

INHALT

Vorbemerkung	3
Zusammenstellung der Arbeiten Heckes nach Zeitschriften	14
Das wissenschaftliche Werk von E. Hecke. Von C. L. Siegel.....	16
Gedächtnisrede auf E. Hecke. Von J. Nielsen	18
1. Zur Theorie der Modulfunktionen von zwei Variablen und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie. Dissertation. Göttingen 1910 = Höhere Modulfunktionen und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie. (Mathematische Annalen Bd. 71, 1912, S. 1—37).....	21
1. Kapitel. Theorie der Hilbertschen Modulfunktionen von zwei Variablen	24
§ 1. Das hyperelliptische Gebilde vom Geschlechte zwei	24
§ 2. Übergang zu den Hilbertschen Modulfunktionen	28
§ 3. Der Körper der symmetrischen Modulfunktionen	32
§ 4. Die Substitutionen mit total positiver Einheitsdeterminante....	35
§ 5. Die Transformationsgleichungen	36
§ 6. Die Multiplikatorgleichungen	39
2. Kapitel. Einige Sätze aus der Theorie der relativ-quadratischen Körper	40
§ 7. Zahlklassen und Idealklassen	40
§ 8. Die Transformationen der Zahlen des Relativkörpers in sich ...	44
§ 9. Singuläre relativquadratische Zahlen	45
3. Kapitel. Die komplexe Multiplikation der Modulfunktionen	46
§ 10. Die Klasseninvarianten	46
§ 11. Die Klassengleichung	49
§ 12. Die Zerfällung der Klassengleichung	52
§ 13. Die algebraische Natur der Klassengleichung	55
2. Über nicht-reguläre Primzahlen und den Fermatschen Satz. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1910, S. 420—424)	59
3. Über die Konstruktion der Klassenkörper reeller quadratischer Körper mit Hilfe von automorphen Funktionen. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1910, S. 619—623)	64

4. Über die Konstruktion relativ-Abelscher Zahlkörper durch Modul- funktionen von zwei Variablen. (Mathematische Annalen Bd. 74, 1913, S. 465—510) [Habilitationsschrift]	69
Einleitung	69
§ 1. Konstruktion der Grundfunktionen der Gruppe \mathfrak{G} , welche sich im Innern des Existenzbereiches überall regulär verhalten	71
§ 2. Ein Hilfssatz über Funktionenkongruenzen. Definition des Funk- tionenbereiches \mathfrak{G}^* und seiner kritischen Primzahlen	77
§ 3. Die Transformationsgleichungen	85
§ 4. Die fundamentalen Kongruenzeigenschaften der Transformations- gleichungen	91
§ 5. Die Multiplikatorgleichungen	94
§ 6. Die Klassengleichung. Der Galoissche Körper achten Grades. Der Integritätsbereich der relativ ganzen Zahlen	97
§ 7. Die Zerlegungsgesetze für die Primideale, welche in K_8 nicht vom ersten Grade sind	102
§ 8. Die Zerlegungsgesetze für die übrigen Primideale	106
§ 9. Irreduzibilität der Klassengleichung und Beziehungen zum Hilbert- schen Klassenkörper	111
5. Über die geradlinige Bewegung des Bornschen starren Elektrons. Gemeinsam mit W. Behrens. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1912, S. 849—860)	115
6. Über die Perioden vierfach periodischer Funktionen. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch- physikalische Klasse 1915, S. 81—112)	127
§ 1. Eigenschaften der allgemeinen Perioden	130
§ 2. Geometrische Deutung	134
§ 3. Periodentransformationen	135
§ 4. Singuläre (einfach spezialisierte) Perioden	137
§ 5. Transformationen einer linearen Kongruenz in sich	140
§ 6. Singuläre und ordinäre Transformationen	145
§ 7. Transformationen zweiter Art	148
§ 8. Invariante Funktionen	150
§ 9. Invariante Modulfunktionen zu einer beliebigen Bilinearform ..	153
§ 10. Übergang zu den Hilbertschen Modulfunktionen	155
7. Über die Zetafunktion beliebiger algebraischer Zahlkörper. (Nach- richten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathe- matisch-physikalische Klasse 1917, S. 77—89)	159
8. Über eine neue Anwendung der Zetafunktionen auf die Arithmetik der Zahlkörper. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1917, S. 90—95) ...	172

9. Über die L -Funktionen und den Dirichletschen Primzahlsatz für einen beliebigen Zahlkörper. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1917, S. 299—318)	178
§ 1. Hilfssätze über algebraische Körper	179
§ 2. Charaktere mod. f	182
§ 3. Eine Thetaformel	185
§ 4. Die L -Funktionen und ihre Funktionalgleichung	190
§ 5. Die Primideale in den Klassen mod. f	195
10. Über die Kroneckersche Grenzformel für reelle quadratische Körper und die Klassenzahl relativ-Abelscher Körper. (Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel Bd. 28, 1917, S. 363—372)	198
§ 1. Reelle quadratische Körper	200
§ 2. Allgemeine Zahlkörper	203
§ 3. Die Klassenzahl relativ-Abelscher Zahlkörper	206
11. Über orthogonal-invariante Integralgleichungen. (Mathematische Annalen Bd. 78, 1918, S. 398—404)	208
§ 1. Orthogonal-invariante Funktionensysteme	208
§ 2. Anwendung auf Integralgleichungen	211
§ 3. Benutzung von Kugelfunktionen	212
12. Eine neue Art von Zetafunktionen und ihre Beziehungen zur Verteilung der Primzahlen. Erste Mitteilung. (Mathematische Zeitschrift Bd. 1, 1918, S. 357—376)	215
§ 1. Charaktere eines Ideals nach den Einheiten	217
§ 2. Die Zetafunktionen mit Charakteren	220
§ 3. Die Verteilung der Charaktere für Primideale	222
§ 4. Das analytische Verhalten der Zetafunktionen mit Charakteren und ihre Funktionalgleichung	226
§ 5. Reelle quadratische Zahlkörper	230
13. Reziprozitätsgesetz und Gaußsche Summen in quadratischen Zahlkörpern. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1919, S. 265—278)	235
§ 1. Elementare Eigenschaften der allgemeinen Gaußschen Summen ..	236
§ 2. Reziprozität zwischen Gaußschen Summen	242
§ 3. Das quadratische Reziprozitätsgesetz	244
14. Eine neue Art von Zetafunktionen und ihre Beziehungen zur Verteilung der Primzahlen. Zweite Mitteilung. (Mathematische Zeitschrift Bd. 6, 1920, S. 11—51)	249
§ 1. Größencharaktere einer Zahl mod. f	251
§ 2. Einführung idealer Zahlen	255
§ 3. Gruppen- und Größencharaktere für Ideale	258
§ 4. Eigentliche und uneigentliche Charaktere	260

§ 5. Eine Thetaformel	264
§ 6. Zetafunktionen mit Größencharakteren und ihre Funktionalgleichung	268
§ 7. Die asymptotische Verteilung der Charaktere für Primideale	273
§ 8. Lineare Formen in quadratischen Körpern	277
§ 9. Imaginäre quadratische Körper	281
§ 10. Reelle quadratische Körper	287
15. Bestimmung der Klassenzahl einer neuen Reihe von algebraischen Zahlkörpern. (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1921, S. 1—23)	290
§ 1. Bestimmung der Gaußschen Summe in k	293
§ 2. Zurückführung der Klassenzahl auf die L -Funktion	297
§ 3. Überführung von $L(1, \chi_0)$ in Potenzreihen	298
§ 4. Asymptotische Entwicklung einer Thetafunktion	303
§ 5. Bestimmung von $\Phi(\alpha)$ durch Grenzübergang	306
16. Über analytische Funktionen und die Verteilung von Zahlen mod. eins. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 1, 1921, S. 54—76)	313
§ 1. Die Potenzreihen $\sum R(m\alpha)x^m$	316
§ 2. Die Reihen $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{R(m\alpha)}{m^s}$	318
§ 3. Fortsetzbarkeit der Dirichletschen Reihen	320
§ 4. Das Verhalten der Funktionen in einem vertikalen Streifen ...	323
§ 5. Die Abschätzung der Koeffizientensumme	325
§ 6. Die Verteilung der $R(m\alpha)$ für allgemeinere Irrationalitäten ...	331
17. Analytische Funktionen und algebraische Zahlen. Erster Teil. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 1, 1921, S. 102—126)	336
§ 1. Allgemeines über Gruppe und notwendige Singularitäten	339
§ 2. Darstellung von invarianten Funktionen durch Poincarésche Reihen	341
§ 3. Die Fourierreihe der Funktionen F	343
§ 4. Entwicklung von $E^*(\tau, \tau')$ in der Nähe der Mannigfaltigkeit $\tau = 0$	348
§ 5. Entwicklung der geometrischen Reihe bei $t = 0$	351
§ 6. Potenzreihen im Körper k , deren Koeffizienten Klassen- oder Größencharaktere sind	355
§ 7. Die logarithmischen Reihen im Körper k	359
18. Über die Integralgleichung der kinetischen Gastheorie (Mathematische Zeitschrift Bd. 12, 1922, S. 274—286)	361
§ 1. Die iterierten Kerne	362
§ 2. Die Eigenwerte der Integralgleichung	366
§ 3. Reduktion auf Integralgleichungen in einer Variablen und gewöhnliche Differentialgleichungen	368
§ 4. Eine neue Methode zur Auflösung von Integralgleichungen	371

19. Über die Lösungen der Riemannschen Funktionalgleichung. (Mathematische Zeitschrift Bd. 16, 1923, S. 301—307)	374
20. Analytische Funktionen und algebraische Zahlen. Zweiter Teil. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 3, 1924, S. 213—236)	381
§ 1. Die Eisensteinschen Reihen von der Dimension $-k$ ($k \geq 3$) im reellen quadratischen Körper	383
§ 2. Aufstellung von zwei unabhängigen Modulfunktionen	387
§ 3. Ganze Modulformen von den Dimensionen -2 und -1	391
§ 4. Der Körper der Modulfunktionen	395
§ 5. Die zu $\log \eta(\tau)$ analogen Funktionen	398
21. Darstellung von Klassenzahlen als Perioden von Integralen 3. Gattung aus dem Gebiet der elliptischen Modulfunktionen. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 4, 1925, S. 211—223)	405
§ 1. Das arithmetische Problem	405
§ 2. Das funktionentheoretische Problem aus der Theorie der elliptischen Modulfunktionen	406
§ 3. Berechnung der Perioden gewisser Integrale 3. Gattung	411
22. Über einen neuen Zusammenhang zwischen elliptischen Modulfunktionen und indefiniten quadratischen Formen. (Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1925, S. 35—44)	418
23. Zur Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Mathematische Annalen Bd. 97, 1926, S. 210—242)	428
§ 1. Die Definition der Reihen aus den reellen quadratischen Körpern und die Frage nach dem identischen Verschwinden derselben ..	433
§ 2. Das Verhalten der Reihen aus den reellquadratischen Körpern bei den Substitutionen $\tau + 1$ und $-\frac{1}{\tau}$	437
§ 3. Die Reihen aus den imaginär-quadratischen Zahlkörpern und ihr Verhalten bei den Substitutionen $\tau + 1$ und $-\frac{1}{\tau}$	440
§ 4. Das Verhalten der beiden Funktionsklassen bei beliebigen Modulsubstitutionen	442
§ 5. Numerische Beispiele	448
§ 6. Die Teilwerte der Weierstraßschen Funktion $\zeta(u)$	450
§ 7. Lineare Relationen zwischen den drei Funktionsklassen	453
24. Theorie der Eisensteinschen Reihen höherer Stufe und ihre Anwendung auf Funktionentheorie und Arithmetik. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 5, 1927, S. 199—224)	461

§ 1. Die Eisensteinschen Reihen für den Fall absoluter Konvergenz ($k \geq 3$)	463
§ 2. Die Eisensteinschen Reihen im Falle bedingter Konvergenz ($k = 2$ oder 1)	468
§ 3. Anwendungen	477
§ 4. Verwendung der Eisensteinschen Reihen in der additiven Zahlentheorie in Verbindung mit den Methoden von Hardy-Littlewood	481
25. Über das Verhalten von $\sum_{m,n} e^{2\pi i r \frac{ m^2 - 2n^2 }{8}}$ und ähnlichen Funktionen bei Modulsstitutionen. (Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. 157, 1927, S. 159—170)	487
§ 1. Umformung der Funktionalgleichung der Zetafunktionen	488
§ 2. Das Verhalten der Potenzreihen bei der Substitution $-\frac{1}{\tau}$	490
§ 3. Verhalten bei beliebigen Modulsstitutionen	495
26. Neue Herleitung der Klassenzahlrelationen von Hurwitz und Kronecker. (Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1926, S. 244—249)	499
27. Bestimmung der Perioden gewisser Integrale durch die Theorie der Klassenkörper. (Mathematische Zeitschrift Bd. 28, 1928, S. 708—727)	505
§ 1. Definition und Haupteigenschaften der Integrale für beliebige zusammengesetzte Stufenzahlen	508
§ 2. Die Normierung der Integrale erster Gattung für die Primzahlstufe $q = 4n + 3$	514
§ 3. Die algebraische Natur der normierten Periodensysteme für eine Primzahlstufe $q = 4n + 3$	519
28. Über ein Fundamentalproblem aus der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 6, 1928, S. 235—257)	525
§ 1. Die Zerlegung einer invarianten Schaar	527
§ 2. Bestimmung des Geschlechtes der Untergruppen Π_k	533
§ 3. Ein allgemeiner Satz über die Koeffizienten der Gruppe der Integrale	538
§ 4. Die Bestimmung der Gruppe der Integrale erster Gattung	542
29. Über das Verhalten der Integrale 1. Gattung bei Abbildungen, insbesondere in der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität Bd. 8, 1930, S. 271—281)	548
30. Die Riemannschen Periodenrelationen für die elliptischen Modulfunktionen. (Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. 167, 1932, S. 337—345)	559

§ 1. Konstruktion der Erzeugenden für die Untergruppen der Modulgruppe	559
§ 2. Das Riemannsche Kurvenintegral für zwei Integrale der Stufe N und seine Berechnung durch die Residuen	562
§ 3. Darstellung von $B(j, \varphi)$ durch die Integralperioden.....	563
§ 4. Gruppentheoretische Auswertung von $B(j, \varphi)$	566
31. Die eindeutige Bestimmung der Modulfunktionen q -ter Stufe durch algebraische Eigenschaften. (Mathematische Annalen Bd. 111, 1935, S. 293—301)	568
32. Die Primzahlen in der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Matematisk-fysiske Meddelelser XIII, 10, 1935, 16. S.)	577
33. Über die Bestimmung Dirichletscher Reihen durch ihre Funktionalgleichung. (Mathematische Annalen 112, 1936, S. 664—699)	591
§ 1. Problemstellung und Übersicht über die Resultate	591
§ 2. Übergang zur Theorie der automorphen Funktionen	596
§ 3. Der Fall $\lambda > 2$	599
§ 4. Der Fall $\lambda = 2$	601
§ 5. Der Fall $0 < \lambda < 2$	609
§ 6. Systeme von Funktionalgleichungen für N Dirichlet-Reihen	616
§ 7. Die Modulfunktionen der Stufe q und die Bestimmung der Zetafunktionen imaginär-quadratischer Körper durch Funktionalgleichungen	621
34. Neuere Fortschritte in der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Comptes rendus du Congrès international des Mathematiciens Oslo 1936, S. 140—156)	627
35. Über Modulfunktionen und die Dirichletschen Reihen mit Eulerscher Produktentwicklung. I. (Mathematische Annalen Bd. 114, 1937, S. 1—28).....	644
§ 1. Allgemeines über Modulformen der Stufe Q und zugehörige Dirichlet-Reihen	646
Teil 1: Die Theorie der Funktionen der 1. Stufe	
§ 2. Der Operatoren-Ring der T_n	654
§ 3. Der Matrizenring der $\lambda(n)$ und das Euler-Produkt	658
§ 4. Die Eigenfunktionen des Ringes der T_n und das Euler-Produkt für die einzelne Funktion. Spezielle Fälle	666
36. Über Modulfunktionen und die Dirichletschen Reihen mit Eulerscher Produktentwicklung. II. (Mathematische Annalen Bd. 114, 1937, S. 316—351)	672
Teil 2: Die Theorie der Funktionen der Stufe Q	
§ 5. Die Operatoren T_n für die Stufe Q mit $(n, Q) = 1$	673
§ 6. Normierung der Formen der Stufe Q . Formen vom Teiler t und Charakter $\varepsilon(n)$	677

§ 7. Die Operatoren T_m^n mit $(m, Q) > 1$	679
§ 8. Der Matrizenring der $\lambda(m)$ und das Euler-Produkt für die Formon von festem Teiler und Charakter	682
§ 9. Die charakteristischen Wurzeln der Matrizen $B(\tau)$. Unmöglichkeit anderer Euler-Produkte für Dirichlet-Reihen der Schar	685
§ 10. Das System der Eisenstein-Reihen und der Spitzenformen. Beispiel für nicht-voll-reduzible Systeme	689
§ 11. Weitere Reduktion der Matrizen mit Hilfe der irreduziblen Darstellungen von $\overline{\mathfrak{M}}(Q)$	693
§ 12. Durchführung der Theorie für Primzahlstufe q	698
§ 13. Zusammenhänge mit der Theorie der binären Thetareihen und der imaginär-quadratischen Körper $K(\sqrt{-q})$. Charakteristische Eigenschaften der Zetafunktionen dieser Körper	703
37. Über Dirichlet-Reihen mit Funktionalgleichung und ihre Nullstellen auf der Mittelgeraden. (Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung. 1937, S. 73—95)	708
38. Grundlagen einer Theorie der Integralgruppen und der Integralperioden bei den Normalteilern der Modulgruppe. (Mathematische Annalen Bd. 116, 1939, S. 469—510)	731
§ 1. Problemstellung. Übersicht über die Methoden und Resultate. Bezeichnungen	731
§ 2. Grundlagen für die Theorie ausgezeichneter Untergruppen der Modulgruppe	738
§ 3. Konstruktion aller zulässigen Darstellungen der unendlichen Modulgruppe durch affine Substitutionen	741
§ 4. Der Vollständigkeitssatz für die affine Gruppe der Potentiale und ihre Zerfällung	745
§ 5. Die Riemannschen Periodenrelationen, ausgedrückt in den Vektoren \mathfrak{p}_T	748
§ 6. Die Normalintegrale 1. Gattung von \mathfrak{N} zu einer irreduziblen reellen Darstellung der Abbildungsgruppe	755
§ 7. Die irreduziblen Darstellungen der Modulargruppe mod q im Körper ihres Charakters	761
§ 8. Die Normalperioden für die Integrale der Kongruenzgruppe $\Gamma(q)$. Numerische Beispiele	767
39. Die Klassenzahl imaginär-quadratischer Körper in der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. (Monatshefte für Mathematik und Physik Bd. 43, 1939, S. 75—83)	773
40. Über die Darstellung der Determinante einer positiven quadratischen Form durch die Form. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich Bd. 85, 1940, S. 64—70)	782
41. Analytische Arithmetik der positiven quadratischen Formen. (Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Mathematisk-fysiske Meddelelser, XVII, 12, 1940, 134 S.)	789

§ 1. Methoden und Resultate der Theorie. Arithmetische Bedeutung der Operatoren T_n . Bezeichnungen	789
§ 2. Das Verhalten der Modulfunktionen höherer Stufe bei den Substitutionen der Modulgruppe. Typus, invariante und irreduzible Scharen. Anzahlbestimmungen. Koeffizienten der Eisenstein-Reihen. Satz 1—16	806
§ 3. Die Modulfunktionen bei Transformationen höherer Ordnung. Die Operatoren T_n . Abgeschlossene Scharen. Reduzierte Reihen. Kanonische Euler-Produkte. Eingliedrige kanonische Produkte. Satz 17—27.....	828
§ 4. Ganzzahlige quadratische Formen. Stufe, Charakter und Typus. Aufstellung von Formen gegebener Diskriminante. Satz 28—31 ..	843
§ 5. Kugelfunktionen von f Variabeln. Satz 32—33.....	849
§ 6. Die allgemeinen Thetareihen mit Größencharakteren als Modulfunktionen von reellem Typus. Satz 34—43	854
§ 7. Quadratische Formen mit Diskriminante 1. Satz 44—47.....	867
§ 8. Formen von Primzahlstufe mit quadratischer Diskriminante. Satz 48—52	873
§ 9. Formen mit 4 Variabeln vom Haupttypus (Quaternionen). Satz 53	882
§ 10. Formen von Primzahlstufe und Nebentypus. Charakteristische Eigenschaften der binären Thetareihen. Satz 54—61.....	889
§ 11. Numerische Beispiele. Beispiel 1—14. Ein Vollständigkeitsatz...	898
42. Herleitung des Euler-Produktes der Zetafunktion und einiger L-Reihen aus ihrer Funktionalgleichung. (Mathematische Annalen Bd. 119, 1944, S. 266—287)	919
§ 1. Problemstellung und Resultate	919
§ 2. Das Verhalten von $\eta(\tau)$, $\theta(\tau)$ bei beliebigen Modulsstitutionen und die Existenz der Operatoren T_p	923
§ 3. Nachweis des Ausnahmefalles für η , θ , η^3 , $\eta^4 \theta^{-1}$	929
§ 4. Beweis der Transformationsformel für $\eta(p\tau)$, $\theta(p\tau)$	936
43. Über die Klassenzahl imaginär-quadratischer Zahlkörper (Auszug aus der gleichnamigen Abhandlung von Edmund Landau in den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1918, S. 285—295)	941
Liste der von Hecke angeregten und begutachteten Dissertationen ...	945
Bemerkungen und Berichtigungen	946