

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xv</b>
<b>Notation</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Einige mathematische Grundlagen . . . . .	1
1.2 Grundbegriffe der Optimierungstheorie . . . . .	7
Literaturhinweise . . . . .	11
<b>I Statische Optimierung</b>	<b>13</b>
<b>2 Ökonomische Problemstellungen</b>	<b>15</b>
2.1 Güternachfrage eines Haushaltes bei fixem Budget . . . . .	15
2.2 Produktionsplan eines Mehrproduktunternehmens . . . . .	18
2.3 Monopolistische Preisdifferenzierung . . . . .	20
2.4 Insider-Outsider-Modelle . . . . .	22
2.5 Herleitung von Schätzern in der Ökonometrie . . . . .	23
Literaturhinweise . . . . .	25
<b>3 Klassische Optimierung</b>	<b>27</b>
3.1 Unrestringierte Optimierungsprobleme . . . . .	27
3.2 Restriktionen in Gleichungsform . . . . .	34
Literaturhinweise . . . . .	48
<b>4 Optimierung bei Ungleichungsrestriktionen</b>	<b>49</b>
4.1 Spezialfälle . . . . .	49
4.1.1 Nichtnegativitätsbedingungen und obere Schranken . . . . .	49
4.1.2 Lineare Restriktionen . . . . .	57
4.2 Nichtlineare Ungleichungsrestriktionen . . . . .	66
4.2.1 Das Konzept der zulässigen Richtung . . . . .	68
4.2.2 Notwendige Optimalitätsbedingungen . . . . .	74

4.2.3	Hinreichende Optimalitätsbedingungen und Sattelpunkttheoreme . . . . .	80
4.3	Gemischte Restriktionen . . . . .	94
4.4	Anhang: Beweis des Farkas-Lemmas und von Gordan's Theorem . . .	104
	Literaturhinweise . . . . .	106
<b>II</b>	<b>Dynamische Optimierung</b>	<b>107</b>
<b>5</b>	<b>Ökonomische Problemstellungen</b>	<b>109</b>
5.1	Produktion und Lagerhaltung . . . . .	110
5.2	Gesamtwirtschaftliche Kapitalakkumulation . . . . .	112
5.3	Regionale Allokation von Investitionsmitteln . . . . .	115
5.4	Instandhaltung und Ersatz maschineller Produktionsanlagen . . . . .	117
5.5	Lagerhaltung und Bestellung . . . . .	119
5.6	Intertemporale Konsum-Spar-Entscheidung . . . . .	121
	Literaturhinweise . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Variationsrechnung</b>	<b>125</b>
6.1	Das fundamentale Problem der Variationsrechnung . . . . .	125
6.2	Notwendige Optimalitätsbedingungen: Die Eulersche Gleichung und die Bedingung von Legendre . . . . .	128
6.3	Eine hinreichende Optimalitätsbedingung . . . . .	142
6.4	Allgemeine Endbedingungen . . . . .	146
6.4.1	Probleme mit festem Endzeitpunkt und variablem Endwert . .	146
6.4.2	Probleme mit gleichungsrestringierten Endpunkten . . . . .	154
6.4.3	Probleme mit festem Endwert und variablem Endzeitpunkt . .	158
6.5	Mehrdimensionale Variationsprobleme . . . . .	163
6.6	Anhang: Lokale Maxima von Funktionalen . . . . .	168
	Literaturhinweise . . . . .	170
<b>7</b>	<b>Kontrolltheorie</b>	<b>173</b>
7.1	Problemformulierung . . . . .	173
7.2	Notwendige Optimalitätsbedingungen: Das Pontrjaginsche Maximumprinzip . . . . .	180
7.2.1	Formulierung des Maximumprinzips . . . . .	181
7.2.2	Beweis des Maximumprinzips für das Lagrange-Problem mit freiem rechten Endpunkt . . . . .	195
7.2.3	Zusammenhang zwischen dem Maximumprinzip und der Variationsrechnung . . . . .	201
7.3	Hinlänglichkeit des Pontrjaginschen Maximumprinzips . . . . .	207
7.4	Erweiterungen des Standardmodells . . . . .	218
7.4.1	Probleme mit unendlichem Planungshorizont . . . . .	219
7.4.2	Probleme mit freiem Endhorizont . . . . .	228

---

7.4.3 Zustandsabhängige Kontrollrestriktionen . . . . .	237
Literaturhinweise . . . . .	246
<b>8 Dynamische Programmierung</b>	<b>249</b>
8.1 Problemformulierung . . . . .	250
8.2 Endlicher Horizont: Das Optimalitätsprinzip und die rekursive Lösung . . . . .	258
8.3 Fixpunktlösungen bei unendlichem Horizont . . . . .	277
8.3.1 Vorüberlegungen . . . . .	277
8.3.2 Beschränkte Nutzenfunktionen und Diskontierung . . . . .	280
8.3.3 Unbeschränkte Nutzenfunktionen . . . . .	294
8.4 Ergänzungen . . . . .	306
8.4.1 Dynamische Programmierung bei statischen Optimierungsproblemen . . . . .	306
8.4.2 Dynamische Programmierung in stetiger Zeit . . . . .	311
8.5 Anhang: Existenzsätze . . . . .	321
Literaturhinweise . . . . .	323
<b>Mathematischer Anhang</b>	<b>325</b>
<b>A Einige Sätze und Definitionen</b>	<b>327</b>
<b>B Differentialgleichungen</b>	<b>333</b>
B.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	333
B.2 Systeme von $n$ Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	337
B.3 Gewöhnliche Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	342
B.4 Partielle Differentialgleichungen . . . . .	346
Literaturhinweise . . . . .	347
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>349</b>
<b>Index</b>	<b>353</b>