

Inhalt

Einleitung	15
I Zur Einstimmung	
1 Die schwingende Saite und Fourierreihen	21
2 Die Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe. Gleichmäßige Konvergenz	31
3 Rand- und Eigenwertprobleme	35
4 Lineare Probleme	41
4.1 Lineare Gleichungssysteme	41
4.2 Fredholmsche Integralgleichungen	42
4.3 Volterrasche Integralgleichungen	43
4.4 Anfangswertprobleme für lineare Differentialgleichungen	44
5 Lineare Abbildungen	47
5.1 Lineare Abbildungen in der Analysis	47
5.2 Lineare und multiplikative Systeme in der Nachrichtentechnik	49
5.3 Operatoren der Quantenmechanik	50
II Normierte Räume	
6 Metrische Räume	54
7 Vektorräume	72
8 Lineare Abbildungen	78
9 Normierte Räume	84
10 Stetige lineare Abbildungen	93
11 Endlichdimensionale normierte Räume	102
12 Die Neumannsche Reihe	106
13 Normierte Algebren	113
III Anwendungen	
14 Matrixnormen und lineare Gleichungssysteme. Die Leontieffschen Matrizen der Produktionstheorie	125
15 Die Volterrasche Integralgleichung	129
16 Die Fredholmsche Integralgleichung	133
17 Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	143

IV	Innenprodukt- und Hilberträume	
18	Innenprodukträume	146
19	Orthogonalität	152
20	Gaußapproximation und Orthogonalisierungsverfahren	159
21	Das allgemeine Approximationsproblem	165
22	Orthogonale Komplemente	170
23	Orthogonalreihen	173
24	Orthonormalbasen	176
25	Die kanonischen Hilbertraummodelle	181
26	Die stetigen Linearformen eines Hilbertraumes	182
27	Schwache Konvergenz	186
V	Eigenwerttheorie symmetrischer kompakter Operatoren	
28	Kompakte Operatoren	190
29	Symmetrische Operatoren	194
30	Die Entwicklung symmetrischer kompakter Operatoren nach Eigenvektoren	200
31	Die Gleichung $(\lambda I - A)x = y$ mit symmetrischem kompaktem A	205
32	Bestimmung und Abschätzung von Eigenwerten	209
VI	Anwendungen	
33	Das Sturm-Liouvillesche Eigenwertproblem	218
34	Das Dirichletsche Prinzip	222
35	Ein Variationsverfahren zur Lösung gewisser Operatorengleichungen. Der gebogene Balken	224
VII	Hauptsätze der Funktionalanalysis	
36	Der Fortsetzungssatz von Hahn-Banach	228
37	Quotientenräume und kanonische Injektionen	235
38	Der Bairesche Kategoriesatz	240
39	Der Satz von der offenen Abbildung, der stetigen Inversen und der Graphensatz	241
40	Der Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit	246
41	Vervollständigungssätze	249
42	Trennungssätze	253
43	Der Satz von Krein-Milman	258
VIII	Anwendungen	
44	Anwendungen des Baireschen Kategoriesatzes	260
	44.1 Stetigkeitstransport bei punktwieser Konvergenz	260
	44.2 Stetige, nirgends differenzierbare Funktionen	261
45	Anwendungen des Satzes von der stetigen Inversen	262
	45.1 Das Anfangswertproblem für lineare Differentialgleichungen	262
	45.2 Näherungsweise Lösung von Operatorengleichungen	263

46	Anwendungen des Satzes von der gleichmäßigen Beschränktheit	264
46.1	Konvergenzsätze	264
46.2	Der Toeplitzsche Permanenzsatz	266
46.3	Konvergenz von Quadraturformeln	268
46.4	Existenz einer stetigen Funktion, deren Fourierreihe nicht überall konvergiert	269
47	Anwendungen des Hahn-Banachschen Fortsetzungssatzes	272
47.1	Die Greensche Funktion des Dirichletschen Randwertproblems	272
47.2	Holomorphe Funktionen mit nichtnegativem Realteil	274
47.3	Hinweise auf weitere Anwendungen	277
IX Bilinearsysteme und konjugierte Operatoren		
48	Bilinearsysteme	279
49	Dualsysteme	282
50	Konjugierte Operatoren	287
51	Die Gleichung $(I - K)x = y$ mit endlichdimensionalem K	295
52	Die Gleichung $(R - S)x = y$ mit bijektivem R und endlichdimensionalem S	299
53	Der Fredholmsche Alternativsatz	302
54	Normale Auflösbarkeit	307
55	Operatoren mit abgeschlossenen Bildräumen	309
56	Analytische Darstellung stetiger Linearformen	316
57	Der Bidual eines normierten Raumes	324
58	Adjungierte Operatoren	327
59	Schwache Konvergenz in normierten Räumen	331
60	Reflexive Räume	336
X Schwache und lokalkonvexe Topologien		
61	Topologische Grundbegriffe	341
62	Die schwache Topologie	348
63	Vektorraumtopologien	351
64	Lokalkonvexe Topologien	355
65	Der Satz von Hahn-Banach	361
66	Trennungssätze und Satz von Krein-Milman	362
67	Der Bipolarensatz	363
68	Die topologische Charakterisierung der normalen Auflösbarkeit	366
69	Der Satz von Alaoglu und die Darstellung normierter Räume	366
70	Die Mackeysche Topologie und eine Charakterisierung reflexiver Räume	368
XI Fredholmoperatoren		
71	Defektendliche Operatoren	373
72	Kettenendliche Operatoren	376

73	Topologische Komplementäräume	381
74	Stetige defektendliche Operatoren	383
75	Fredholmoperatoren in saturierten Operatoralgebren	387
76	Die Gleichung $Ax=y$ mit einem Fredholmoperator A	395
77	Darstellungssätze für Fredholmoperatoren	399
78	Die Rieszsche Theorie kompakter Operatoren	404
79	Die Riesz-Schaudersche Auflösungstheorie für $I-K$ mit kompaktem K	406
80	Eigenwerte, invariante und hyperinvariante Unterräume eines kompakten Operators	409
81	Fredholmoperatoren auf Banachräumen	413
82	Stetige Semifredholmoperatoren	416
83	Abgeschlossene Semifredholmoperatoren	422
84	Topologische Charakterisierung der saturierten Operatoralgebren	423
XII	Anwendungen	
85	Das Dirichletsche und Neumannsche Problem in der Ebene	425
86	Das Dirichletsche und Neumannsche Problem im Raum. Operatoren mit einer kompakten Potenz	430
87	Integralgleichungen mit L^2 -Kernen. Hilbert-Schmidt-Operatoren	433
88	Singuläre Integralgleichungen	443
89	Eine verallgemeinerte Fredholmsituation	447
90	Wielandtoperatoren	452
91	Integralgleichungen mit symmetrisierbaren Kernen	456
92	Allgemeine Eigenwertprobleme für Differentialoperatoren	458
93	Fredholmsche Differentialoperatoren	464
94	Der Konvexitätssatz von Liapounoff	464
XIII	Spektraltheorie in Banachräumen und Banachalgebren	
95	Die Resolvente	465
96	Das Spektrum	468
97	Vektorwertige holomorphe Funktionen	476
98	Vorbemerkungen zum Funktionalkalkül	481
99	Der Funktionalkalkül	482
100	Spektralprojektoren	488
101	Isolierte Punkte des Spektrums	491
102	Normaloide Operatoren	495
103	Normale meromorphe Operatoren	503
XIV	Rieszoperatoren	
104	Der Fredholmbereich	506
105	Rieszoperatoren	511
106	Rieszideale und Fredholmstörungen	516
107	Wesentliche Spektren	520

XV	Anwendungen	
108	Eine Spektralbedingung für die Konvergenz der Neumannschen Reihe. Stabilität linearer Differentialgleichungssysteme	523
109	Ein spektraltheoretischer Beweis des Satzes von Lomonosov	527
110	Positive Matrizen, Markoffsche Prozesse und Wachstumsvorgänge	528
111	Ein Ergodensatz	538
XVI	Spektraltheorie in Hilberträumen	
112	Spektren normaler Operatoren	542
113	Orthogonalprojektoren	546
114	Vorbemerkungen zum Spektralsatz für symmetrische Operatoren	548
115	Funktionalkalkül für symmetrische Operatoren	550
116	Der Spektralsatz für symmetrische Operatoren auf Hilberträumen	553
117	Die Beschreibung des Spektrums und der Resolventenmenge eines symmetrischen Operators mittels seiner Spektralschar	557
118	Der Spektralsatz für unitäre Operatoren	560
119	Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	564
XVII	Approximationsprobleme in normierten Räumen	
120	Die abstrakte Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe	572
121	Strikt konvexe Räume	574
122	Approximation in gleichmäßig konvexen Räumen	576
123	Der Haarsche Eindeutigkeitssatz für die Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe in $C_{\mathbb{R}}[a, b]$	579
XVIII	Die Darstellung kommutativer Banachalgebren	
124	Vorbemerkungen zum Darstellungsproblem	584
125	Multiplikative Linearformen und maximale Ideale	588
126	Der Gelfandsche Darstellungssatz	591
127	Die Darstellung kommutativer B^* -Algebren	593
128	Der Spektralsatz für normale Operatoren	596
XIX	Ein Blick auf die werdende Funktionalanalysis	
129	Vorgefachte	599
130	<i>La primavera italiana</i>	604
131	Das Licht aus dem Norden	611
132	Reveille in Göttingen	617
133	<i>Rondo ungherese</i>	628
134	Der Durchbruch	645
	Lösungen ausgewählter Aufgaben	664
	Literaturverzeichnis	682
	Namen- und Sachverzeichnis	687