

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
1.1 Systemvoraussetzungen	2
1.2 Installationshinweise	2
1.3 Allgemeine Hinweise zu den Worksheets	3
1.4 Hinweise zu den Html-Dateien	4
1.5 Datei-Struktur auf der CD-ROM	4
2. Elementare Funktionen/Funktionenklassen	5
2.1 Schaubilder von Funktionen	5
Schaubild einer gebrochen-rationalen Funktion	5
Darstellung einer Kurvenschar	6
Auswirkung des Parameters auf eine Kurvenschar	6
Dreidimensionale Darstellung einer Kurvenschar	6
2.2 Funktionenlupe	7
ganzrationale Funktion - differenzierbar	7
Betragsfunktion - nicht differenzierbar	8
trigonometrische Funktion - nicht differenzierbar	9
2.3 Darstellung trigonometrischer Funktionen am Einheitskreis ..	11
<i>Sinusfunktion und Zeigerdiagramm</i> ¹	CD
<i>Kosinusfunktion und Zeigerdiagramm</i>	CD
Tangensfunktion und Zeigerdiagramm	11
<i>Kotangensfunktion und Zeigerdiagramm</i>	CD
2.4 Überlagerung sinusförmiger Funktionen mit Zeigerdiagramm .	12
Zwei Funktionen mit gleicher Periode	12
<i>Drei Funktionen mit gleicher Periode</i>	CD
Zwei Funktionen mit unterschiedlicher Periode	13
2.5 Superpositionsprinzip	14
Superposition von Sinus und Kosinus	14
<i>Superposition von Variationen von Sinus bzw. Kosinus</i> ...	CD
Superposition von nichttrigonometrischen Funktionen ...	15
2.6 Darstellung von Funktionen mit Parametern	16
Die allgemeine Sinusfunktion $a \sin(bx + c) + d$	16
<i>Die allgemeine Exponentialfunktion</i> $\exp(-a(x - x_0)^2)$...	CD
2.7 Parameterkurven	17
Animation für hervorgehobene Punkte einzelner Kurven .	17
Darstellung aller Einzelpunkte in einem Koordinatensystem	17
Darstellung der Parameterkurve mit allen Einzelpunkten .	18

¹ Dieses Verzeichnis gibt auch den Inhalt der CD wieder. Themen, die aus Platzgründen nur auf der CD zu finden sind, sind kursiv gesetzt.

3. Gleichungen und Ungleichungen	19
3.1 Darstellung von Funktionsgleichungen der Form $f(x) = g(x)$..	19
Polynomgleichung	19
<i>Betragsgleichung</i>	CD
<i>Exponentialgleichung</i>	CD
<i>Wurzelgleichung</i>	CD
<i>Nullstellenprobleme</i>	CD
3.2 Berechnung und graphische Darstellung von Ungleichungen ..	20
Polynomungleichung	20
<i>Ungleichungen mit Punktlösungen</i>	CD
<i>Ungleichungen ohne exakt darstellbare Lösung</i>	CD
4. Vektoren / Ebenen / Geraden	22
4.1 Graphische Darstellung von Vektoren und der Vektorrechnung	22
<i>Die Prozeduren arrow2d und arrow3d</i>	CD
Darstellung von Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3	22
<i>Darstellung zweier Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3</i>	CD
Darstellung der Addition von Vektoren	23
Darstellung der Subtraktion von Vektoren	23
Darstellung der Projektion eines Vektors b in Richtung a ..	24
Darstellung des Vektorproduktes (Kreuzproduktes)	24
4.2 Graphische Darstellung von Geraden und Ebenen im Raum ..	25
<i>Die Prozeduren arrow2d und arrow3d</i>	CD
Geraden im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3	26
Ebenen im \mathbb{R}^3	27
5. Analytische Geometrie	29
5.1 Punkte, Geraden und Ebenen	29
<i>Ortsvektor</i>	CD
<i>Schwerpunkt eines Dreiecks</i>	CD
<i>Seitenmittenviereck</i>	CD
Gegenseitige Lage zweier Geraden	29
Gegenseitige Lage von Gerade und Ebene	30
Gegenseitige Lage zweier Ebenen	30
5.2 Kugeln und Ebenen	31
<i>Tangentialebene in einem gegebenen Kugelpunkt</i>	CD
Schnitt zweier Kugeln	31
5.3 Tangentialebenen mit Bedingungen	32
Tangentialebenen parallel zu einer gegebenen Ebene	32
Tangentialebenen durch eine gegebene Gerade	33
5.4 Kugeln und Geraden	34
Schnittpunkte einer Geraden mit einer Kugel	34
Berührkreis und Tangentialkegel	35
5.5 Kegelschnitte	36
Räumliche Darstellung einer Ellipse	36

	<i>Räumliche Darstellung einer Parabel</i>	CD
	Brennpunkteigenschaft der Ellipse	37
	<i>Brennpunkteigenschaft der Parabel</i>	CD
	Visualisierung der Gärtnerkonstruktion	37
	Parabel als geometrischer Ort	38
	Visualisierung der Leitgeraden bei der Parabel	38
	Visualisierung der Tangenteigenschaft bei der Ellipse	39
5.6	Animierte Kegelschnitte	40
	<i>Kegelschnitte paralleler Ebenen</i>	CD
	Kegelschnitte mit veränderlichem Winkel	40
5.7	Mehrstufige Prozesse	41
	Iterierung eines Markovprozesses	41
	Stabiler Zustand des Systems	41
	Graphische Darstellung des Markovprozesses	42
6.	Lineare Algebra	43
6.1	Darstellung linearer Abbildungen im \mathbb{R}^2	43
	Demonstration mit vorgegebener Matrix	43
	<i>Parallelstreckung</i>	CD
	<i>Zentrische Streckung</i>	CD
	<i>Euler-Affinität</i>	CD
	<i>Scherung</i>	CD
	<i>Scherstreckung</i>	CD
	<i>Abbildung ohne Eigenwerte</i>	CD
7.	Komplexe Zahlen	45
7.1	Graphische Darstellung komplexer Zahlen	45
	Darstellung einer Zahl in der komplexen Zahlenebene	45
	<i>Darstellung der komplex konjugierten Zahl</i>	CD
7.2	Graphische Darstellung komplexer Rechenoperationen	46
	Addition zweier komplexer Zahlen	46
	Subtraktion zweier komplexer Zahlen	46
	<i>Multiplikation zweier komplexer Zahlen</i>	CD
	<i>Division zweier komplexer Zahlen</i>	CD
	<i>Die n-te Potenz einer komplexen Zahl</i>	CD
	Die n-ten Wurzeln einer komplexen Zahl	47
8.	Differential- und Integralrechnung	49
8.1	Folgen	49
	Schneeflockenkurve	49
	<i>Folgen in Maple</i>	CD
	Graphische Darstellungen und Wertetabellen	50
	<i>Systembefehl rsolve</i>	CD
	Grenzwert einer Folge	51
	<i>Konvergenz</i>	CD

	<i>Fibonacci-Folge</i>	CD
8.2	Graphisches Differenzieren	52
	<i>Sekanten</i>	CD
	<i>Tangenten</i>	CD
	Graphisches Differenzieren	52
8.3	Kurvendiskussion	53
	Definitionslücken	53
	Ableitungen	54
	Nullstellen	54
	Horizontalstellen	54
	Extremstellen	54
	Wendestellen	55
	Tangente an Schaubild	55
	Normale in einem Kurvenpunkt	55
	Wertetabelle	56
	Näherungslösung einer Gleichung	56
	Schaubild	56
	Polstellen	57
	Asymptoten	57
8.4	Ortskurven	57
	Animation von Einzelbildern hervorgehobener Punkte ...	58
	Gemeinsame Darstellung aller Einzelbilder	58
	Darstellung der Ortslinie	59
8.5	Fehlervisualisierung bei der Unter- und Obersumme	59
	Visualisierung des Fehlers bei der Obersumme	59
	Visualisierung des Fehlers bei der Untersumme	60
8.6	Grenzwert von Unter- und Obersumme	61
8.7	Rechnerischer Ansatz zur Bestimmung der Fläche	61
	Darstellung der Funktion und Einteilung in Teilintervalle ..	61
	Visualisierung eines Teilintervalls	62
	Rechnerische Abschätzung der Fläche	62
8.8	Entdeckung des Hauptsatzes	64
	Visualisierung der Approximation durch Mittenrechtecke ..	64
	Flächenabschätzung bei festen Intervallgrenzen	64
	Flächenabschätzung bei variabler rechter Grenze	65
8.9	Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	66
	Visualisierung des Fundamentalsatzes	66
8.10	Rotationskörper	67
	Graphische Darstellung eines Drehkörpers um die x-Achse ..	68
	<i>Graphische Darstellung eines Drehkörpers um die y-Achse</i> ..	CD
8.11	Darstellung der Konvergenz der Taylorreihe	69
9.	Iterationsverfahren	70
9.1	Einschließungsverfahren	70
	Graphische Darstellung des Bisektionsverfahrens	70

	Graphische Darstellung des Pegasusverfahrens	71
9.2	Iterationsverfahren	72
	Graphische Darstellung des Newtonverfahrens	72
	Graphische Darstellung der regula falsi	73
9.3	Iterationsverfahren — Von Newton zu Feigenbaum	74
	<i>Newtonverfahren</i>	CD
	<i>Graphische Darstellung des Newtonverfahrens</i>	CD
	<i>Allgemeines Iterationsverfahren</i>	CD
	Graphische Darstellung des allgemeinen Verfahrens	74
	<i>Langzeitverhalten und Zeitreihe</i>	CD
	Feigenbaumdiagramm	75
9.4	Näherung von Pi über Vielecke	76
	Graphische Darstellung der einbeschriebenen Vielecke	76
	<i>Graphische Darstellung der umbeschriebenen Vielecke</i>	CD
	<i>Berechnungen</i>	CD
	<i>Herleitung</i>	CD
10.	Funktionen mit mehreren Variablen	77
10.1	Differentialrechnung für Funktionen von mehreren Variablen	77
	Graphische Darstellung von Funktionen mit zwei Variablen	77
	Partielle Ableitungen einer Funktion mit zwei Variablen	78
	Graphische Darstellung der Tangentialebene	78
	Gradient	79
10.2	Darstellung der Konvergenz zweidimensionaler Taylorreihen	79
10.3	Ausgleichsrechnung	80
	Berechnung der Regressionsgeraden	80
	Bestimmung des Ausgleichspolynoms	81
	Interpolationspolynom	82
11.	Vektoranalysis	83
11.1	Gradient	83
	<i>Begriffserläuterung und Berechnung des Gradienten</i>	CD
	<i>Darstellung einer Funktion mit zwei Variablen</i>	CD
	Gradient einer Funktion von zwei Variablen	83
	Gradient einer Funktion von drei Variablen	84
	<i>Beispiele aus der Physik</i>	CD
11.2	Divergenz	85
	<i>Begriffserläuterung und Berechnung der Divergenz</i>	CD
	Allgemeine Rechenvorschrift für die Divergenz	85
	<i>Beispiele aus der Physik</i>	CD
11.3	Rotation	87
	<i>Begriffserläuterung und Berechnung der Rotation</i>	CD
	Allgemeine Rechenvorschrift für die Rotation	87
	Darstellung der Rotation einer Funktion mit zwei Variablen	87
	<i>Hagen-Poiseuillesches Gesetz</i>	CD

12. Wachstums- und Zerfallsprozesse	89
12.1 Simulation dynamischer Systeme	89
Lineares Wachstum	90
<i>Exponentielles (natürliches) Wachstum</i>	CD
<i>Exponentiell beschränktes Wachstum</i>	CD
Logistisches Wachstum	91
<i>Bedeutung des Zeitintervalls</i>	CD
<i>Bedeutung des Wachstumsfaktors</i>	CD
13. Differentialgleichungen	92
13.1 Numerische Integrationsverfahren	92
Euler-Verfahren	92
<i>Modifiziertes Euler-Verfahren</i>	CD
<i>Verfahren von Heun</i>	CD
<i>Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung</i>	CD
Vergleich der vier Verfahren	93
Grenzen numerischer Verfahren	94
13.2 Richtungsfeld einer Differentialgleichung	95
Lösung bei verschiedenen Anfangsbedingungen	95
Richtungsfelder	96
Richtungsfeld mit Lösungskurven	97
14. Sinusfunktionen in der Physik	98
14.1 Eindimensionale Überlagerung von Sinusschwingungen	98
<i>Maximale Verstärkung</i>	CD
<i>Auslöschung</i>	CD
<i>Schwebung</i>	CD
Allgemeiner Fall	98
14.2 Senkrechte Überlagerung von Schwingungen (Lissajous)	99
<i>Überlagerung ohne Phasenverschiebung</i>	CD
Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$	99
<i>Gleiche Amplituden und Frequenzverhältnis 1:1 bzw. 1:2</i> ..	CD
Gleiche Amplituden und Frequenzverhältnis 1:3	100
<i>Schwebung</i>	CD
<i>Verschiedene Amplituden, beliebiges Frequenzverhältnis</i> ..	CD
15. Stochastik	101
15.1 Binomialverteilung, Testen von Hypothesen	101
Berechnen und Erzeugen von $B(n,p)$	101
<i>Summenverteilung</i>	CD
Werte aus einem Intervall für k	101
Umkehrung der Summenverteilung	101
Histogramme, Stabdiagramme, Polygonzüge	102
<i>Animation zur Bedeutung von p bzw. n</i>	CD
Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung	102
Testen von Hypothesen	103

15.2 Normalverteilung	104
Binomialverteilung für große n	104
Gaußfunktion ϕ	105
Gaußsche Integralfunktion Φ	105
<i>Erwartungswert, Standardabweichung, Varianz</i>	CD
Allgemeine Normalverteilung	106
16. Fraktale	107
16.1 Begriffe und Definitionen	107
Fraktal, fraktale Geometrie	107
<i>Selbstähnlichkeit</i>	CD
<i>Koch-Kurve</i>	CD
Sierpinski-Dreieck	107
<i>Alternative Konstruktion des Sierpinski-Dreiecks</i>	CD
<i>Gebrochene Dimension</i>	CD
16.2 Iterierte Abbildungen	108
Definition der Mandelbrot-Menge	110
Definition der Julia-Menge	110
16.3 Die Mandelbrot-Menge	110
<i>Bildergalerie der Mandelbrot-Mengen</i>	CD
16.4 Die Julia-Menge	112
Zusammenhängende Julia-Mengen	112
<i>Bildergalerie der Julia-Mengen</i>	CD
<i>Der Cantor-Staub</i>	CD
17. Einführung in die Beschreibung chaotischer Systeme	113
17.1 Vom Masse-Feder-Schwinger zum chaotischen Oszillator	113
Feder-Masse-Schwinger ohne Reibung	113
<i>Feder-Masse-Schwinger mit Dämpfung</i>	CD
Feder-Masse-Schwinger mit Reibung und Fremderregung	114
Duffing-Gleichung	115
17.2 Beschreibung von Chaos:	116
Logistische Gleichung	116
Sensitivität	117
Mischungseigenschaft, ergodische Bahn	118
Ergodische Bahn bei $r=4$	118
<i>Attraktor bei $r=2$; Verhalten bei $r=3$</i>	CD
2-periodischer Zyklus bei $r=3.1$	119
<i>4er Zyklus bei $r=3.5$</i>	CD
Feigenbaum-Diagramm	120
17.3 Anwendung der Begriffe auf den Duffing-Oszillator	121
Literaturverzeichnis	123
Sachverzeichnis	125