

Springer

Berlin

Heidelberg

New York

Barcelona

Hongkong

London

Mailand

Paris

Singapur

Tokio

Franz Schwabl

Quantenmechanik für Fortgeschrittene (QM II)

Zweite, verbesserte Auflage
mit 79 Abbildungen, 4 Tabellen
und 101 Aufgaben



Springer

Professor Dr. Franz Schwabl
Institut für Theoretische Physik
Technische Universität München
James-Franck-Strasse
85747 Garching, Deutschland
e-mail: schwabl@physik.tu-muenchen.de

ISBN 3-540-67730-5 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

ISBN 3-540-63382-0 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Schwabl, Franz:
Quantenmechanik für Fortgeschrittene: QM II/ Franz Schwabl.– 2., verb. Aufl. –
Berlin ; Heidelberg ; New York ; Barcelona ; Hongkong ; London ; Mailand ; Paris ; Singapur ; Tokio : Springer, 2000
(Springer-Lehrbuch) ISBN 3-540-67730-5

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ein Unternehmen der BertelsmannSpringer Science+Business Media GmbH
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997, 2000
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz: Druckfertige Vorlage vom Autor erstellt unter Verwendung eines Springer \LaTeX Makropakets
Einbandgestaltung: *design & production* GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier
SPIN: 10771417 56/3144/jl - 5 4 3 2 1 0

Die wahre Physik ist jene, der es eines Tages gelingen wird,
den Menschen in seiner Gesamtheit
in ein zusammenhängendes Weltbild einzugliedern.

Pierre Teilhard de Chardin

Meiner Tochter Birgitta

Inhaltsverzeichnis

Teil I. Nichtrelativistische Vielteilchen-Systeme

1. Zweite Quantisierung	3
1.1 Identische Teilchen, Mehrteilchenzustände und Permutationssymmetrie	3
1.1.1 Zustände und Observable von identischen Teilchen	3
1.1.2 Beispiele	6
1.2 Vollkommen symmetrische und antisymmetrische Zustände ..	8
1.3 Bosonen	10
1.3.1 Zustände, Fock-Raum, Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren	10
1.3.2 Teilchenzahloperator	13
1.3.3 Allgemeine Einteilchen- und Mehrteilchenoperatoren .	14
1.4 Fermionen	17
1.4.1 Zustände, Fock-Raum und Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren	17
1.4.2 Ein- und Mehrteilchenoperatoren	20
1.5 Feldoperatoren	21
1.5.1 Transformationen zwischen verschiedenen Basissystemen	21
1.5.2 Feldoperatoren	21
1.5.3 Feldgleichungen	23
1.6 Impulsdarstellung	25
1.6.1 Impulseigenfunktionen, Hamilton-Operator	25
1.6.2 Fouriertransformation der Dichte	27
1.6.3 Berücksichtigung des Spins	28
Aufgaben	29
2. Spin-1/2 Fermionen	33
2.1 Nichtwechselwirkende Fermionen	33
2.1.1 Fermi-Kugel, Anregungen	33
2.1.2 Einteilchenkorrelationsfunktion	35
2.1.3 Paarverteilungsfunktion	36
*2.1.4 Paarverteilungsfunktion, Dichtekorrelationsfunktionen und Strukturfaktor	39

2.2	Grundzustandsenergie und elementare Theorie des Elektronengases	41
2.2.1	Hamilton-Operator	41
2.2.2	Grundzustandsenergie in Hartree-Fock-Näherung	43
2.2.3	Änderung der elektronischen Energieniveaus durch die Coulomb-Wechselwirkung	46
2.3	Hartree-Fock Gleichungen für Atome	49
	Aufgaben	52
3.	Bosonen	55
3.1	Freie Bosonen	55
3.1.1	Paarverteilungsfunktion für freie Bosonen	55
*3.1.2	Zweiteilchenzustände von Bosonen	57
3.2	Schwach wechselwirkendes, verdünntes Bose-Gas	60
3.2.1	Quantenflüssigkeiten und Bose-Einstein-Kondensation	60
3.2.2	Bogoliubov-Theorie des schwach wechselwirkenden Bose-Gases	61
*3.2.3	Suprafluidität	69
	Aufgaben	72
4.	Korrelationsfunktionen, Streuung und Response	75
4.1	Streuung und Response	75
4.2	Dichtematrix, Korrelationsfunktionen	82
4.3	Dynamische Suszeptibilität	85
4.4	Dispersionsrelationen	88
4.5	Spektraldarstellung	90
4.6	Fluktuations-Dissipations-Theorem	91
4.7	Anwendungsbeispiele	92
*4.8	Symmetrieeigenschaften	99
4.8.1	Allgemeine Symmetrierelationen	99
4.8.2	Symmetrieeigenschaften der Responsefunktion für hermitesche Operatoren	101
4.9	Summenregeln	106
4.9.1	Allgemeine Struktur von Summenregeln	106
4.9.2	Anwendung auf die Anregungen in He II	107
	Aufgaben	109
	Literatur zu Teil I	111

Teil II. Relativistische Wellengleichungen

5. Aufstellung von relativistischen Wellengleichungen	115
5.1 Einleitung	115
5.2 Klein-Gordon-Gleichung	116
5.2.1 Aufstellung mittels des Korrespondenzprinzips	116
5.2.2 Kontinuitätsgleichung	119
5.2.3 Freie Lösungen der Klein-Gordon-Gleichung	120
5.3 Dirac-Gleichung	121
5.3.1 Aufstellung der Dirac-Gleichung	121
5.3.2 Kontinuitätsgleichung	122
5.3.3 Eigenschaften der Dirac-Matrizen	123
5.3.4 Die Dirac-Gleichung in kovarianter Form	124
5.3.5 Nichtrelativistischer Grenzfall und Kopplung an das elektromagnetische Feld	125
Aufgaben	131
6. Lorentz-Transformationen und Kovarianz der Dirac-Gleichung	133
6.1 Lorentz-Transformationen	133
6.2 Lorentz-Kovarianz der Dirac-Gleichung	137
6.2.1 Die Lorentz-Kovarianz und Transformation von Spinoren	137
6.2.2 Bestimmung der Darstellung $S(\Lambda)$	138
6.2.3 Weitere Eigenschaften der S	144
6.2.4 Transformation von Bilinearformen	146
6.2.5 Eigenschaften der γ -Matrizen	147
6.3 Lösungen der Dirac-Gleichung für freie Teilchen	148
6.3.1 Spinoren mit endlichem Impuls	148
6.3.2 Orthogonalitätsrelationen und Dichte	151
6.3.3 Projektionsoperatoren	153
Aufgaben	154
7. Drehimpuls – Bahndrehimpuls und Spin	157
7.1 Passive und aktive Transformationen	157
7.2 Drehungen und Drehimpuls	158
Aufgaben	161
8. Bewegung im Coulomb-Potential	163
8.1 Klein-Gordon-Gleichung mit elektromagnetischem Feld	163
8.1.1 Ankopplung an das elektromagnetische Feld	163
8.1.2 Klein-Gordon-Gleichung im Coulomb-Feld	164
8.2 Dirac-Gleichung für das Coulomb-Potential	170
Aufgaben	182

9. Foldy-Wouthuysen-Transformation und Relativistische Korrekturen	183
9.1 Die Foldy-Wouthuysen-Transformation	183
9.1.1 Problemstellung	183
9.1.2 Transformation für freie Teilchen	184
9.1.3 Wechselwirkung mit elektromagnetischem Feld	185
9.2 Relativistische Korrekturen und Lamb-Verschiebung	190
9.2.1 Relativistische Korrekturen	190
9.2.2 Abschätzung der Lamb-Verschiebung	191
Aufgaben	196
10. Physikalische Interpretation der Lösungen der Dirac-Gleichung	197
10.1 Wellenpakete und Zitterbewegung	197
10.1.1 Superposition von Zuständen positiver Energie	198
10.1.2 Allgemeines Wellenpaket	199
*10.1.3 Allgemeine Lösung der freien Dirac-Gleichung im Heisenberg-Bild	203
*10.1.4 Klein-Paradoxon, Potentialschwelle	204
10.2 Löcher-Theorie	207
Aufgaben	210
11. Symmetrien und weitere Eigenschaften der Dirac-Gleichung	211
*11.1 Aktive und passive Transformationen, Transformation von Vektoren	211
11.2 Invarianz und Erhaltungssätze	214
11.2.1 Allgemeine Transformation	214
11.2.2 Drehungen	215
11.2.3 Translationen	215
11.2.4 Raumspiegelung (Paritätstransformation)	216
11.3 Ladungskonjugation	216
11.4 Zeitumkehr (Bewegungsumkehr)	220
11.4.1 Bewegungsumkehr in der klassischen Physik	220
11.4.2 Zeitumkehr in der Quantenmechanik	224
11.4.3 Zeitumkehrinvarianz der Dirac-Gleichung	232
*11.4.4 Racah-Zeitspiegelung	238
*11.5 Helizität	240
*11.6 Fermionen mit Masse Null (Neutrinos)	242
Aufgaben	247
Literatur zu Teil II	249

Teil III. Relativistische Felder

12. Quantisierung von relativistischen Feldern	253
12.1 Gekoppelte Oszillatoren, lineare Kette, Gitterschwingungen . .	253
12.1.1 Lineare Kette von gekoppelten Oszillatoren	253
12.1.2 Kontinuumsrenzfall, schwingende Saite	259
12.1.3 Verallgemeinerung auf drei Dimensionen, Zusammenhang mit dem Klein–Gordon–Feld	262
12.2 Klassische Feldtheorie	265
12.2.1 Lagrange–Funktion und Euler–Lagrange Bewegungsgleichungen	265
12.3 Kanonische Quantisierung	270
12.4 Symmetrien und Erhaltungssätze, Noether Theorem	271
12.4.1 Energie–Impuls–Tensor, Kontinuitätsgleichungen und Erhaltungssätze	271
12.4.2 Herleitung der Erhaltungssätze für Viererimpuls, Drehimpuls und Ladung aus dem Noetherschen Theorem	273
Aufgaben	280
13. Freie Felder	281
13.1 Das reelle Klein–Gordon–Feld	281
13.1.1 Lagrange–Dichte, Vertauschungsrelationen, Hamilton–Operator	281
13.1.2 Propagatoren	285
13.2 Das komplexe Klein–Gordon–Feld	289
13.3 Quantisierung des Dirac–Feldes	292
13.3.1 Feldgleichungen	292
13.3.2 Erhaltungsgrößen	293
13.3.3 Quantisierung	294
13.3.4 Ladung	298
*13.3.5 Grenzfall unendlichen Volumens	299
13.4 Spin–Statistik–Theorem	300
13.4.1 Propagatoren und Spin–Statistik–Theorem	300
13.4.2 Ergänzungen zum Antikommutator und Propagator des Dirac–Feldes	305
Aufgaben	307
14. Quantisierung des Strahlungsfeldes	311
14.1 Klassische Elektrodynamik	311
14.1.1 Maxwell–Gleichungen	311
14.1.2 Eichtransformationen	313
14.2 Coulomb–Eichung	313
14.3 Lagrange–Dichte für das elektromagnetische Feld	315

14.4	Freies elektromagnetisches Feld und dessen Quantisierung . . .	316
14.5	Berechnung des Photon-Propagators	320
	Aufgaben	324
15.	Wechselwirkende Felder, Quantenelektrodynamik	325
15.1	Lagrange-Funktionen, wechselwirkende Felder	325
15.1.1	Nichtlineare Lagrange-Funktionen	325
15.1.2	Fermionen in einem äußeren Feld	326
15.1.3	Wechselwirkung von Elektronen mit dem Strahlungsfeld: Quantenelektrodynamik (QED)	326
15.2	Wechselwirkungsdarstellung, Störungstheorie	328
15.2.1	Wechselwirkungsdarstellung (auch Dirac-Darstellung) .	328
15.2.2	Störungstheorie	331
15.3	S -Matrix	333
15.3.1	Allgemeine Formulierung	333
15.3.2	Einfache Übergänge	337
*15.4	Wicksches Theorem	340
15.5	Einfache Streuprozesse, Feynman-Diagramme	344
15.5.1	Der Term erster Ordnung	345
15.5.2	Mott-Streuung	346
15.5.3	Prozesse zweiter Ordnung	352
15.5.4	Feynman-Regeln der Quantenelektrodynamik	361
*15.6	Strahlungskorrekturen	364
15.6.1	Selbstenergie des Elektrons	364
15.6.2	Selbstenergie des Photons, Vakuumpolarisation	370
15.6.3	Vertexkorrekturen	372
15.6.4	Ward-Identität und Ladungsrenormierung	373
15.6.5	Anomales magnetisches Moment des Elektrons	376
	Aufgaben	379
	Literatur zu Teil III	381
	Anhang	383
A	Alternative Herleitung der Dirac-Gleichung	383
B	Formeln	385
B.1	Standarddarstellung	385
B.2	Chirale Darstellung	385
B.3	Majorana-Darstellungen	386
C	Projektionsoperatoren für den Spin	386
C.1	Definition	386
C.2	Ruhsystem	386
C.3	Bedeutung des Projektionsoperators $P(n)$ im allge- meinen	387
D	Wegintegraldarstellung der Quantenmechanik	391

E	Kovariante Quantisierung des elektromagnetischen Feldes, Gupta–Bleuler–Methode	393
E.1	Quantisierung und Feynman-Propagator	393
E.2	Die physikalische Bedeutung von longitudinalen und skalaren Photonen	395
E.3	Der Feynman-Photonen-Propagator	398
E.4	Erhaltungsgrößen	400
F	Die Ankopplung von geladenen skalaren Mesonen an das elektromagnetische Feld	400
Sachverzeichnis		403