

# Inhalt

<b>0.</b>	<b>Einführung (Jean Dieudonné)</b>	
0.1.	<i>Der Mathematiker</i> . . . . .	2
0.2.	<i>Die „Mathematikergemeinde“</i> . . . . .	5
0.3.	<i>Entwicklung und Fortschritt der Mathematik</i> . . . . .	10
0.4.	<i>Literatur</i> . . . . .	18
0.4.1.	Geschichte der Mathematik bis 1700 . . . . .	18
0.4.2.	Überblick über „fortgeschrittene“ Theorien . . . . .	19
0.4.3.	Geschichte der Anwendungen der Mathematik . . . . .	19
<b>1.</b>	<b>Die Analysis im achtzehnten Jahrhundert (Jean Dieudonné)</b>	
1.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	20
1.1.	<i>Die Probleme</i> . . . . .	21
1.2.	<i>Strenge und Formalismus</i> . . . . .	21
1.3.	<i>Allgemeine Sätze</i> . . . . .	25
1.3.1.	Regeln zur Berechnung der Ableitungen und Integrale . . . . .	26
1.3.2.	Funktionen von großen Zahlen . . . . .	27
1.3.3.	Die Euler-Maclaurinsche Summenformel . . . . .	27
1.3.4.	Trigonometrische Reihen . . . . .	29
1.3.5.	Kettenbrüche . . . . .	31
1.4.	<i>Untersuchung spezieller Funktionen</i> . . . . .	32
1.4.1.	Elementare Funktionen. . . . .	33
1.4.2.	Besselfunktionen . . . . .	34
1.4.3.	Die hypergeometrische Funktion . . . . .	35
1.4.4.	Gammafunktion und Eulersche Integrale . . . . .	36
1.4.5.	Berechnung von Integralen . . . . .	37
1.4.6.	Legendrepolynome und Kugelfunktionen . . . . .	38
1.5.	<i>Differentialgleichungen</i> . . . . .	40
1.6.	<i>Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung</i> . . . . .	45
1.7.	<i>Partielle Differentialgleichungen höherer Ordnung</i> . . . . .	47
1.8.	<i>Variationsrechnung</i> . . . . .	51

1.9.	<i>Numerisches Rechnen</i> . . . . .	52
1.10.	<i>Literatur</i> . . . . .	55
<b>2.</b>	<b>Algebra und Geometrie bis zum Jahre 1840</b> (Jean Guérindon und Jean Dieudonné)	
2.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	56
2.0.1.	Der Zustand der Algebra und der Geometrie in der Mitte des siebzehnten Jahrhunderts . . . . .	56
2.0.2.	Die Probleme . . . . .	58
2.1.	<i>Lineare und multilineare Algebra</i> . . . . .	59
2.1.1.	Die Determinantentheorie . . . . .	59
2.1.2.	Linearkombinationen, lineare Abhängigkeit, kommutative Gruppen . . . . .	61
2.1.3.	Lineare Transformationen . . . . .	63
2.1.4.	Eigenwerte . . . . .	64
2.1.5.	Bilinearformen, quadratische Formen und Dualität . . . . .	65
2.2.	<i>Die Auflösung algebraischer Gleichungen</i> . . . . .	69
2.2.1.	Der „Fundamentalsatz der Algebra“ . . . . .	69
2.2.2.	Die Auflösung von Gleichungen in Radikalen . . . . .	73
2.3.	<i>Analytische Geometrie und geometrische Analysis</i> . . . . .	80
2.3.1.	Die Anfänge der algebraischen Geometrie . . . . .	80
2.3.2.	Die Einführung des Vektorbegriffs . . . . .	82
2.4.	<i>Die komplexe projektive Geometrie</i> . . . . .	84
2.4.1.	Die Untersuchung der Allgemeinheit . . . . .	84
2.4.2.	Die Vorstellungen Poncelets . . . . .	85
2.4.3.	Projektive und metrische Eigenschaften . . . . .	87
2.4.4.	Abbildungen und Dualität . . . . .	87
2.4.5.	Die Geometrie im neunzehnten Jahrhundert . . . . .	92
2.5.	<i>Literatur</i> . . . . .	92
<b>3.</b>	<b>Die Algebra seit 1840</b> (Jean Guérindon und Jean Dieudonné)	
3.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	95
3.1.	<i>Das Rechnen mit neuen Objekten</i> . . . . .	96
3.2.	<i>Lineare und multilineare Algebra</i> . . . . .	97
3.2.1.	Vektoren und Matrizen . . . . .	97
3.2.2.	Die „Reduktionssätze“ für Bilinearformen . . . . .	101
3.2.3.	Die Invariantentheorie . . . . .	105
3.2.4.	Quaternionen und hyperkomplexe Systeme . . . . .	110
3.2.5.	Die äußere Algebra . . . . .	114
3.3.	<i>Körper, Ringe, Ideale und Moduln</i> . . . . .	115
3.3.1.	„Klassische“ Körper und Ringe . . . . .	115
3.3.2.	Das Rechnen mit Äquivalenzklassen und in nichtklassischen Körpern . . . . .	118
3.4.	<i>Gruppen, Operationen von Gruppen, Geometrie</i> . . . . .	120
3.4.1.	Die Anfänge der Theorie der endlichen Gruppen . . . . .	120
3.4.2.	Charaktere und lineare Darstellungen . . . . .	122
3.4.3.	Operationen von Gruppen und Geometrien . . . . .	124

3.5.	<i>Die Geburt der modernen Algebra</i> . . . . .	127
3.6.	<i>Literatur</i> . . . . .	132
<b>4.</b>	<b>Die analytischen Funktionen</b> (Jean-Luc Verley)	
4.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	134
4.1.	<i>Die elementaren Funktionen</i> . . . . .	135
4.1.1.	Die algebraische Analysis . . . . .	135
4.1.2.	Die Kontroverse um die Logarithmen. . . . .	137
4.2.	<i>Berechnung reeller bestimmter Integrale</i> . . . . .	140
4.3.	<i>Die geometrische Darstellung</i> . . . . .	144
4.4.	<i>Cauchy und die französische Schule in der ersten Hälfte des neunzehnten Jahrhunderts</i> . . . . .	146
4.4.1.	Die Konvergenz von Potenzreihen . . . . .	146
4.4.2.	Das Kurvenintegral . . . . .	147
4.4.3.	Der Residuenkalkül . . . . .	148
4.4.4.	Cauchysche Integralformel und Reihenentwicklungen . . . . .	150
4.4.5.	Die synectischen Funktionen . . . . .	151
4.4.6.	Puiseux und die algebraischen Funktionen . . . . .	152
4.4.7.	Das Buch von Briot und Bouquet . . . . .	153
4.5.	<i>Riemann und die geometrische Funktionentheorie</i> . . . . .	154
4.5.1.	Die Prinzipien . . . . .	155
4.5.2.	Die Riemannschen Flächen . . . . .	156
4.5.3.	Die Methoden . . . . .	158
4.6.	<i>Die Weierstraßsche Funktionentheorie</i> . . . . .	159
4.6.1.	Der Weierstraßsche Standpunkt . . . . .	160
4.6.2.	Die analytische Fortsetzung . . . . .	161
4.6.3.	Primärfaktoren . . . . .	162
4.7.	<i>Funktionen mehrerer komplexer Veränderlicher</i> . . . . .	163
4.7.1.	Die Erweiterung der Cauchyschen Theorie . . . . .	164
4.7.2.	Der Vorbereitungssatz . . . . .	164
4.7.3.	Holomorphiegebiete . . . . .	165
4.7.4.	Die Cousinschen Probleme . . . . .	166
4.7.5.	Die konforme Abbildung . . . . .	168
4.7.6.	Allgemeine analytische Räume. . . . .	168
4.8.	<i>Literatur</i> . . . . .	169
<b>5.</b>	<b>Zahlentheorie</b> (William J. und Fern Ellison)	
5.0.	<i>Vorbemerkung</i> . . . . .	171
5.1.	<i>Eine kurze Geschichte der Anfänge der Zahlentheorie</i> . . . . .	171
5.2.	<i>Das Ende des achtzehnten Jahrhunderts</i> . . . . .	174
5.2.1.	Teilbarkeitsprobleme . . . . .	174
5.2.2.	Quadratische Gleichungen . . . . .	176
5.2.3.	Verschiedene Probleme . . . . .	177
5.2.4.	Vermutungen . . . . .	179
5.3.	<i>Die Anfänge im neunzehnten Jahrhundert</i> . . . . .	180
5.3.1.	Kongruenzen . . . . .	181

5.3.2.	Quadratische Reziprozität . . . . .	182
5.3.3.	Biquadratische und kubische Reziprozität . . . . .	182
5.3.4.	Die Gleichung $x^n - 1 = 0$ . . . . .	184
5.4.	<i>Binäre quadratische Formen</i> . . . . .	187
5.4.1.	Grundbegriffe . . . . .	187
5.4.2.	Das Darstellungsproblem . . . . .	189
5.4.3.	Komposition der Formen und Geschlechter . . . . .	190
5.4.4.	Dirichlet und die Klassenzahlformel . . . . .	193
	5.4.4.1. Die Klassenzahlformel — 5.4.4.2. Die Legendresche Vermutung	
5.5.	<i>Die Theorie der algebraischen Zahlen</i> . . . . .	197
5.5.1.	Der Beitrag Dirichlets . . . . .	201
5.5.2.	Kummer und die idealen Zahlen . . . . .	202
	5.5.2.1. Ideale Zahlen (I) — 5.5.2.2. Ideale Zahlen (II) — 5.5.2.3. Idealklassen	
5.5.3.	Dedekind und die algebraischen Zahlen . . . . .	207
	5.5.3.1. Die Körpertheorie — 5.5.3.2. Was ist eine ganze Zahl? — 5.5.3.3. Ideale — 5.5.3.4. Moduln — 5.5.3.5. Idealklassen — 5.5.3.6. Einige technische Hilfsmittel — 5.5.3.7. Zerlegung der Primzahlen — 5.5.3.8. Die Dedekindsche Zetafunktion — 5.5.3.9. Dedekind und die quadratischen Körper — 5.5.3.10. Relativ-Erweiterungen — 5.5.3.11. Unverzweigte Erweiterungen	
5.5.4.	Kronecker und die algebraischen Zahlen . . . . .	221
	5.5.4.1. Abelsche Gleichungen — 5.5.4.2. Die Grundlagen der Theorie der algebraischen Zahlen	
5.5.5.	Hilbert und die algebraischen Zahlen . . . . .	224
	5.5.5.1. Der Zahlbericht — 5.5.5.2. Zerlegung, Trägheit und Verzweigung — 5.5.5.3. Die übrigen Teile des Zahlberichts — 5.5.5.4. Die Hilbertschen Probleme	
5.5.6.	Weber und die Klassenkörpertheorie . . . . .	240
	5.5.6.1. Klassenkörper über $\mathcal{Q}$ — 5.5.6.2. Klassenkörper über $\mathcal{Q}(\sqrt{-d})$ — 5.5.6.3. Sätze und Vermutungen von Weber	
5.5.7.	Hilbert und die Klassenkörpertheorie . . . . .	245
5.5.8.	Analytische Theorie der algebraischen Zahlen . . . . .	249
	5.5.8.1. Der Primidealsatz — 5.5.8.2. Die Verteilungssätze von Weber und Hecke — 5.5.8.3. Die Dichtigkeitssätze von Frobenius und Čebotarev — 5.5.8.4. Klassenzahlen quadratischer Körper	
5.5.9.	Die Entwicklung der Theorie der $p$ -adischen und der $\mathfrak{p}$ -adischen Zahlen . . . . .	258
5.5.10.	Die Klassenkörpertheorie zwischen 1920 und 1930 . . . . .	263
	5.5.10.1. Die Arbeiten von Takagi — 5.5.10.2. Die Arbeiten von Artin — 5.5.10.3. Die Arbeiten von H. Hasse	
5.5.11.	Chevalley und die Klassenkörpertheorie . . . . .	274
5.5.12.	Die späteren Arbeiten von Artin . . . . .	276
5.6.	<i>Primzahlen</i> . . . . .	278
5.7.	<i>Transzendente Zahlen</i> . . . . .	292
5.8.	<i>Diophantische Approximationen</i> . . . . .	295
5.8.1.	Approximation durch Kettenbrüche . . . . .	295

5.8.2.	Die Arbeiten von Dirichlet und Kronecker . . . . .	298
5.8.3.	Minkowski und die Geometrie der Zahlen . . . . .	300
5.8.4.	Approximation algebraischer Zahlen durch rationale Zahlen . . . . .	303
5.9.	<i>Diophantische Gleichungen</i> . . . . .	305
5.9.1.	Allgemeines . . . . .	305
5.9.2.	Lineare Gleichungen . . . . .	306
5.9.3.	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	307
	5.9.3.1. Die Ergebnisse von Runge — 5.9.3.2. Birationale Äqui- valenz und Geschlecht — 5.9.3.3. Kurven vom Geschlecht 0 — 5.9.3.4. Gleichungen vom Geschlecht 1 — 5.9.3.5. Die Vermutungen von Birch und Swinnerton-Dyer — 5.9.3.6. Gleichungen vom Geschlecht $g > 1$ . . . . .	
5.9.4.	Diophantische Gleichungen und Diophantische Approximationen . . . . .	311
	5.9.4.1. Der Satz von Thue — 5.9.4.2. Normgleichungen . . . . .	
5.9.5.	Diophantische Gleichungen in mehr als zwei Variablen . . . . .	315
5.9.6.	Das zehnte Hilbertsche Problem . . . . .	319
	5.9.6.1. Berechenbare und halb-berechenbare Mengen — 5.9.6.2. Dio- phantische Mengen — 5.9.6.3. Weitere Anwendungen des Satzes von Robinson-Matijasevič . . . . .	
5.10.	<i>Quadratische Formen in <math>n</math> Variablen.</i> . . . . .	322
5.11.	<i>Additive Zahlentheorie</i> . . . . .	329
5.11.1.	Siebmethoden . . . . .	329
5.11.2.	Die Kreismethode . . . . .	334
5.11.3.	Allgemeine Folgen ganzer Zahlen. . . . .	339
5.12.	<i>Algebraische Funktionenkörper in einer Variablen über einem end- lichen Konstantenkörper</i> . . . . .	340
5.12.1.	Die Dissertation von E. Artin . . . . .	340
5.12.2.	Das Problem von Davenport . . . . .	342
5.12.3.	Die Arbeiten von F. K. Schmidt . . . . .	344
5.12.4.	Die Vermutungen von Weil . . . . .	344
5.13.	<i>Anmerkungen des Übersetzers</i> . . . . .	345
5.14.	<i>Literatur</i> . . . . .	351
<b>6.</b>	<b>Grundlagen der Analysis</b> (Pierre Dugac)	
6.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	359
6.1.	<i>Bemühungen um Strenge zu Anfang des neunzehnten Jahrhunderts; die Klärung der Begriffe Konvergenz und Stetigkeit</i> . . . . .	359
6.1.1.	Carl Friedrich Gauß . . . . .	360
6.1.2.	Bernard Bolzano. . . . .	362
6.1.3.	Augustin-Louis Cauchy . . . . .	364
6.1.4.	Niels Henrik Abel . . . . .	367
6.2.	<i>Trigonometrische Reihen; das Problem der Stetigkeit einer Reihe stetiger Funktionen und die gleichmäßige Konvergenz</i> . . . . .	369
6.2.1.	Die Darstellung „willkürlicher“ Funktionen durch trigonometrische Reihen. Die Arbeiten von Fourier und Dirichlet . . . . .	369

6.2.2.	Die konvergenten Reihen stetiger Funktionen und ihre Stetigkeit . . .	374
6.2.3.	Die Einführung des Begriffs der gleichmäßigen Konvergenz . . . . .	376
6.3.	<i>Die Definition des Integrals</i> . . . . .	378
6.3.1.	Das Cauchysche Integral . . . . .	378
6.3.2.	Das Riemannsches Integral . . . . .	380
6.3.3.	Gliedweise Integration einer Reihe stetiger Funktionen und Klärung des Begriffs der gleichmäßigen Stetigkeit . . . . .	383
6.4.	<i>Erste Überlegungen über die reellen Zahlen, über eine allgemeine Theorie der Funktionen und über Mengen</i> . . . . .	384
6.4.1.	Über einige Theorien der irrationalen Zahlen in der ersten Hälfte des neunzehnten Jahrhunderts . . . . .	384
6.4.2.	Das „vollkommen consequente System der Mathematik“ von Martin Ohm und die Bolzanosche Funktionenlehre . . . . .	385
6.4.3.	Paradoxien des Unendlichen . . . . .	387
6.5.	<i>Die Konstruktionen der reellen Zahlen</i> . . . . .	388
6.5.1.	Karl Weierstraß . . . . .	389
6.5.2.	Richard Dedekind . . . . .	391
6.5.3.	Die Theorien von Charles Méray und von Georg Cantor . . . . .	393
6.6.	<i>Die Weierstraßsche Strenge</i> . . . . .	395
6.7.	<i>Die Anfänge der Mengenlehre</i> . . . . .	398
6.7.1.	Die Dedekindsche Schöpfung . . . . .	399
6.7.2.	Die ersten Arbeiten von Georg Cantor . . . . .	401
6.8.	<i>Die Mengenlehre und die allgemeine Topologie</i> . . . . .	403
6.8.1.	Die Cantorsche Schöpfung . . . . .	403
6.8.2.	Der Beitrag Richard Dedekinds zur allgemeinen Topologie . . . . .	407
6.9.	<i>Maßtheorie</i> . . . . .	408
6.9.1.	Die ersten Entwicklungen . . . . .	408
6.9.2.	Die Arbeiten von Peano und von Jordan . . . . .	409
6.9.3.	Emile Borel . . . . .	410
6.10.	<i>Begründungen der Arithmetik</i> . . . . .	411
6.10.1.	Hermann Graßmann . . . . .	411
6.10.2.	Die Theorie der ganzen Zahlen von Richard Dedekind . . . . .	412
6.10.3.	Guiseppe Peano . . . . .	414
6.11.	<i>Literatur</i> . . . . .	415
<b>7.</b>	<b>Elliptische Funktionen und Abelsche Integrale (Christian Houzel)</b>	
7.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	422
7.1.	<i>Elliptische Funktionen</i> . . . . .	423
7.1.1.	Reihenentwicklung der elliptischen Integrale . . . . .	423
7.1.2.	Differentialgleichungen, denen die elliptischen Integrale genügen . .	425
7.1.3.	Das Additionstheorem der elliptischen Integrale . . . . .	427
7.1.4.	Reduktion der elliptischen Integrale auf die kanonische Form . . .	432
7.1.5.	Umkehrfunktionen und doppelte Periodizität . . . . .	438
7.1.6.	Doppelperiodische meromorphe Funktionen . . . . .	443
7.1.7.	Teilung der elliptischen Integrale . . . . .	445
7.1.8.	Transformationen . . . . .	449

7.1.9.	Die Modulargleichung . . . . .	454
7.1.10.	Entwicklung elliptischer Funktionen in unendliche Reihen und Produkte . . . . .	456
7.1.11.	Die Thetafunktionen . . . . .	464
7.1.12.	Die Weierstraßschen Funktionen . . . . .	468
7.1.13.	Komplexe Multiplikation . . . . .	471
7.1.14.	Elliptische Kurven . . . . .	473
7.1.15.	Anwendung der elliptischen Funktionen. . . . .	477
7.1.16.	Modulfunktionen und automorphe Funktionen . . . . .	486
7.2.	<i>Abelsche Integrale</i> . . . . .	496
7.2.1.	Das Abelsche Theorem . . . . .	496
7.2.2.	Das Umkehrproblem. Die Thetafunktionen zweier Variabler . . . . .	503
7.2.3.	Teilung und Transformation . . . . .	509
7.2.4.	Die Weierstraßschen Arbeiten über hyperelliptische Integrale . . . . .	513
7.2.5.	Die Arbeiten Riemanns . . . . .	517
7.2.6.	Die Weierstraßsche Theorie . . . . .	527
7.2.7.	Algebraische Kurven . . . . .	533
7.2.8.	Abelsche Mannigfaltigkeiten . . . . .	536
7.3.	<i>Literatur</i> . . . . .	537
<b>8.</b>	<b>Funktionalanalysis (Jean Dieudonné)</b>	
8.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	541
8.1.	<i>Lokale Existenzsätze</i> . . . . .	542
8.1.1.	Existenzsätze für Differentialgleichungen . . . . .	542
8.1.2.	Pfaffsche Systeme . . . . .	546
8.1.3.	Implizite Funktionen . . . . .	549
8.2.	<i>Differentialgleichungen im Komplexen</i> . . . . .	549
8.2.1.	Lineare Gleichungen . . . . .	550
8.2.2.	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	553
8.3.	<i>Differentialgleichungen im Reellen</i> . . . . .	555
8.4.	<i>Hamiltonsche Systeme</i> . . . . .	561
8.5.	<i>Lineare partielle Differentialgleichungen und Spektraltheorie</i> . . . . .	563
8.5.1.	Fourierreihen und Sturm-Liouvillesches Problem . . . . .	564
8.5.2.	Potentialtheorie, Laplacesche Gleichung und Dirichletsches Problem . . . . .	568
8.5.3.	Gleichung der schwingenden Membran . . . . .	573
8.5.4.	„Algebra des Unendlichen“ und Geburt der Theorie der Integral- gleichungen . . . . .	577
8.5.5.	Hilbertraum . . . . .	584
8.6.	<i>Metrische Räume.</i> . . . . .	586
8.7.	<i>Normierte Räume und Spektraltheorie</i> . . . . .	592
8.8.	<i>Neuere Entwicklungen</i> . . . . .	596
8.8.1.	Frécheträume . . . . .	596
8.8.2.	Dualität und Distributionen . . . . .	597
8.8.3.	Normierte Algebren . . . . .	598

8.8.4.	Kommutative harmonische Analysis . . . . .	599
8.8.5.	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	602
8.9.	<i>Literatur</i> . . . . .	602
<b>9.</b>	<b>Differentialgeometrie</b> (Paulette Libermann)	
9.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	605
9.1.	<i>Kurven im dreidimensionalen euklidischen Raum</i> . . . . .	607
9.2.	<i>Die Untersuchung von in den dreidimensionalen euklidischen Raum eingebetteten Flächen vor Gauß</i> . . . . .	609
9.2.1.	Bestimmung der Tangentialebene einer Fläche . . . . .	609
9.2.2.	<b>Krümmung der Flächen</b> . . . . .	610
9.2.3.	Partielle Differentialgleichungen und Differentialgeometrie . . . . .	612
9.2.4.	Variationsrechnung und Differentialgeometrie . . . . .	613
9.3.	<i>Der Beitrag von Gauß zur Untersuchung der Flächen</i> . . . . .	614
9.4.	<i>Die Nachfolger von Gauß</i> . . . . .	618
9.4.1.	<b>Krümmung und bewegliches Reper</b> . . . . .	618
9.4.2.	<b>Geodätische</b> . . . . .	619
9.4.3.	Abwickelbarkeit von Flächen, Flächen konstanter Krümmung, Beziehung zur nichteuklidischen Geometrie . . . . .	621
9.5.	<i>Riemann und die n-dimensionale Geometrie</i> . . . . .	625
9.6.	<i>Der Tensorkalkül. Entstehen des Zusammenhangsbegriffs</i> . . . . .	630
9.7.	<i>Literatur</i> . . . . .	637
<b>10.</b>	<b>Topologie</b> (Guy Hirsch)	
10.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	639
10.1.	<i>Allgemeine Topologie</i> . . . . .	641
10.2.	<i>Kombinatorische Topologie</i> . . . . .	643
10.2.1.	Graphen und Färbungsprobleme . . . . .	643
10.2.2.	Der Eulersche Polyedersatz . . . . .	646
10.2.3.	Der Beitrag Riemanns . . . . .	648
10.3.	<i>Die Anfänge der Homologietheorie</i> . . . . .	650
10.3.1.	Die Arbeiten Poincarés . . . . .	650
10.3.2.	<b>Komplexe und Homologie</b> . . . . .	651
10.4.	<i>Die Dualität</i> . . . . .	654
10.4.1.	Die Sätze von Poincaré und Alexander . . . . .	654
10.4.2.	Die Hopfschen Arbeiten und die Kategorien . . . . .	658
10.5.	<i>Invarianz. Die Arbeiten Brouwers. Vektorfelder</i> . . . . .	661
10.5.1.	Invarianz. Die Hauptvermutung . . . . .	661
10.5.2.	Die Arbeiten Brouwers. Fixpunkte . . . . .	662
10.5.3.	Vektorfelder. Stiefel-Whitneysche Klassen . . . . .	663
10.5.4.	Dimension . . . . .	665
10.6.	<i>Multiplikative Strukturen</i> . . . . .	666
10.6.1.	<b>Kohomologie und multiplikative Struktur</b> . . . . .	666
10.6.2.	<b>H-Räume und Hopf-Algebren</b> . . . . .	669



10.7.	<i>Die Fundamentalgruppe und die Überlagerungen</i> . . . . .	670
10.7.1.	Die Fundamentalgruppe . . . . .	670
10.7.2.	Algorithmen . . . . .	671
10.7.3.	Die Poincarésche Vermutung . . . . .	672
10.7.4.	Überlagerungen . . . . .	673
10.8.	<i>Homotopiegruppen und Faserräume</i> . . . . .	674
10.8.1.	Homotopiegruppen . . . . .	674
10.8.2.	Adjungierte Funktoren . . . . .	676
10.8.3.	Eilenberg-MacLane-Räume . . . . .	677
10.8.4.	Faserräume . . . . .	680
10.9.	<i>Dreidimensionale Mannigfaltigkeiten. Der einfache Homotopietyp. CW-Komplexe</i> . . . . .	682
10.9.1.	Dreidimensionale Mannigfaltigkeiten. Linsenräume . . . . .	682
10.9.2.	Der einfache Homotopietyp . . . . .	684
10.9.3.	CW-Komplexe . . . . .	684
10.9.4.	Die Hauptvermutung. Stückweise lineare Struktur, Differentialstruktur. . . . .	685
10.10.	<i>Abschließende Bemerkungen</i> . . . . .	687
10.11.	<i>Literatur</i> . . . . .	691
<b>11.</b>	<b>Integrations- und Maßtheorie (Jean Dieudonné)</b>	
11.1.	<i>Die Definition des Integrals</i> . . . . .	698
11.2.	<i>Die grundlegenden Sätze</i> . . . . .	701
11.3.	<i>Stieltjes-Maße und Radon-Maße</i> . . . . .	703
11.4.	<i>Die „abstrakten“ Maße</i> . . . . .	706
11.5.	<i>Literatur</i> . . . . .	707
<b>12.</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung (Michel Loève)</b>	
12.0.	<i>Einführung</i> . . . . .	708
12.1.	<i>Genesis und klassische Periode</i> . . . . .	710
12.1.1.	Die Genesis . . . . .	710
12.1.2.	Die klassische Periode . . . . .	712
12.2.	<i>Befreiung</i> . . . . .	716
12.2.1.	Die siamesischen Drillinge. . . . .	716
12.2.2.	Wahrscheinlichkeit und Maß . . . . .	718
12.3.	<i>Das zwanzigste Jahrhundert</i> . . . . .	721
12.3.1.	Stochastische Prozesse . . . . .	721
12.3.2.	Stochastische Strukturen . . . . .	723
	12.3.2.1. Unabhängigkeit — 12.3.2.2. Markoff-Abhängigkeit —	
	12.3.2.3. Martingale — 12.3.2.4. Stationarität — 12.3.2.5. Grenz-	
	verteilungen — 12.3.2.6. Der Übergang zum modernen Grenzwert-	
	problem — 12.3.2.7. Die Konvergenz gegen die Normalverteilung —	
	12.3.2.8. Das moderne Grenzwertproblem und die unbegrenzt teil-	
	baren Verteilungen — 12.3.2.9. Fast sichere Konvergenz — 12.3.2.10.	
	Prozesse mit unabhängigen Zuwächsen — 12.3.2.11. Die Brownsche	
	Bewegung — 12.3.2.12. Markoffsche Prozesse — 12.3.2.13. Stochasti-	
	sche Prozesse zweiter Ordnung	

12.4.	<i>Verzweigungen</i> . . . . .	739
12.4.1.	Zerlegung von Verteilungen . . . . .	739
12.4.2.	Grenzverteilungen . . . . .	740
12.4.3.	Abhängigkeit . . . . .	740
12.4.4.	Irrfahrten . . . . .	741
12.4.5.	Grenzwertsätze für stochastische Prozesse . . . . .	742
12.4.6.	Ergodentheorie . . . . .	743
12.4.7.	Geometrische Wahrscheinlichkeiten . . . . .	743
12.4.8.	Abstraktionen . . . . .	743
	12.4.8.1. Abstrakte Zufallsvariable — 12.4.8.2. Abstrakte Indizes	
12.4.9.	Andere Anwendungen . . . . .	744
12.5.	<i>Literatur</i> . . . . .	745
<b>13.</b>	<b>Axiomatik und Logik</b> (Marcel Guillaume)	
13.1.	<i>Einführung</i> . . . . .	748
13.0.	Die Entstehung der axiomatischen Methode im neunzehnten Jahrhundert . . . . .	749
13.1.1.	Das Parallelenproblem . . . . .	750
13.1.2.	Das Auftauchen der nichteuklidischen Geometrien . . . . .	752
13.1.3.	Der Streit zwischen den Anhängern der „analytischen“ und denen der „synthetischen“ Methode . . . . .	756
13.1.4.	Die Kritik an dem Axiomensystem Euklids . . . . .	758
13.1.5.	Von der Cayleyschen Synthese zum Erlanger Programm . . . . .	759
13.1.6.	Das Axiomensystem der Geometrie bei Pasch . . . . .	763
13.1.7.	Die Axiomatik im letzten Jahrzehnt des neunzehnten Jahrhunderts	766
13.1.8.	Die Grundlagen der Geometrie bei Hilbert und nach ihm . . . . .	772
13.2.	<i>Die Fortschritte in Richtung auf die Formalisierung und das Verständnis ihrer Rolle bis zum Ende des neunzehnten Jahrhunderts</i> . . . . .	778
13.2.1.	Die grundlegenden Etappen der Entwicklung der mathematischen Bezeichnungen . . . . .	778
13.2.2.	Die Spielarten in der Einstellung gegenüber dem Sinn und der Tragweite von Kalkülen und der Mathematik . . . . .	791
13.3.	<i>Die mathematische Logik im neunzehnten Jahrhundert</i> . . . . .	803
13.3.1.	Die Algebra der Logik und der Aussagenkalkül . . . . .	804
13.3.2.	Die Theorie der Relationen . . . . .	809
13.3.3.	Die formalisierte Logik bei Frege und Peano . . . . .	813
13.4.	<i>Die großen Ideen des zwanzigsten Jahrhunderts</i> . . . . .	816
13.4.1.	Der Logizismus und die Typentheorie . . . . .	816
13.4.2.	Die Mengenlehre . . . . .	826
13.4.3.	Das Hilbertsche Programm . . . . .	838
13.4.4.	Der Intuitionismus und andere nichtklassische Auffassungen . . . . .	844
13.4.5.	Die rekursiven Funktionen . . . . .	852
13.4.6.	Die Anfänge der Modelltheorie . . . . .	858
13.4.7.	Die Lösung des ersten Hilbertschen Problems . . . . .	862
13.5.	<i>Literatur</i> . . . . .	865
	<b>Biographischer Anhang</b> . . . . .	883
	<b>Namenregister</b> . . . . .	915
	<b>Sachregister</b> . . . . .	929