfassung	58

7	Die Kondition und Stabilität	59
8	Aufgaben	67

Teil III Lineare Gleichungssysteme

9	Lösung Linearer Gleichungssysteme	73
9.1	Einleitung	73
9.2	Auflösen von Dreiecksgleichungssystemen	76
9.3	Die Gauß-Elimination	78
9.4	Gauß-Elimination und LU -Zerlegung	81
9.5	Die Kondition eines linearen Gleichungssystems	83
9.6	Kosten der Gauß-Elimination	85
10	Lineare Ausgleichsrechnung	87
10.1	Die Methode der kleinsten Quadrate	87
10.2	Die QR -Zerlegung	91
10.3	Regularisierung	95
11	Effiziente Lösung linearer Gleichungssysteme	97
11.1	Dünnbesetzte Gleichungssysteme	97
11.2	Gleichungssysteme und Computer-Architektur	101
12	Anwendungsbeispiele	111
12.1	Computertomographie	111
12.2	Neuronale Netze	114
12.3	Das Leontief'sche Weltmodell	115
13	Aufgaben	117

Teil IV Interpolation und Integration

14	Interpolation	123
14.1	Die Interpolationsaufgabe	123
14.2	Interpolation mit Polynomen	125
14.3	Interpolationsfehler bei Polynomen	130
14.4	Newton-Form des Interpolationspolynoms	132
14.5	Weitere Interpolationsansätze	134
15	Quadratur	143
15.1	Einleitung	143
15.2	Quadraturregeln aus Flächenbestimmung	144
15.3	Regeln aus der Interpolation	145
15.4	Gauß-Quadratur	147

15.5 Extrapolationsverfahren 148
 15.6 Adaptive Verfahren 150
 15.7 Weitere Verfahren 152

16 Beispiele 155
 16.1 Interpolation von Bilddaten 155
 16.2 Registrierung und Kalibrierung von Bilddaten 156
 16.3 Der Gauß'sche Weichzeichner 158
 16.4 Fuzzy-Steuerung 159

17 Aufgaben 161

Teil V Die schnelle Fourier-Transformation

18 Eigenschaften und Algorithmen 167
 18.1 Die diskrete Fourier-Transformation 167
 18.2 Die schnelle Fourier-Transformation 169
 18.3 Der FFT-Algorithmus 170

19 Anwendungen 179
 19.1 Schnelle Multiplikation von Polynomen 179
 19.2 Fourier-Analyse der Sonnenfleckenaktivität 180
 19.3 Bildkompression 182
 19.3.1 Mathematische Modellierung von Graustufenbildern . . 182
 19.3.2 Das JPEG-Verfahren zur Komprimierung von Bildern . 183
 19.3.3 Die Cosinus Transformation 183
 19.3.4 Reduktion auf die bekannte FFT 184
 19.4 Filter und Bildverarbeitung 185
 19.5 Wavelets 186

20 Aufgaben 195

Teil VI Iterative Verfahren

21 Fixpunktgleichungen 199
 21.1 Problemstellung 199
 21.2 Der Banach'sche Fixpunktsatz 201

22 Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung 205
 22.1 Beschreibung des Newton-Verfahrens 205
 22.2 Weitere Methoden zur Nullstellenbestimmung 207
 22.2.1 Sekantenverfahren 207
 22.2.2 Bisektionsverfahren 209
 22.2.3 Das Newton-Verfahren für Polynome 211

22.2.4	Newton-Verfahren zur Berechnung eines Minimums . . .	212
23	Iterative Lösung Linearer Gleichungssysteme	215
23.1	Stationäre Methoden	215
23.2	Gradientenverfahren	220
23.3	Vektoriteration	223
24	Anwendungsbeispiele	225
24.1	Iteration und Chaos	225
24.1.1	Die logistische Parabel	225
24.1.2	Komplexe Iteration	227
24.1.3	Newton-Iteration und Chaos	227
24.2	Iterative Verfahren in Anwendungen	228
24.2.1	Neuronale Netze und iterative Verfahren	228
24.2.2	Markov-Ketten und stochastische Automaten	229
24.2.3	<i>Information Retrieval</i>	232
25	Aufgaben	235

Teil VII Numerische Behandlung von Differentialgleichungen

26	Gewöhnliche Differentialgleichungen	241
26.1	Numerische Lösungsverfahren	246
26.2	Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung	250
26.3	Fehleruntersuchung	251
26.4	Anwendungsbeispiele	256
26.4.1	Räuber-Beute-Modell	256
26.4.2	Der Lorenz-Attraktor	257
26.4.3	Algebraische Differentialgleichungen und Chip-Design	258
27	Partielle Differentialgleichungen	261
27.1	Einleitung	261
27.2	Diskretisierungsmethoden	266
27.2.1	Finite Differenzen	267
27.2.2	Iterative Lösungsverfahren	273
27.2.3	Finite-Element-Diskretisierungen	282
27.3	Weitere Beschleunigungsmethoden	286
27.3.1	Adaptivität	287
27.3.2	Parallelität	289
28	Beispiele	293
28.1	Wetter	293
28.2	Bildverarbeitung	298
29	Aufgaben	299

Teil VIII Anhang

A	Werkzeuge aus der Analysis	305
	A.1 Taylor-Entwicklung	305
	A.2 Landau-Notation	308
B	Werkzeuge aus der Linearen Algebra	311
	B.1 Vektoren und Matrizen	311
	B.2 Normen	313
	B.3 Orthogonale Matrizen	316
	B.4 Eigenwerte und Singulärwerte	317
	B.5 Bestapproximation in der $\ \cdot\ _2$ -Norm	318
C	Komplexe Zahlen	321
D	Fourier-Entwicklung	325
	Literaturverzeichnis	327
	Index	331