

Inhalt

1 Grundlagen

1.1 Aussagenlogik und Beweisverfahren	13
1.1.1 Ausdruck. Aussage. Definition. Axiom	13
1.1.2 Aussagenverknüpfung	16
1.1.3 Aussagenlogische Ausdrücke und Gesetze	20
1.1.4 Mathematische Beweisverfahren	23
1.1.5 Aufgaben zu Abschnitt 1.1	28
1.2 Zahlen und Zahlensysteme	29
1.2.1 Einteilung der Zahlen	29
1.2.2 Zahlensysteme	34
1.2.3 Aufgaben zu Abschnitt 1.2	36

2 Abbildungen. Funktionen

2.1 Abbildungen	37
2.1.1 Aufgaben zu Abschnitt 2.1	39
2.2 Gleichungen. Ungleichungen	40
2.2.1 Gleichungen	40
2.2.2 Ordnungsrelationen. Ungleichungen	41
2.2.3 Signum. Betrag	42
2.2.4 Rechnen mit Ungleichungen	44
2.2.5 Aufgaben zu Abschnitt 2.2	47
2.3 Folgen. Stetigkeit	48
2.3.1 Zahlenfolgen	48
2.3.2 Rechnen mit Grenzwerten	54
2.3.3 Stetigkeit	56
2.3.4 Aufgaben zu Abschnitt 2.3	59
2.4 Darstellung von Funktionen	60
2.4.1 Funktionsgleichung	61
2.4.2 Funktionstafel	64
2.4.3 Funktionsdiagramm	67
2.4.4 Aufgaben zu Abschnitt 2.4	71
2.5 Weitere Grundbegriffe der Funktionslehre	72
2.5.1 Aufgelöste Form. Umkehrfunktion	72

2.5.2 Koordinatentransformation	74
2.5.3 Charakteristische Eigenschaften von Funktionen	79
2.5.4 Aufgaben zu Abschnitt 2.5	83

3 Spezielle Funktionen

3.1 Ganze rationale Funktionen	84
3.1.1 Lineare Funktion	85
3.1.2 Quadratische Funktion	87
3.1.3 Ganze rationale Funktionen dritten und höheren Grades	90
3.1.4 Aufgaben zu Abschnitt 3.1	97
3.2 Gebrochene rationale Funktionen	99
3.2.1 Aufgaben zu Abschnitt 3.2	102
3.3 Algebraische Funktionen	103
3.3.1 Potenzfunktion	104
3.3.2 Allgemeine Gleichung 2. Grades. Kegelschnitte	106
3.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 3.3	115
3.4 Trigonometrische Funktionen	117
3.4.1 Definitionen. Periodizität. Graph	117
3.4.2 Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	121
3.4.3 Darstellung periodischer Vorgänge	125
3.4.4 Arcusfunktionen	131
3.4.5 Nullstellen. Goniometrische Gleichungen	134
3.4.6 Aufgaben zu Abschnitt 3.4	137
3.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen	139
3.5.1 Exponentialfunktion	139
3.5.2 Logarithmusfunktion	141
3.5.3 Logarithmische Funktionspapiere	144
3.5.4 Hyperbelfunktionen	147
3.5.5 Areafunktionen	151
3.5.6 Aufgaben zu Abschnitt 3.5	153
3.6 Funktionen von zwei unabhängigen Variablen	153
3.6.1 Funktionsgleichungen	154
3.6.2 Funktionstafeln	154
3.6.3 Geometrische Darstellungen	155
3.6.4 Aufgaben zu Abschnitt 3.6	159

4 Lineare Algebra

4.1 Determinanten	160
4.1.1 Grundbegriffe. Entwicklungssatz	160
4.1.2 Aufgaben zu Abschnitt 4.1	164

4.2	Vektoren	165
4.2.1	Grundbegriffe und Definitionen	165
4.2.2	Komponenten. Koordinaten. Richtungswinkel	167
4.2.3	Rechenregeln	170
4.2.4	Lineare Abhängigkeit	178
4.2.5	Aufgaben zu Abschnitt 4.2	179
4.3	Matrizen	181
4.3.1	Grundbegriffe. Definitionen	181
4.3.2	Rechenregeln	186
4.3.3	Anwendung in der Strukturmechanik	191
4.3.4	Aufgaben zu Abschnitt 4.3	198
4.4	Lineare Gleichungssysteme	199
4.4.1	Eliminationsverfahren von Gauß	200
4.4.2	Verketteter Gauß-Algorithmus	202
4.4.3	Austauschverfahren	207
4.4.4	Homogene und abhängige inhomogene Systeme	213
4.4.5	Iterationsverfahren	217
4.4.6	Kondition	219
4.4.7	Aufgaben zu Abschnitt 4.4	221
4.5	Grundlagen der Computergraphik	223
4.5.1	Punkte und Geraden in der Ebene	223
4.5.2	Kollineare Abbildung im Raum	232
4.5.3	Aufgaben zu Abschnitt 4.5	242

5 Differentialrechnung

5.1	Einführung	244
5.1.1	Grundbegriffe	244
5.1.2	1. Ableitung. Differentialquotient	248
5.1.3	Ableitungen höherer Ordnung	250
5.1.4	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	252
5.1.5	Aufgaben zu Abschnitt 5.1	254
5.2	Rechenregeln der Differentialrechnung	255
5.2.1	Grundregeln	255
5.2.2	Ableitung einiger Grundfunktionen	256
5.2.3	Produkt- und Quotientenregel	258
5.2.4	Kettenregel	260
5.2.5	Funktionen in impliziter Form	263
5.2.6	Differenzieren mit Hilfe der aufgelösten Form	266
5.2.7	Unbestimmte Ausdrücke	270
5.2.8	Aufgaben zu Abschnitt 5.2	272
5.3	Anwendungen der Differentialrechnung	274
5.3.1	Lösen von Bestimmungsgleichungen	274
5.3.2	Schnittwinkel von Graphen. Tangente. Normale	281

5.3.3 Kurvendiskussion. Extremwertaufgaben	289
5.3.4 Interpolation mit kubischen Splinefunktionen	307
5.3.5 Aufgaben zu Abschnitt 5.3	312
5.4 Tafel der Ableitungen elementarer Funktionen	316
6 Integralrechnung	
6.1 Bestimmtes Integral	317
6.1.1 Flächenberechnung durch Grenzwertbildung	317
6.1.2 Grundregeln des Integrierens	319
6.1.3 Integration der Potenzfunktion	324
6.1.4 Mittelwertsatz der Integralrechnung	330
6.1.5 Numerische Integration	332
6.1.6 Aufgaben zu Abschnitt 6.1	337
6.2 Unbestimmtes Integral	338
6.2.1 Integralfunktion	338
6.2.2 Stammfunktion	344
6.2.3 Uneigentliche Integrale	348
6.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 6.2	350
6.3 Rechenmethoden	351
6.3.1 Produktintegration	351
6.3.2 Substitution	354
6.3.3 Partialbruchzerlegung	363
6.3.4 Aufgaben zu Abschnitt 6.3	367
6.4 Anwendungen	369
6.4.1 Volumen. Momente	369
6.4.2 Bogenlänge. Oberfläche	383
6.4.3 Biegung	384
6.4.4 Mittelwerte in der Elektrotechnik	389
6.4.5 Aufgaben zu Abschnitt 6.4	391
6.5 Integraltafel	393
7 Reihen	
7.1 Endliche und unendliche Reihen	396
7.1.1 Einführung. Begriff	396
7.1.2 Unendliche geometrische Reihe	397
7.1.3 Konvergenz von Reihen	398
7.1.4 Aufgaben zu Abschnitt 7.1	400
7.2 Taylor-Reihen	401
7.2.1 Satz von Taylor	402
7.2.2 Winkel- und Hyperbelfunktionen	405

7.2.3 Exponentialfunktion und Logarithmus	411
7.2.4 Binomische Reihe	414
7.2.5 Aufgaben zu Abschnitt 7.2	416
7.3 Fourier-Reihen	417
7.3.1 Approximation durch trigonometrische Reihen	418
7.3.2 Spezialfälle und Beispiele	422
7.3.3 Numerische Fourier-Analyse	427
7.3.4 Fourierintegral	430
7.3.5 Aufgaben zu Abschnitt 7.3	434

8 Differentialgeometrie

8.1 Parameterform	436
8.1.1 Differenzieren	436
8.1.2 Integrieren	438
8.1.3 Anwendung in der Technik	441
8.1.4 Aufgaben zu Abschnitt 8.1	443
8.2 Polarkoordinaten	444
8.2.1 Differenzieren	444
8.2.2 Integrieren	446
8.2.3 Polarkoordinaten in Parameterform	448
8.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 8.2	451
8.3 Krümmung. Evolvente	452
8.3.1 Krümmung. Krümmungsradius	452
8.3.2 Evolute. Evolvente	456
8.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 8.3	460

9 Funktionen mehrerer Variablen

9.1 Grundbegriffe	461
9.1.1 \mathbb{R}^n -Raum	461
9.1.2 Funktion. Grenzwert. Stetigkeit	462
9.2 Differenzieren	464
9.2.1 Partielle Ableitungen	464
9.2.2 Taylor-Formel. Totales Differential. Funktionen in impliziter Form	470
9.2.3 Differenzieren eines Integrals nach einem Parameter	475
9.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 9.2	476
9.3 Integrieren	477
9.3.1 Bestimmtes Integral	477
9.3.2 Unbestimmtes Integral	480
9.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 9.3	483
9.4 Fehler- und Ausgleichsrechnung	483
9.4.1 Fehler und Mittelwert	483

9.4.2 Fehlerfortpflanzung	485
9.4.3 Ausgleichsrechnung	488
9.4.4 Aufgaben zu Abschnitt 9.4	493

10 Vektoranalysis

10.1 Vektorfunktionen	496
10.1.1 Differenzieren und Integrieren in geradlinig-rechtwinkligen Koordinaten	496
10.1.2 Ableitung in natürlichen Koordinaten	502
10.1.3 Aufgaben zu Abschnitt 10.1	506
10.2 Skalare und vektorielle Felder	507
10.2.1 Skalares Feld. Gradient	507
10.2.2 Vektoriell. Feld. Divergenz. Rotation	508
10.2.3 Linienintegral	512
10.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 10.2	516

11 Komplexe Zahlen und Funktionen

11.1 Grundbegriffe	517
11.2 Komplexe Arithmetik	520
11.2.1 Rechenoperationen in der Komponentenform	520
11.2.2 Rechenoperationen in der Exponentialform	525
11.2.3 Aufgaben zu Abschnitt 11.1 und 11.2	532
11.3 Komplexe Funktionen einer reellen Veränderlichen	533
11.3.1 Symbolische Methode in der Wechselstromtechnik	534
11.3.2 Einfache Spezialfälle. Gerade	536
11.3.3 Inversion. Kreis	539
11.3.4 Allgemeine Ortskurven	548
11.3.5 Aufgaben zu Abschnitt 11.3	550
11.4 Komplexe Funktionen einer komplexen Veränderlichen	551
11.4.1 Grundbegriffe	551
11.4.2 Winkel- und Hyperbelfunktionen mit komplexem Argument	552
11.4.3 Konforme Abbildung	557
11.4.4 Aufgaben zu Abschnitt 11.4	564

12 Gewöhnliche Differentialgleichungen

12.1 Analytische Lösungsmethoden	565
12.1.1 Begriffe. Einteilung	565
12.1.2 Aufstellen von Differentialgleichungen	567
12.1.3 Trennung der Veränderlichen	570
12.1.4 Lineare Differentialgleichungen	573
12.1.5 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	577

12.1.6 Systeme von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	583
12.1.7 Aufgaben zu Abschnitt 12.1	592
12.2 Anwendungen in der Technik	593
12.2.1 Euler-Knickgleichung	593
12.2.2 Schwingungen	596
12.2.3 Scheibe unter Zentrifugalkräften	609
12.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 12.2	614
12.3 Numerische Verfahren	616
12.3.1 Anfangswertaufgaben	616
12.3.2 Differenzenverfahren für Rand- und Eigenwertaufgaben	620
12.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 12.3	625

13 Laplace-Transformation

13.1 Grundbegriffe	627
13.1.1 Aufgaben zu Abschnitt 13.1	631
13.2 Rechenregeln	631
13.2.1 Summe von Funktionen, Konstanten	631
13.2.2 Transformationssätze	633
13.2.3 Differenzieren und Integrieren im Zeitbereich	638
13.2.4 Rücktransformation durch Partialbruchzerlegung	640
13.2.5 Aufgaben zu Abschnitt 13.2	642
13.3 Impulsfunktionen	642
13.3.1 Impulse endlicher Dauer	643
13.3.2 Der Einsimpuls	644
13.4 Lösen von gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	645
13.4.1 Einzelne Differentialgleichungen	645
13.4.2 Systeme von linearen Differentialgleichungen	650
13.4.3 Aufgaben zu Abschnitt 13.4	654
13.5 Korrespondenztabelle	655

14 Statistik

14.1 Auswertung einer Stichprobe	657
14.1.1 Häufigkeitsverteilung, Häufigkeitssumme	657
14.1.2 Kennwerte der Stichprobe	660
14.1.3 Aufgaben zu Abschnitt 14.1	663
14.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung	664
14.2.1 Grundbegriffe und Definitionen	664
14.2.2 Aufgaben zu Abschnitt 14.2	669

14.3 Verteilungsfunktionen	670
14.3.1 Grundbegriffe und Definitionen	670
14.3.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen einer Variablen	676
14.3.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Variablen	685
14.3.4 Aufgaben zu Abschnitt 14.3	688
14.4 Statistische Prüfverfahren	688
14.4.1 Schätzen von Parametern der Grundgesamtheit	688
14.4.2 Prüfen von Hypothesen	691
14.4.3 Aufgaben zu Abschnitt 14.4	695
Anhang	
Lösungen zu den Aufgaben	697
Weiterführende Literatur	745
Sachverzeichnis	747

Hinweise auf DIN-Normen in diesem Werk entsprechen dem Stande der Normung bei Abschluß des Manuskriptes. Maßgebend sind die jeweils neuesten Ausgaben der Normblätter des DIN Deutsches Institut für Normung e. V. im Format A 4, die durch den Beuth-Verlag GmbH, Berlin und Köln, zu beziehen sind.