

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Elemente der Topologie</b>	<b>1</b>
1.1	Topologie des euklidischen Raumes $\mathbb{R}^n$ .....	1
1.2	Topologie metrischer Räume .....	6
1.3	Stetige Abbildungen .....	13
1.4	Kompakte Räume .....	28
1.5	Zusammenhang .....	33
1.6	Potenzreihen in Banachalgebren .....	38
1.7	Aufgaben.....	42
<b>2</b>	<b>Differenzierbare Funktionen</b>	<b>45</b>
2.1	Begriff der Differenzierbarkeit. Elementare Feststellungen ....	45
2.2	Mittelwertsatz und Schrankensatz .....	56
2.3	Höhere Ableitungen. Der Satz von Schwarz .....	58
2.4	Die Taylorapproximation .....	64
2.5	Zur Bedeutung der zweiten Ableitung .....	68
2.6	Differentiation parameterabhängiger Integrale .....	75
2.7	Die Eulersche Differentialgleichung der Variationsrechnung ...	77
2.8	Aufgaben.....	84
<b>3</b>	<b>Differenzierbare Abbildungen</b>	<b>87</b>
3.1	Begriff der Differenzierbarkeit. Elementare Feststellungen.....	87
3.2	Der Schrankensatz .....	102
3.3	Der Satz von der lokalen Umkehrbarkeit .....	104
3.4	Auflösen von Gleichungen. Implizit definierte Abbildungen ...	111
3.5	Differenzierbare Untermannigfaltigkeiten .....	115
3.6	Extrema unter Nebenbedingungen .....	123
3.7	Aufgaben.....	126
<b>4</b>	<b>Vektorfelder</b>	<b>131</b>
4.1	Vektorfelder. Koordinatensysteme .....	131

4.2	Integralkurven in Vektorfeldern. Gewöhnliche Differentialgleichungen .....	136
4.3	Lineare Differentialgleichungen .....	147
4.4	Erste Integrale .....	154
4.5	Attraktoren und stabile Punkte .....	158
4.6	Flüsse in Vektorfeldern und Divergenz .....	164
4.7	Divergenz und Laplace-Operator in orthogonalen Koordinaten	170
4.8	Aufgaben.....	173
<b>5</b>	<b>Felder von Linearformen, Pfaffsche Formen. Kurvenintegrale</b>	<b>177</b>
5.1	Begriff der Pfaffschen Form .....	177
5.2	Integration von 1-Formen längs Kurven .....	179
5.3	Exakte 1-Formen. Wegunabhängigkeit der Integration .....	182
5.4	Lokal exakte 1-Formen. Das Lemma von Poincaré .....	185
5.5	Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals lokal exakter 1-Formen .....	188
5.6	Aufgaben.....	194
<b>6</b>	<b>Die Fundamentalsätze der Funktionentheorie</b>	<b>197</b>
6.1	Der Cauchysche Integralsatz .....	197
6.2	Die Cauchysche Integralformel für Kreisscheiben. Der Satz von der Potenzreihenentwicklung .....	203
6.3	Die Cauchysche Integralformel für Kreisringe. Der Satz von der Laurententwicklung .....	211
6.4	Der Residuensatz .....	216
6.5	Das Maximumprinzip. Die holomorphen Automorphismen von $\mathbb{E}$ .....	223
6.6	Die Gammafunktion .....	225
6.7	Holomorphe Funktionen und harmonische Funktionen .....	229
6.8	Aufgaben.....	230
<b>7</b>	<b>Das Lebesgue-Integral</b>	<b>235</b>
7.1	Integration von Treppenfunktionen .....	235
7.2	Die $L^1$ -Halbnorm .....	238
7.3	Definition des Lebesgue-Integrals. Elementare Feststellungen	242
7.4	Der Kleine Satz von Beppo Levi und der Kleine Satz von Fubini .....	245
7.5	Meßbarkeit von Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ .....	252
7.6	Nullmengen .....	256
7.7	Translationsinvarianz des Lebesgue-Integrals. Das Volumen von Parallelotopen .....	261
7.8	Riemannsche Summen .....	264

Inhaltsverzeichnis	XI
7.9 Aufgaben	266
<b>8 Vollständigkeit des Lebesgue-Integrals. Konvergenzsätze und der Satz von Fubini</b>	<b>269</b>
8.1 Der Vollständigkeitsatz von Riesz-Fischer	269
8.2 Gliedweise Integration bei monotoner Konvergenz. Der Satz von Beppo Levi	272
8.3 Gliedweise Integration bei majorisierter Konvergenz	278
8.4 Parameterabhängige Integrale	282
8.5 Integration über einen Produktraum. Die Sätze von Fubini und Tonelli	289
8.6 Aufgaben	296
<b>9 Der Transformationssatz</b>	<b>299</b>
9.1 Formulierung des Transformationssatzes. Erste Beispiele	299
9.2 Beweis des Transformationssatzes	303
9.3 Integration mittels Polarkoordinaten und Jacobi-Abbildung	308
9.4 Aufgaben	314
<b>10 Anwendungen der Integralrechnung</b>	<b>317</b>
10.1 Faltung und Approximation von Funktionen	317
10.2 Die Fourier-Transformation	325
10.3 Quadratintegrierbare Funktionen	334
10.4 Aufgaben	343
<b>11 Integration über Untermannigfaltigkeiten des euklidischen <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>346</b>
11.1 Reguläre Parameterdarstellungen	346
11.2 Das Volumen $d$ -dimensionaler Parallelotope	351
11.3 Integration über ein Kartengebiet	353
11.4 Zerlegungen der Eins	359
11.5 Integration über eine Untermannigfaltigkeit	362
11.6 Nullmengen zu einer Dimension $d$	367
11.7 Integration über $\mathcal{C}^1$ -Flächen	371
11.8 Aufgaben	374
<b>12 Der Integralsatz von Gauß</b>	<b>377</b>
12.1 Integration von Vektorfeldern über orientierte reguläre Hyperflächen	377
12.2 $\mathcal{C}^1$ -Polyeder	380
12.3 Die Divergenz eines Vektorfeldes	382
12.4 Der Gaußsche Integralsatz	384

12.5	Beweis des Gaußschen Integralsatzes.....	387
12.6	Die Greenschen Formeln .....	393
12.7	Aufgaben.....	396
<b>13</b>	<b>Der Integralsatz von Stokes</b>	<b>399</b>
13.1	Alternierende Multilinearformen .....	399
13.2	Differentialformen auf offenen Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ .....	403
13.3	Differentialformen auf Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^N$ .....	408
13.4	Orientierung von Untermannigfaltigkeiten .....	411
13.5	Integration von Differentialformen .....	418
13.6	Glatt berandete Teilmengen einer Untermannigfaltigkeit .....	423
13.7	Der Satz von Stokes .....	430
13.8	Die klassische Version des Satzes von Stokes .....	433
13.9	Der Brouwersche Fixpunktsatz .....	439
13.10	Aufgaben.....	441
	<b>Literatur</b>	<b>445</b>
	<b>Bezeichnungen</b>	<b>446</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b>	<b>449</b>