Allgemeines Vorwort

Die vorliegende Einführung in die Experimentalphysik entstand aus den Kursvorlesungen Physik I-III an der Universität Hamburg, die sich an Studierende der Physik, Geowissenschaften und Mathematik mit dem Studienziel Diplom oder Höheres Lehramt richten und in den ersten drei Studiensemestern gehört werden sollen. Diese Vorlesungen wurden von den drei Autoren über mehr als zwei Jahrzehnte regelmäßig gehalten und fortlaufend den Bedürfnissen dieses Hörerkreises angepasst. Der Stoff wurde in Vorlesungen von 2×2 Semesterwochenstunden angeboten; die typischerweise ca. 10 Demonstrationsversuche je Doppelstunde dienten dem qualitativen Verständnis der Phänomene. Die Studierenden erhielten vorlesungsbegleitende Skripten, die die Autoren aufeinander abstimmten, ihnen aber ansonsten ihre individuellen Stile beließen. Mathematische Herleitungen wurden nur dann geboten, wenn sie kurz und prägnant waren; ansonsten haben wir für längere Herleitungen auf die Skripten verwiesen.

Mit dem Abschluss der Lehrtätigkeiten von zwei der drei Autoren (G.Li., R.La.) wurde auch ein gewisser Abschluss in der Entwicklung der Skripten erreicht. Wir haben diesen Zeitpunkt zum Anlass genommen, die Skripten noch einmal zu überarbeiten und textlich etwas zu erweitern, so dass sie sich auch für eine Veröffentlichung in kompakter Buchform eignen, wobei jedoch der ursprüngliche Charakter nicht geleugnet werden kann und soll. Die Aufteilung des Stoffes erfolgt pragmatisch in jeweils einem Band pro Semester mit der in Hamburg - und an den meisten anderen deutschen Universitäten - üblichen Aufteilung des Stoffes.

Der Titel der drei Bände, **Physik kompakt**, ist Programm. Es ist nicht unsere Absicht, in Konkurrenz mit bewährten, umfangreicheren Lehrbüchern der Experimentalphysik zu treten. Vielmehr sollen die Studierenden ein Buch an die Hand bekommen, das sie durch seine kompakte Form und vorlesungsorientierte Stoffauswahl ermutigt, es vorlesungsbegleitend durchzuarbeiten. Das Mitschreiben in der Vorlesung kann dadurch erheblich reduziert werden, so dass dem mündlichen Vortrag und der Vermittlung von Phänomenen in Demonstrationsversuchen größere Aufmerksamkeit zuteil werden.

Die Autoren danken allen Studierenden und Kollegen für Fehlerhinweise, Anregungen und Kommentare. Unser Lektor, Herr Dr. Kölsch, hat uns unterstützt und ermutigt, die Skripten in der vorgelegten Form zu veröffentlichen.

Frau M. Berghaus danken wir für die Ausfertigung vieler Skizzen und die Übertragung der Skripten in das LaTeX-Layout. Allen zukünftigen Benutzern der **Physik kompakt** sind wir dankbar für Verbesserungshinweise.

Hamburg, im September 2001

R. Langkau
G. Lindström
W. Scobel

Vorwort Band 1

Der vorliegende Band 1: **Mechanik, Fluiddynamik und Wärmelehre** der dreibändigen Serie **Physik kompakt** deckt den Stoff der Experimentalphysik des ersten Semesters für Studierende der Physik, Geowissenschaften und Mathematik mit der im allgemeinen Vorwort dargelegten Zielsetzung ab. Nach dem Studienplan der Universität Hamburg umfasst dieses die klassische Mechanik von Massenpunkten und starren Körpern in Vorbereitung auf die im dritten Semester zu hörende Theoretische Mechanik, eine Einführung in die relativistische Mechanik, die Schwingungslehre und die Mechanik von Kontinua. Den Abschluss bildet eine Einführung in die Phänomene der Wärmelehre idealer und realer Gase mit einigen Beispielen für deren statistische Behandlung.

5 Mechanik strömender Flüssigkeiten und Gase

5.1 Einleitung

Die Mechanik strömender Flüssigkeiten und Gase läßt sich relativ einfach behandeln, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

a.) Im Medium können **keinerlei Schubspannungen** auftreten, d.h. tangential an einer Fläche angreifende Kräfte erfahren keine Widerstands- oder Reibungskräfte.
b.) Das Medium ist **inkompressibel**, d.h. seine Dichte bleibt trotz bestehender Druckunterschiede konstant.
c.) Die Strömung ist **stationär**, d.h. die Geschwindigkeit eines betrachteten Volumenelements ist nur vom Ort innerhalb des Mediums, nicht aber von der Zeit abhängig.

Alle drei Voraussetzungen sind für Flüssigkeiten und Gase bei hinreichend kleinen Geschwindigkeiten praktisch erfüllbar. Selbst die hohe Kompressibilität von Gasen macht sich bei Strömungsgeschwindigkeiten, die merklich unter der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Druckwellen liegen, nur wenig bemerkbar.
Für Flüssigkeiten und Gase verwendet man den Sammelbegriff: **Fluide**. Solche mit den genannten Eigenschaften a.) und b.) nennt man **ideale Fluide**. Mit wachsender Strömungsgeschwindigkeit treten die Eigenschaften **realer Fluide** immer stärker hervor: Der Charakter der Strömung wird maßgeblich durch die dann deutlich hervortretenden Schubspannungen, Reibungskräfte und Kompressibilitäten beeinflusst. Die Strömung schlägt bei Überschreitung einer kritischen Geschwindigkeit von einer stationären, sogenannten **laminaren** in eine nichtstationäre, sogenannte **turbulente** um, was deren physikalische Beschreibung dann äußerst kompliziert macht.

5.2 Stationäre Strömung idealer Fluide

Die Raumkurve, die ein Volumenelement dV in einer Strömung beschreibt, heißt allgemein **Bahnlinie**. Diejenige Kurve, die in jedem Punkt tangential zur Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ von dV verläuft nennt man **Stromlinie**. In stationären Strömungen sind beide identisch und zeitlich konstant. Den von dem

strömenden Volumenelement dV überstrichenen Raum bezeichnet man als **Stromfaden**. Seine schlauchartige Oberfläche heißt **Stromröhre**.
In stationären Strömungsfeldern tritt **keine Vermischung** benachbarter Stromfäden auf. Eine Strömung, in der die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ zeitlich **und** örtlich konstant ist, nennt man eine **homogene** oder **Parallel**-Strömung.

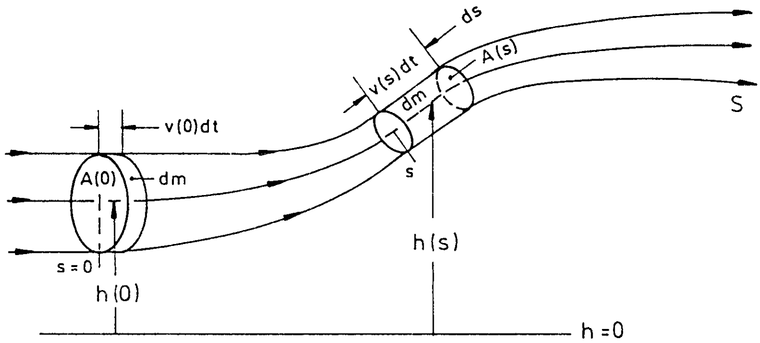


Abb. 5.1. Bewegung eines Volumenelements in einer Stromröhre

Aus der Inkompressibilität und der Anwendung des Energieerhaltungs-Satzes auf die Bewegung eines Volumenelements dV in einem Stromfaden ergeben sich zwei einfache Gesetzmäßigkeiten.
Bezeichnen $s, v(s)$ und $\varrho(s)$ die Ortskoordinate, die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids und dessen Dichte entlang einer Bahnlinie S, dann strömt durch den Querschnitt $A(s)$ der zugehörigen Stromröhre im Zeitintervall dt die Flüssigkeitsmasse

$$\mathrm{d}m(s) = \varrho(s)A(s) \cdot \mathrm{d}s = \varrho(s)A(s)v(s) \cdot \mathrm{d}t$$

Da kein Fluid aus einer Stromröhre austreten oder in sie hineinfließen kann, muss in gleichen Zeitintervallen dt die gleiche Masse dm durch jeden Querschnitt $A(s)$ der Röhre strömen, also z.B. auch durch denjenigen $A(0)$ beim willkürlich festgelegten Anfangspunkt $s = 0$. Damit ist:

$$\mathrm{d}m(s) = \varrho(s)A(s)v(s) \cdot \mathrm{d}t = \mathrm{d}m(0) = \varrho(0)A(0)v(0) \cdot \mathrm{d}t$$

oder:

$$\varrho(s)A(s)v(s) = \varrho(0)A(0)v(0)$$

Mit der Voraussetzung der Inkompressibilität folgt: $\varrho(s) = \varrho(0)$. Das ergibt:

$$\boxed{A(s)v(s) = A(0)v(0) = \mathrm{const}} \tag{5.1}$$

Diese Beziehung heißt **Kontinuitätsgleichung**. Sie besagt, dass die Strömungsgeschwindigkeit in einer Stromröhre und also auch in einem von einem

Fluid durchströmten **realen Rohr** umgekehrt proportional zum Querschnitt ist. Durch verengte Querschnitte strömt ein Fluid schneller als durch aufgeweitete.
Die kinetische Energie der Masse dm beträgt:

$$W_k(s) = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{d}m \cdot v(s)^2$$

Ihre potentielle Energie in bezug auf ein Nullniveau ($h = 0$) ist:

$$W_p(s) = \mathrm{d}m \cdot gh(s)$$

Damit folgt für die Gesamtenergie von dm:

$$W_g(s) = W_k(s) + W_p(s) = \mathrm{d}m \cdot \left[\frac{1}{2}v(s)^2 + gh(s)\right]$$

Die Energiedifferenz zwischen $s = 0$ und s ist:

$$\begin{aligned} \Delta W_g(s) &= W_g(s) - W_g(0) \\ &= \mathrm{d}m \cdot \left[\frac{1}{2}v(s)^2 + gh(s) - \frac{1}{2}v(0)^2 - gh(0)\right] \end{aligned} \tag{5.2}$$

Jede Energieänderung ΔW_g ist allgemein stets mit einer Differenz ΔW der geleisteten Arbeit verknüpft. Die Arbeit $W(s)$, die erforderlich ist, um das Fluid-Volumen d$V = A(s)\cdot$ d$s = A(s)v(s)\cdot$dt mit der Druckkraft $F(s) = p(s)A(s)$ durch den Querschnitt $A(s)$ zu drücken, beträgt:

$$W(s) = F(s) \cdot \mathrm{d}s = p(s)A(s)v(s) \cdot \mathrm{d}t = p(s)\frac{\varrho A(s)v(s) \cdot \mathrm{d}t}{\varrho}$$

oder:

$$W(s) = p(s)\frac{\mathrm{d}m}{\varrho}$$

Die Differenz der bei $s = 0$ und s verrichteten Arbeit ist dann:

$$\Delta W(s) = W(s) - W(0) = \frac{\mathrm{d}m}{\varrho}\Big[p(s) - p(0)\Big] \tag{5.3}$$

Aus $\Delta W_g(s) = -\Delta W(s)$ folgt mit (5.2) und (5.3):

$$\frac{1}{2}v(s)^2 + gh(s) - \frac{1}{2}v(0)^2 - gh(0) = \frac{1}{\varrho}\Big[p(0) - p(s)\Big]$$

oder:

$$\frac{1}{2}\varrho v(s)^2 + p(s) + g\varrho h(s) = \frac{1}{2}\varrho v(0)^2 + p(0) + g\varrho h(0)$$

oder:

$$\boxed{\frac{1}{2}\varrho v(s)^2 + p(s) + g\varrho h(s) = \mathrm{const}} \tag{5.4}$$

Diese Beziehung heißt **Bernoullische Gleichung**. $(1/2)\varrho v(s)^2$ und $g\varrho h(s)$ sind die Dichten der kinetischen und potentiellen Energien. Beide haben die Dimension eines **Druckes**. Man nennt:

$$p_D = \frac{1}{2}\varrho v^2$$

den **hydrodynamischen** oder auch kurz den **dynamischen** oder **Stau-Druck**.
Für ein **ruhendes** Fluid folgt mit $v = 0$ aus (5.4):

$$p(s) + g\varrho h(s) = p(0) + g\varrho h(0)$$

oder:

$$p(s) - p(0) = -g\varrho\Big[h(s) - h(0)\Big]$$

Das ist die bereits bekannte Beziehung für die vertikale Druckabnahme in ruhenden Fluiden als Folge des Schweredrucks.
Der bei $v = 0$ herrschende Druck:

$$p_0 = p(s) + g\varrho h(s)$$

ist also der **statische Druck**. Die Summe:

$$p_G = p_0 + p_D$$

heißt **Gesamtdruck**. Damit folgt aus (5.4):

$$\boxed{p_G = p_0 + p_D = \text{const}} \tag{5.5}$$

Dieser Zusammenhang sagt also aus, dass in einer Stromröhre und damit auch in einem von einem Fluid durchströmten realen Rohr bei Ab- oder Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit v und damit des Staudruckes p_D der statische Druck p_0 so ansteigen oder absinken muss, dass die Summe p_G konstant bleibt.

5.3 Druckmessung in Strömungen

Direkte Druckmessungen in Fluiden mittels Manometern, z.B. U-Rohr-Manometern, erfolgen stets über die Messung der auf eine eingebrachte Fläche A ausgeübten Kraft $F = pA$. Liegt die Messfläche A **parallel** zur Strömungsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$, so dass $\boldsymbol{v}$ keine Komponente senkrecht zu A hat, dann misst das angeschlossene Manometer den statischen Druck p_0.

Steht A **senkrecht** zu $\boldsymbol{v}$, dann wird die Strömung beim Auftreffen auf A abgebremst. Dort, im sogenannten **Staupunkt**, ist $\boldsymbol{v} = 0$ und damit $p_D = 0$ und, gemäß (5.5), $p_0 = p_G$. Das angeschlossene Manometer zeigt also dann den Gesamtdruck p_G an. Mit einer Kombination dieser beiden Messflächen kann der dynamische Druck p_D über die Druckdifferenz $p_G - p_0$ bestimmt werden.

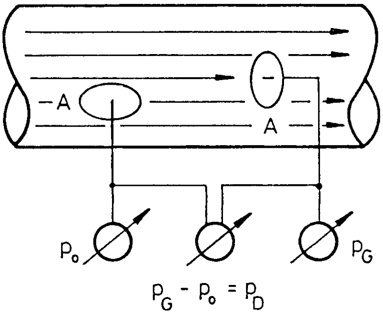


Abb. 5.2. Druckmessung in Strömungen

Damit das Einbringen der Messflächen die Strömung selbst nicht wesentlich stört, verwendet man bei der praktischen Druckmessung **schlanke** Sonden, deren prinzipieller Aufbau in Bild 5.3 skizziert ist.

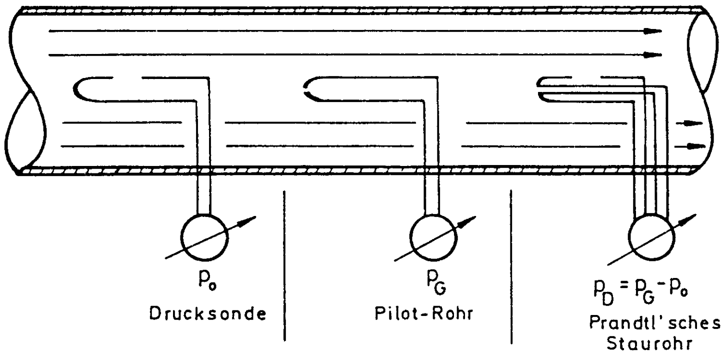


Abb. 5.3. Sonden zur Druckmessung in Strömungen

Das PRANDTLsche Staurohr findet eine wichtige praktische Anwendung bei der Geschwindigkeitsmessung in Flugzeugen.

5.4 Anwendung der Bernoullischen Gleichung

a.) **Strömung eines idealen Fluids durch Rohr-Verengungen**: Verläuft eine Strömung mit der Geschwindigkeit v_1 durch ein Rohr, dessen Querschnitt A_1 sich zwischendurch auf einen kleineren Querschnitt A_2 verengt, dann ergibt die Kontinuitätsgleichung für die Geschwindigkeit v_2 in der Verengung:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \text{oder:} \qquad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

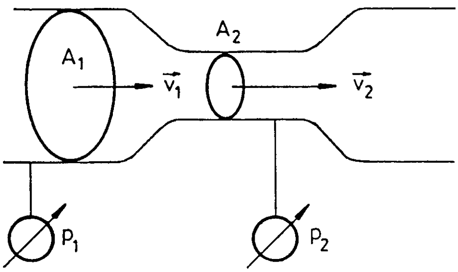


Abb. 5.4. Strömung durch eine Rohr-Verengung

Da $A_2 < A_1$ ist, muss also $v_2 > v_1$ sein. Liegt das Rohr horizontal mit seiner Achse im Höhenniveau $h = 0$, dann folgt für die **statischen** Drucke p_1 und p_2 bei den Querschnitten A_1 und A_2 aus der BERNOULLIschen Gleichung (5.4):

$$\frac{1}{2}\varrho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\varrho v_2^2 + p_2$$

oder:

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\varrho(v_1^2 - v_2^2)$$

Da $v_1 < v_2$ ist, ist die Druckdifferenz $p_2 - p_1$ **negativ**. Der Druck **fällt** also in der Verengung ($p_2 < p_1$). Mit $v_2 = v_1 A_1/A_2$ erhält man:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\varrho\left(v_1^2\frac{A_1^2}{A_2^2} - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\varrho v_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$$

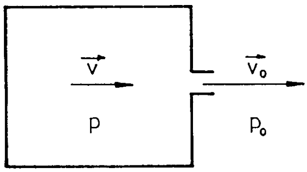
oder:

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\varrho\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}}} \tag{5.6}$$

Sind die Dichte ϱ und die Querschnitte A_1 und A_2 bekannt, dann kann also gemäß dieser Beziehung aus der Messung der Druckdifferenz $p_1 - p_2$ die Strömungsgeschwindigkeit v_1 bestimmt werden. Eine solche Messanordnung für diesen Zweck nennt man eine **Venturi-Düse**.

b.) **Ausströmen eines idealen Fluids durch eine kleine Öffnung**: Die Geschwindigkeit v_0, mit der ein Fluid aus der Öffnung eines Behälters, z.B. der Brennkammer einer Rakete, ausströmt, läßt sich, solange man die Ausströmung noch als stationär ansehen kann, ebenfalls mit Hilfe der BERNOULLIschen Gleichung (5.4) berechnen. Sind p und p_0 die statischen Drucke im Behälter und im Außenraum und v die Strömungsgeschwindigkeit im Behälter, dann folgt aus (5.4) wiederum mit $h = 0$:

$$\frac{1}{2}\varrho v^2 + p = \frac{1}{2}\varrho v_0^2 + p_0$$



Sind A und A_0 die Querschnitte des Behälters und der Austrittsöffnung, dann ergibt sich, wie im vorangehenden Beispiel, für v_0 die der Formel (5.6) entsprechende Beziehung:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\varrho\left(1-\dfrac{A_0^2}{A^2}\right)}}$$

Ist A_0 sehr klein gegen A und damit $A_0^2/A^2 \ll 1$, dann folgt:

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\varrho}}} \tag{5.7}$$

Strömen also zwei verschiedene Gase bei derselben Druckdifferenz durch eine kleine Öffnung, dann verhalten sich deren Ausströmgeschwindigkeiten v_{01} und v_{02} umgekehrt wie die Wurzeln aus ihren Dichten ϱ_1 und ϱ_2:

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}}$$

Diesen Zusammenhang nennt man auch das **Bunsensche Gesetz**.
Die auf den Behälter, z.B. eine Rakete, wirkende Schubkraft ist unter den hier gemachten, vereinfachten Voraussetzungen dann: $F_S = \mathrm{d}(mv_0)/\mathrm{d}t = v_0 \cdot \mathrm{d}m/\mathrm{d}t$. Im Zeitintervall $\mathrm{d}t$ strömt die Masse $\mathrm{d}m = \varrho A_0 v_0 \cdot\, \mathrm{d}t$ aus. Daraus folgt: $F_S = \varrho A_0 v_0$ oder mit (5.7):

$$\boxed{F_S = 2A_0(p-p_0)}$$

c.) **Dynamischer Auftrieb**: Wird ein **unsymmetrischer** Körper umströmt, dann führt die sich in seiner Umgebung einstellende **unsymmetrische** Geschwindigkeitsverteilung als Folge der BERNOULLIschen Gleichung zu einer **unsymmetrischen** Druckverteilung auf seiner Oberfläche. Diese kann eine resultierende Kraft zur Folge haben, die dann auf den Körper wirkt und diesen beschleunigt.
In geometrisch einfachen Fällen kann diese Kraft elementar berechnet werden: Betrachtet werde als Beispiel ein Halbzylinder mit der Länge ℓ und dem Radius r_0, der mit seiner Mantelfläche nach oben weist und in einer horizontalen Parallelströmung der Geschwindigkeit v_0 liegt. Im Halbraum oberhalb seiner ebenen, horizontalen Unterfläche wird das ur-

sprünglich parallele Strömungsfeld durch die Umströmung der gekrümmten Mantelfläche verzerrt.

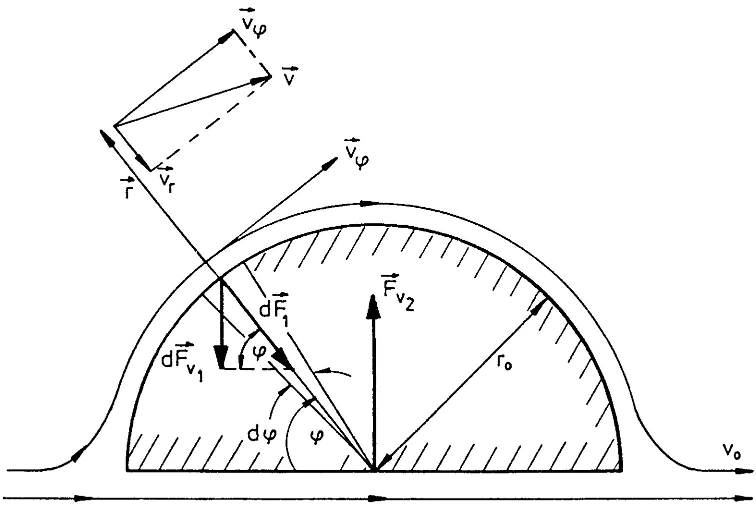


Abb. 5.5. Zum dynamischen Auftrieb

Im zylindrischen Koordinatensystem erhält man aus hydrodynamischen Berechnungen für die radialen und azimutalen Komponenten v_r und v_φ der dortigen Strömungsgeschwindigkeit v am Ort (r, φ):

$$v_r(r, \varphi) = -v_0 \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \cos\varphi$$

und:

$$v_\varphi(r, \varphi) = v_0 \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \sin\varphi$$

mit $v^2 = v_r^2 + v_\varphi^2$.
Auf der Mantelfläche des Zylinders, also bei $r = r_0$, ist $v_r = 0$, also:

$$v^2 = v_\varphi^2 = 4v_0^2 \sin^2\varphi$$

Für den Staudruck dort ergibt sich dann:

$$p_D(\varphi) = \frac{1}{2}\varrho v^2 = 2\varrho v_0^2 \sin^2\varphi$$

und für den statischen Druck gemäß (5.5):

$$p_0(\varphi) = p_G - p_D(\varphi) = p_G - 2\varrho v_0^2 \sin^2\varphi$$

p_G ist der im **gesamten** Strömungsfeld **konstante** Gesamtdruck.
Auf ein parallel zur Zylinderachse verlaufendes, streifenförmiges Mantelflächenelement $\mathrm{d}A = \ell r_0 \cdot \mathrm{d}\varphi$ wirkt dann die Kraft:

$$\mathrm{d}F_1 = p_0 \cdot \mathrm{d}A = p_0 \ell r_0 \cdot \mathrm{d}\varphi$$

Sie hat die vertikale Komponente:

$$\mathrm{d}F_{v_1}(\varphi) = p_0(\varphi)\ell r_0 \sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi$$

Damit beträgt die gesamte vertikal nach unten auf den Körper drückende Kraft:

$$\begin{aligned} F_{v_1} &= \ell r_0 \int\limits_0^\pi p_0(\varphi)\sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi \\ &= \ell r_0 \int\limits_0^\pi (p_G - 2\varrho v_0^2 sin^2\varphi)\sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi \end{aligned}$$

Die Strömungsgeschwindigkeit entlang der ebenen **Unterfläche** $A = \ell 2r_0$ des Zylinders ist unverändert gleich v_0. Damit beträgt die gesamte auf die Unterfläche des Körpers nach oben wirkende Druckkraft:

$$F_{v_2} = \left(p_G - \frac{1}{2}\varrho v_0^2\right)A = \left(p_G - \frac{1}{2}\varrho v_0^2\right)\ell 2r_0$$

Für die Gesamtkraft $F = F_{v_2} - F_{v_1}$ ohne Berücksichtigung des Gewichts des Körpers folgt daraus:

$$\begin{aligned} F &= 2\ell r_0\left(p_G - \frac{1}{2}\varrho v_0^2\right) - \ell r_0 \int\limits_0^\pi (p_G \sin\varphi - 2\varrho v_0^2 \sin^3\varphi) \cdot \mathrm{d}\varphi \\ &= \ell r_0 p_G \left(2 - \int\limits_0^\pi \sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi\right) + \ell r_0 \varrho v_0^2 \left(2\int\limits_0^\pi \sin^3\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi - 1\right) \end{aligned}$$

Mit:

$$\int\limits_0^\pi \sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi = 2 \qquad \text{und} \qquad \int\limits_0^\pi \sin^3\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi = \frac{2}{3}$$

ergibt sich:

$$\boxed{F = \frac{1}{3}\ell r_0 \varrho v_0^2}$$

F ist positiv, also **nach oben** gerichtet. Der Halbzylinder erfährt einen **dynamischen Auftrieb**.

Die wichtigste praktische Anwendung findet diese Erscheinung bei den Tragflügeln von Flugzeugen. Deren typisches Profil ergibt sich aus **zwei** Anforderungen:

Es soll einen **maximalen** dynamischen Auftrieb bei einem **minimalen** Strömungswiderstand besitzen.

5.5 Stationäre Strömung realer Fluide

Die Annahme, dass in idealen Flüssigkeiten keine Schubspannungen auftreten, bedeutet unter anderem, dass die Bewegung eines Flächenelements A in tangentialer Richtung keinen Kraftaufwand erfordert. Es gibt keine Gegen- oder Widerstandskraft, mit der die Flüssigkeit auf diese Verschiebung reagieren kann. In **realen** Fluiden, das sind Flüssigkeiten oder Gase, welche die genannten Voraussetzungen idealer Fluide nicht mehr erfüllen, treten jedoch solche Gegenkräfte auf. Die Ursache dafür ist, dass benachbarte Schichten aneinander haften, so dass sich die Bewegung einer Schicht auf die anderen überträgt.

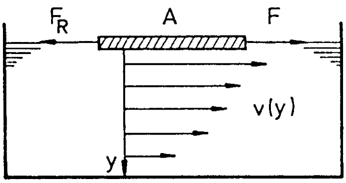


Abb. 5.6. Zum NEWTONschen Reibungsgesetz

Die tangentiale Bewegung eines Flächenelements A mit **konstanter** Geschwindigkeit v_0 erfordert also eine Kraft F, der eine gleich große und entgegengesetzt wirkende Gegenkraft F_R das Gleichgewicht hält. Dabei stellt sich senkrecht zu A (in y-Richtung) ein **Gefälle** $\mathrm{d}v/\mathrm{d}y$ der Geschwindigkeit v ein: Die Geschwindigkeit v_0 überträgt sich in stetig abnehmender Größe auf die Nachbarschichten.
Die Gegenkraft F_R ist proportional zum Geschwindigkeitsgefälle $\mathrm{d}v/\mathrm{d}y$ an der Grenzschicht zwischen A und dem Fluid, und zwar gilt:

$$F_R = \eta A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y} \qquad \text{oder mit} \qquad \tau = \frac{F_R}{A} :$$

$$\boxed{\tau = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}} \tag{5.8}$$

Dieser Zusammenhang heißt **Newtonsches Reibungsgesetz** für laminare Strömungen. Dabei versteht man unter einer **laminaren** Strömung eine durch die Wirkung der erläuterten Gegenkräfte beeinflusste stationäre und sogenannte **Schichtströmung**.
Die Proportionalitätskonstante η ist eine Materialkonstante. Sie heißt **Zähigkeit** oder (dynamische) **Viskosität** oder **Koeffizient der inneren Reibung**. Die **Maßeinheit** für die Zähigkeit ist die

Pascalsekunde [Pa · s].

Sie ist in folgender Weise festgelegt: 1 Pascalsekunde ist gleich der dynamischen Viskosität eines laminar strömenden, homogenen Fluids, in dem zwi-

schen zwei ebenen, parallel im Abstand 1 m angeordneten Schichten mit dem Geschwindigkeitsunterschied 1 m/s die Schubspannung 1 Pa herrscht.
Die Tangential- oder Schubspannung τ in (5.8) unterscheidet sich hinsichtlich der Reaktion, die die Substanz zeigt, grundsätzlich von derjenigen im Zusammenhang mit der elastischen Verformung fester Körper. Während sie dort proportional zur Deformation ist und diese rückgängig zu machen sucht, ist sie hier von der Geschwindigkeit bzw. deren Gefälle abhängig und wirkt bremsend auf jede **Bewegung**. F_R hat also den Charakter einer **Reibungskraft**. Man nennt deshalb das Auftreten solcher Reibungskräfte in realen Fluiden auch die **innere Reibung**.

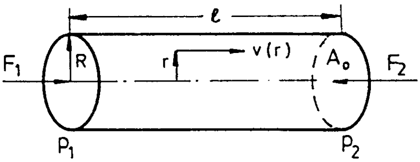


Abb. 5.7. Verhältnisse bei einer Rohrströmung

Die innere Reibung beeinflusst die Fluidmenge, die in einem vorgegebenen Zeitintervall durch ein Rohr fließen kann. Herrschen an den Enden eines geraden zylindrischen Rohres mit dem Radius R, der Länge ℓ und dem Querschnitt A_0 die Drucke p_1 und p_2, dann ist die auf die Fluidsäule im Rohr wirkende Kraft:

$$F_0 = F_1 - F_2 = A_0(p_1 - p_2) \qquad \text{oder mit} \qquad A_0 = \pi R^2 :$$
$$F_0 = (p_1 - p_2)\pi R^2$$

Entsprechend beträgt die Kraft auf ein herausgegriffenes koaxiales Volumenelement $\Delta V = \pi r^2 \ell$ mit dem Radius $r < R$ und der Länge ℓ:

$$F = (p_1 - p_2)\pi r^2$$

Vernachlässigt man den Einfluss des Gewichts des Fluids und setzt man ferner voraus, dass **keine** Beschleunigungen und damit keine Trägheitskräfte auftreten, dann muss Gleichgewicht zwischen F und der Reibungskraft F_R herrschen, d.h. es muss sein:

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_R = 0 \qquad \text{oder:} \qquad F = -F_R$$

F_R ergibt sich aus der an der Mantelfläche $A = 2\pi r\ell$ des Volumenelements ΔV angreifenden Schubspannung τ gemäß (5.8) zu:

$$F_R = A\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = 2\pi r\ell\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$$

Im Gleichgewicht muss also sein:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -2\pi r\ell\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$$