

Siegfried Flügge

Rechenmethoden der Quantentheorie

Elementare Quantenmechanik
Dargestellt in Aufgaben und Lösungen

Fünfte, verbesserte Auflage

110 Aufgaben mit 34 Abbildungen

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo Hong Kong
Barcelona Budapest

Professor Dr. Siegfried Flügge
Physikalisches Institut
Fakultät für Physik
Universität Freiburg im Breisgau
Hermann-Herder-Straße 3
D-79104 Freiburg i.Br.

ISBN 3-540-56776-3 5. Aufl.
Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

ISBN 3-540-51367-1 4. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Flügge, Siegfried: Rechenmethoden der Quantentheorie: elementare Quantenmechanik; dargestellt in Aufgaben und Lösungen / S. Flügge. – 5., verb. Aufl. – Berlin ; Heidelberg ; New York ; London ; Paris ; Tokyo ; Hong Kong ; Barcelona ; Budapest : Springer, 1993 (Springer-Lehrbuch)
ISBN 3-540-56776-3 (Berlin ...)
ISBN 0-387-56776-3 (New York ...)

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1965, 1976, 1990, 1993
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z. B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

Satz: Macmillan India Ltd., India; Druck: Langenscheidt KG, Berlin
Binearbeiten: Lüderitz & Bauer, Berlin.
56/3020-543210 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

Inhaltsverzeichnis

<i>A. Einkörperprobleme mit konservativen Kräften</i>	1
<i>I. Allgemeine Begriffe</i>	5
Mathematische Vorbemerkung	5
1. Aufgabe. Erwartungswerte von Impuls und Kraft	6
2. Aufgabe. Erwartungswerte von Drehimpuls und Moment	7
3. Aufgabe. Energieerhaltungssatz	9
4. Aufgabe. Matrixelemente	10
5. Aufgabe. Hermitesche Operatoren	12
6. Aufgabe. Konstruktion eines Hermiteschen Operators	14
7. Aufgabe. Verallgemeinerte Vertauschungsrelationen	16
8. Aufgabe. Vertauschung von p^n mit x^m	18
9. Aufgabe. Zeitabhängigkeit eines Erwartungswertes	19
<i>II. Kräftefreie Bewegung</i>	21
Vorbemerkung	21
10. Aufgabe. Ebene Wellen	21
11. Aufgabe. Wellenpaket	24
12. Aufgabe. Kubischer Hohlraum	27
13. Aufgabe. Niveaudichte	29
<i>III. Eindimensionale Probleme</i>	32
Vorbemerkung	32
14. Aufgabe. Potentialschacht	33
15. Aufgabe. Potentialschacht zwischen Wänden	36
16. Aufgabe. Potentialschwelle	40
17. Aufgabe. Schmale, hohe Potentialschwelle	43
18. Aufgabe. Potentialtopf mit aufgesetzten Wänden	46
19. Aufgabe. Resonanz	48
20. Aufgabe. Periodische Potentiale	52

VIII Inhaltsverzeichnis

21. Aufgabe. Energiebänder	54
22. Aufgabe. Ein spezielles periodisches Potential	55
23. Aufgabe. Kamm von Dirac-Funktionen	60
24. Aufgabe. Harmonischer Oszillator: Schrödingertheorie	65
25. Aufgabe. Harmonischer Oszillator in Matrixschreibweise	69
26. Aufgabe. Matrixelemente für den Oszillator	71
27. Aufgabe. Harmonischer Oszillator: Hilbertraum	74
28. Aufgabe. Oszillator-Eigenfunktionen aus Hilbertvektoren	77
29. Aufgabe. Potentialstufe	79
30. Aufgabe. Potentialschwelle	83
31. Aufgabe. Potentialtopf	86
32. Aufgabe. Homogenes elektrisches Feld	90
33. Aufgabe. Freier Fall nach der Quantenmechanik	92
34. Aufgabe. Eikonal-Näherung (WKB-Methode)	95
35. Aufgabe. WKB-Methode: Randwertproblem	98
36. Aufgabe. WKB-Näherung für den Oszillator	101
37. Aufgabe. Anharmonischer Oszillator	102

IV. Zentralsymmetrische Probleme 105

Mathematische Vorbemerkung	105
a) Drehimpuls	108
38. Aufgabe. Vertauschungsrelationen	108
39. Aufgabe. Transformation auf Kugelkoordinaten	110
40. Aufgabe. Hilbertraum zu festem l -Wert	112
b) Gebundene Zustände	114
41. Aufgabe. Hohlkugel	114
42. Aufgabe. Erwartungswert der Energie	117
43. Aufgabe. Kugeloszillator	119
44. Aufgabe. Entartung beim Kugeloszillator	121
45. Aufgabe. Keplerproblem	124
46. Aufgabe. Kratzersches Molekülpotential	126
47. Aufgabe. Morsesches Molekülpotential	131
48. Aufgabe. Zentralkraftmodell des Deuterons	135
49. Aufgabe. Stark-Effekt am Rotator	138
c) Zustände im Kontinuum. Elastische Streuung	141
50. Aufgabe. Coulomb-Abstoßung	141
51. Aufgabe. Partialwellenzerlegung der ebenen Welle	146
52. Aufgabe. Partialwellenzerlegung der Streuamplitude	148

53. Aufgabe. Definition des Streuquerschnitts	150
54. Aufgabe. Streuung an einem Potentialtopf	152
55. Aufgabe. Streuung an der harten Kugel	154
56. Aufgabe. Streuung am Potentialschacht	157
57. Aufgabe. Anomale Streuung	162
58. Aufgabe. Streuung an einer dünnwandigen Kugel	164
59. Aufgabe. Rutherford'sche Streuformel	166
60. Aufgabe. Partialwellenentwicklung der Rutherfordstreuung	170
61. Aufgabe. Anomale Coulomb-Streuung	174
62. Aufgabe. Integralgleichung	175
63. Aufgabe. Schwingersches Variationsprinzip	177
64. Aufgabe. Streulänge und effektive Reichweite	179
65. Aufgabe. Potentialschacht, Streulänge	183
66. Aufgabe. Streuung und gebundener Zustand	185
d) Elastische Streuung bei höheren Energien	187
67. Aufgabe. Bornsche Näherung	188
68. Aufgabe. Genäherte und exakte Streuamplitude	190
69. Aufgabe. Bornsche Näherung: Yukawa- und Coulombfeld	193
70. Aufgabe. Stoßparameter-Integral	195
71. Aufgabe. Strahlenoptik und Stoßparameterintegral	198
72. Aufgabe. Calogero-Gleichung	199
73. Aufgabe. Zweite Bornsche Näherung für Partialwellen	202
V. <i>Verschiedene Einkörperprobleme</i>	205
74. Aufgabe. Ionisiertes Wasserstoffmolekül	205
75. Aufgabe. Elektromagnetisches Feld	210
76. Aufgabe. Elektrische Stromdichte	212
77. Aufgabe. Normaler Zeemaneffekt	214
78. Aufgabe. Anregung durch eine Lichtwelle	215
VI. <i>Nichtstationäre Probleme</i>	221
Vorbemerkung	221
79. Aufgabe. Zwei Zustände: zeitunabhängige Störung	222
80. Aufgabe. Zwei Zustände: zeitabhängige Störung	224
81. Aufgabe. Paramagnetische Resonanz	226
82. Aufgabe. Photoanregung	227
83. Aufgabe. Elastische Streuung	230
84. Aufgabe. Photoeffekt	233
85. Aufgabe. Spontane Emission	236

<i>B. Mehrkörperprobleme</i>	241
<i>I. Spin</i>	244
Vorbemerkung	244
86. Aufgabe. Antikommutator	245
87. Aufgabe. Konstruktion der Paulimatrizen	246
88. Aufgabe. Eigenvektoren der Spinoperatoren	248
89. Aufgabe. Produkt der Spinoperatoren	249
90. Aufgabe. Spinortransformation	251
91. Aufgabe. Ebene Welle mit Spin	253
92. Aufgabe. Spinelektron im Zentralfeld	255
93. Aufgabe. Landéscher g -Faktor	258
94. Aufgabe. Zwei Teilchen vom Spin $\frac{1}{2}$	261
95. Aufgabe. Austauschkräfte	263
96. Aufgabe. Drei Teilchen vom Spin $\frac{1}{2}$	264
 <i>II. Systeme aus wenigen Teilchen</i>	 268
Vorbemerkung	268
97. Aufgabe. Austauschentartung	268
98. Aufgabe. Gekoppelte Oszillatoren	270
99. Aufgabe. Helium im Grundzustand	276
100. Aufgabe. Neutrales Wasserstoffmolekül	279
101. Aufgabe. Schwerpunktsbewegung	283
102. Aufgabe. Drehimpulseigenfunktionen für zwei Teilchen	285
103. Aufgabe. Rutherford-Streuung gleicher Teilchen	287
104. Aufgabe. Unelastische Streuung	290
 <i>III. Systeme aus vielen Teilchen</i>	 294
105. Aufgabe. Metall als Elektronengas	294
106. Aufgabe. Paramagnetismus der Metalle	296
107. Aufgabe. Feldemission	299
108. Aufgabe. Thomas-Fermi-Atom	302
109. Aufgabe. Näherungen für die Thomas-Fermi-Funktion	305
110. Aufgabe. Abschirmung der K-Elektronen	309
 Literaturhinweise zu einigen Aufgaben	 312
Sachverzeichnis	315