

TABLE DES MATIÈRES

MATRICES	Pages	
I	– Matrices – Dimensions – Sous-matrices – Matrice transposée	1
II	– Vecteurs-colonnes et vecteurs-lignes d'une matrice	3
III	– Représentation d'une application linéaire par une matrice : changement de coordonnées	8
IV	– Représentation d'une application linéaire par une matrice	12
V	– Exemples de matrices représentatives d'applications linéaires simples	14
VI	– Bijection de l'ensemble des applications linéaires sur l'ensemble des matrices	18
VII	– Transformations linéaires dont on connaît la matrice associée	20
VIII	– Opération sur les matrices-sommes	21
IX	– Somme de deux ou plusieurs matrices	23
X	– Produit d'une matrice par un scalaire	25
XI	– Produit d'une matrice par un scalaire – Espace vectoriel	26
XII	– Produit de deux transformations linéaires	29
XIII	– Produit de deux matrices	30
XIV	– Représentation par une matrice du produit de 2 transformations géométriques	32
XV	– Produit de trois matrices (angles d'Euler)	35
XVI	– Transformé d'un vecteur par une composition d'applications linéaires	39
XVII	– Matrices transposées	41
XVIII	– Matrice diagonale	44
XIX	– Matrices symétriques et antisymétriques	47
XX	– Matrices antisymétriques	49
XXI	– Matrices adjointes	52
XXII	– Calcul des matrices inverses à l'aide des matrices adjointes	54

	Pages
XXIII – Matrice inverse – Transformations réciproques – Transformation involutive	58
XXIV – Matrice inverse d'une transformation	60
XXV – Corps des matrices M. Isomorphisme	64
XXVI – Changements de base. Composantes contrevariantes et covariantes	70
XXVII – Matrices régulières	73
XXVIII – Propriétés des matrices régulières carrées	76
XXIX – Exercice sur les matrices régulières	79
XXX – Changements de base réitéré	82
XXXI – Déterminants et changements de base	86
XXXII – Matrices équivalentes. Interprétation géométrique : générale	89
XXXIII – Matrices régulières et équivalentes	93
XXXIV – Matrices semblables – Interprétation géométrique dans R^2	94
XXXV – Exemple géométrique de matrices semblables	96
XXXVI – Matrices semblables – Interprétation géométrique des changements de base	97
XXXVII – Propriétés et opérations sur les matrices semblables	98

DETERMINANTS

I – Calcul d'un déterminant du 3 ^{ème} ordre	103
II – Propriétés des déterminants	105
III – Calcul des déterminants par la combinaison linéaire de lignes ou de colonnes	108
III bis – Calcul de 2 déterminants	112
IV – Décomposition d'un déterminant en somme de plusieurs déterminants	114
V – Contre-exemple	116
VI – Produit de deux déterminants	117
VII – Dérivée d'un déterminant	118
VIII – Déterminants particuliers	119
A – Déterminant adjoint	119
B – Déterminant de Van der Monde	121
C – Déterminant cyclique	123

	Pages
D – Déterminant antisymétrique	123
E – Déterminant diagonal	124
 DEPENDANCE & INDEPENDANCE LINEAIRES	
I – Dépendance ou indépendance linéaires de 3 vecteurs appartenant à R^3 ou à C^3	125
II – Dépendance de 3 vecteurs de R^5	126
III – Trois vecteurs de K^3 avec $K = Z/6Z$ constituent-ils une base de K^3 ?	127
IV – Dépendance et indépendance linéaires associées à la recherche de bases	128
V – Formes linéaires	130
VI – Endomorphisme régulier	132
 SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES	
I – Résolution d'un système de 2 équations paramétriques du 1 ^{er} degré à 2 inconnues	135
II – Résolution d'un système de 3 équations du 1 ^{er} degré à 3 inconnues	136
III – Résolution d'un système de 3 équations du 1 ^{er} degré à un paramètre et à 3 inconnues	137
IV – Résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues paramétrique	138
 RANG D'UNE MATRICE	
I – Rang d'une matrice carrée de dimensions (3,3)	141
II – Rang d'une matrice rectangulaire de dimensions (5,4)	142
 VALEURS PROPRES D'UNE MATRICE	
I – Directions propres d'une matrice – Interprétation géométrique dans R^2	143
II – Application – Calcul de directions propres	146
III – Valeurs propres et vecteurs propres – Interprétation géométrique dans R^2	147
IV – Calcul de valeurs propres et de vecteurs propres distincts ..	150
V – Matrices de Pauli	154
VI – Interprétation géométrique. Calcul de l'équation réduite d'une conique	158

	Pages
VII – Calcul de valeurs propres et de vecteurs propres pour des matrices carrées d'ordre 3 : valeurs propres distinctes	162
VIII – Calcul de valeurs propres et de vecteurs propres pour des matrices carrées d'ordre 3 : valeurs propres multiples	167
IX – Interprétation géométrique : équation réduite d'un quadrique	170
X – Propriétés du polynôme caractéristique d'une matrice	174
 DIAGONALISATION & TRIANGULATION	
I – Cas des matrices d'ordre 2 – Matrices réductibles à la forme diagonale	177
II – Matrices non réductibles à la forme diagonale	180
III – Cas des matrices d'ordre 3. Matrices réductibles à la forme diagonale : (valeurs caractéristiques simples)	181
IV – Matrices réductibles à la forme diagonale (valeurs caractéristiques multiples)	185
V – Matrices non réductibles à la forme diagonale : Triangulation	187
VI – Autre procédé de triangulation	196
VII – Applications de la diagonalisation	200
α) Puissance $n^{\text{ièmes}}$ d'une matrice diagonalisable	200
β) Etude de suites récurrentes	204
γ) Intégration d'un système différentiel linéaire du premier ordre à coefficients constants sans second membre	207
δ) Résolutions d'équations matricielles	209
VIII – Théorème de Cayley-Hamilton	210
 QUELQUES MATRICES PARTICULIERES	
I – Matrices orthogonales	212
1 ^{er} exercice – Changement de bases orthonormées	212
2 ^{ème} exercice – Valeurs propres d'une matrice orthogonale	215
II – Matrices symétriques réelles	217
1 ^{er} exercice – Propriétés des matrices symétriques réelles	217
III – Matrices hermitiennes	221
BIBLIOGRAPHIE	223