

# INHALT

<b>1. Tabellen und graphische Darstellungen</b>	<b>1</b>
1.1. Tabellen	1
1.1.1. Tabellen spezieller Zahlen	3
1.1.2. Tabellen spezieller Funktionen	6
1.1.3. Integrale und Reihensummen	30
1.2. Bilder elementarer Funktionen	71
1.3. Gleichungen und Parameterdarstellungen elementarer Kurven	86
2. Elementarmathematik	97
2.1. Elementare Näherungsrechnung	97
2.2. Kombinatorik	103

  

1.1.1. 1. Einige mathematische und physikalische Konstanten (3) – 2. Binomialkoeffizienten, Fakultäten und ihre reziproken Werte (3) – 3. Einige Potenzen der Zahlen 2, 3 und 5 (4) – 4. Umrechnung von Grad in Radiant (5)	
1.1.2. 1. Die Gammafunktion (6) – 2. Besselsche Funktionen (Zylinderfunktionen) (7) – 3. Legendresche Polynome (Kugelfunktionen) (11) – 4. Elliptische Integrale (12) – 5. Integralsinus, Integralcosinus, Integrallogarithmus (14) – 6. Fresnel-Integrale (16) – 7. Die Funktion $\int_0^x e^{t^2} dt$ (16) – 8. Die Poissonsche Verteilung (17) – 9. Die Normalverteilung (18) – 9.1. Dichtefunktion $\varphi(z)$ der normierten und zentrierten Normalverteilung (18) – 9.2. Wahrscheinlichkeitsintegral $\Phi_0(z)$ der normierten und zentrierten Normalverteilung (19) – 10. Obere 100 $\alpha$ -prozentige Werte $\chi^2_\alpha$ der $\chi^2$ -Verteilung (21) – 11. 100 $\alpha$ -prozentige Werte $t_{\alpha,m}$ der Studentischen $t$ -Verteilung (22) – 12. Die Fishersche $Z$ -Verteilung (23) – 13. Obere fünfprozentige Werte $F_{0,05;m_1,m_2}$ und obere einprozentige Werte $F_{0,01;m_1,m_2}$ der $F$ -Verteilung (24) – 14. Kritische Zahlen für den Wilcoxon-Test (28) – 15. Die Kolmogorow-Smirnowsche $\lambda$ -Verteilung (29)	
1.1.3. 1. Tabelle der Summenwerte einiger numerischer Reihen (30) – 1.1. Tabelle der ersten Bernoullischen Zahlen (31) – 1.2. Tabelle der ersten Eulerschen Zahlen (31) – 2. Tabelle der Potenzreihenentwicklungen einiger Funktionen (31) – 3. Tabelle der unbestimmten Integrale (35) – 4. Tabelle einiger bestimmter Integrale (65)	
1.2. 1. Ganze rationale Funktionen (71) – 2. Gebrochene rationale Funktionen (73) – 3. Irrationale algebraische Funktionen (76)	
1.2.2. 1. Trigonometrische Funktionen und ihre Umkehrungen (78) – 2. Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen (81) – 3. Hyperbelfunktionen (85)	
1.3.1. 1. Kurven dritter Ordnung (87) – 2. Kurven vierter Ordnung (88)	
1.3.2. Zykliden	
1.3.3. Spiralen	
1.3.4. Kettenlinie und Traktrix	

  

2.1.1. 1. Zahlendarstellung in Positionssystemen (97) – 2. Abbruchfehler und Rundungsregeln (98)	
2.1.2. 1. Absolute und relative Fehler (99) – 2. Näherung für die Fehlerschranke einer Funktion (100) – 3. Näherungsformeln (100)	
2.1.3. Elementare graphische Näherungsverfahren	
2.2.1. 1. Fakultät und Gammafunktion (103) – 2. Binomialkoeffizient (104) – 3. Polynomkoeffizient (105)	

2.2.2.	Binomischer und polynomischer Satz	106
	1. Binomischer Satz (106) – 2. Polynomischer Satz (106)	
2.2.3.	Aufgabenstellungen der Kombinatorik	107
2.2.4.	Permutationen	107
	1. Permutationen ohne Wiederholung (107) – 2. Gruppe der Permutationen von $k$ Elementen (107) – 3. Permutationen mit einem Fixpunkt (109) – 4. Permutationen mit vorgeschriebener Zyklenanzahl (109) – 5. Permutationen mit Wiederholung (110)	
2.2.5.	Variationen	110
	1. Variationen ohne Wiederholung (110) – 2. Variationen mit Wiederholung (111)	
2.2.6.	Kombinationen	111
	1. Kombinationen ohne Wiederholung (111) – 2. Kombinationen mit Wiederholung (111)	
2.3.	Endliche Folgen, Summen, Produkte, Mittelwerte	112
2.3.1.	Bezeichnung von Summen und Produkten	112
2.3.2.	Endliche Folgen	112
2.3.3.	Einige Summen von Gliedern endlicher Folgen	114
2.3.4.	Mittelwerte	114
2.4.	Algebra	115
2.4.1.	Arithmetische Ausdrücke oder Terme	115
	1. Definition arithmetischer Ausdrücke (115) – 2. Interpretation arithmetischer Ausdrücke (120) – 3. Gleichungen zwischen arithmetischen Ausdrücken (121) – 4. Polynome einer Variablen (123) – 5. Ungleichungen zwischen arithmetischen Ausdrücken (124)	
2.4.2.	Algebraische Gleichungen	126
	1. Gleichungen (126) – 2. Äquivalente Umformungen (128) – 3. Algebraische Gleichungen (129) – 4. Allgemeine Sätze (134) – 5. Systeme algebraischer Gleichungen (137)	
2.4.3.	Einige Sonderfälle transzendenter Gleichungen	138
2.4.4.	Lineare Algebra	140
	1. Vektorräume (140) – 1.1. Begriff des Vektorraumes (140) – 1.2. Untervektorräume (141) – 1.3. Lineare Abhängigkeit (142) – 1.4. Basis. Dimension (143) – 1.5. Euklidische Vektorräume (145) – 2. Matrizen und Determinanten (148) – 2.1. Begriff der Matrix (148) – 2.2. Determinante einer quadratischen Matrix (148) – 2.3. Rang einer Matrix (151) – 2.4. Elementare Matrizenalgebra (152) – 2.5. Spezielle Klassen von Matrizen (155) – 3. Lineare Gleichungssysteme (155) – 3.1. Begriff eines linearen Gleichungssystems. Lösung. Lösungsmenge (155) – 3.2. Lösungsverhalten eines linearen Gleichungssystems (156) – 3.3. Lösen eines linearen Gleichungssystems (157) – 4. Lineare Abbildungen (160) – 4.1. Grundbegriffe (160) – 4.2. Darstellung linearer Abbildungen durch Matrizen (161) – 4.3. Verknüpfung linearer Abbildungen (163) – 4.4. Inverser Operator (163) – 5. Eigenwerte und Eigenvektoren (164) – 5.1. Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen (164) – 5.2. Sätze über Eigenwerte und Eigenvektoren (164) – 5.3. Anwendungen der Eigenwerttheorie (165)	
2.5.	Elementare Funktionen	167
2.5.1.	Algebraische Funktionen	168
	1. Ganze rationale Funktionen (168) – 1.1. Definition der ganzen rationalen Funktion (168) – 1.2. Zerlegung ganzer rationaler Funktionen in Linearfaktoren (169) – 1.3. Nullstellen ganzer rationaler Funktionen (169) – 1.4. Verhalten ganzer rationaler Funktionen im Unendlichen (170) – 1.5. Spezielle ganze rationale Funktionen (170) – 2. Gebrochene rationale Funktionen (171) – 2.1. Definition der gebrochenrationalen Funktion (171) – 2.2. Nullstellen und Pole gebrochenrationaler Funktionen (172) – 2.3. Verhalten gebrochenrationaler Funktionen im Unendlichen (172) – 2.4. Spezielle gebrochenrationale Funktionen (173) – 2.5. Zerlegung gebrochenrationaler Funktionen in eine Summe von Partialbrüchen (173) – 3. Nichtrationale algebraische Funktionen (177)	
2.5.2.	Transzendente Funktionen	177
	1. Trigonometrische Funktionen und deren Umkehrfunktionen (177) – 1.1. Definition der trigonometrischen Funktionen (177) – 1.2. Eigenschaften trigonometrischer Funktionen (179) – 1.3. Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen (180) – 1.4. Die allgemeine Sinusfunktion $f(x) = a \sin(bx + c)$ (183) – 1.5. Definition der inversen trigonometrischen Funktionen (183) – 1.6. Eigenschaften der inversen trigonometrischen Funktionen (184) – 1.7. Beziehungen zwischen den inversen trigonometrischen Funktionen (185) – 2. Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion (185) – 2.1. Definition der Exponential- und Logarithmusfunktion (185) – 2.2. Spezielle Exponential- und Logarithmusfunktionen (186) – 2.3. Eigenschaften der Exponential- und Logarithmusfunktionen (186) – 3. Hyperbolische Funktionen und deren Umkehrfunktionen (187) – 3.1. Definition der hyperbolischen Funktionen (187) – 3.2. Eigenschaften der hyperbolischen Funktionen (187) – 3.3. Beziehungen zwischen den hyperbolischen Funktionen (187) – 3.4. Definition der inversen hyperbolischen Funktionen (189) – 3.5. Eigenschaften der inversen hyperbolischen Funktionen (190) – 3.6. Beziehungen zwischen den inversen hyperbolischen Funktionen (190)	
2.6.	Geometrie	191
2.6.1.	Planimetrie	191

2.6.2.	Stereometrie 1. Geraden und Ebenen im Raum (195) – 2. Kanten, Ecken, Raumwinkel (195) – 3. Polyeder (196) – 4. Durch gekrümmte Flächen begrenzte Körper (198)	195
2.6.3.	Ebene Trigonometrie 1. Dreiecksberechnung (201) – 1.1. Dreiecksberechnung am rechtwinkligen Dreieck (201) – 1.2. Dreiecksberechnung am schiefwinkligen Dreieck (202) – 2. Anwendung in der elementaren Geodäsie (204)	201
2.6.4.	Sphärische Trigonometrie 1. Die Geometrie auf der Kugel (205) – 2. Das Kugeldreieck (Sphärisches Dreieck) (206) – 3. Berechnung des Kugeldreiecks (207) – 3.1. Berechnung des allgemeinen Kugeldreiecks (207) – 3.2. Berechnung des rechtwinkligen Kugeldreiecks (209)	205
2.6.5.	Koordinatensysteme 1. Koordinatensysteme der Ebene (211) – 1.1. Geradlinige Koordinatensysteme der Ebene (211) – 1.2. Krummlinige Koordinatensysteme der Ebene (212) – 1.3. Transformation der Koordinaten der Ebene (212) – 2. Koordinatensysteme des Raumes (214) – 2.1. Geradlinige Koordinatensysteme des Raumes (214) – 2.2. Krummlinige Koordinatensysteme des Raumes (215) – 2.3. Transformation der Koordinaten des Raumes (215)	210
2.6.6.	Analytische Geometrie 1. Analytische Geometrie der Ebene (218) – 2. Analytische Geometrie des Raumes (228)	217
<b>3.</b>	<b>Analysis</b>	<b>237</b>
<b>3.1.</b>	<b>Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer und mehrerer Variabler</b>	<b>237</b>
3.1.1.	Reelle Zahlen 1. Axiomensystem der reellen Zahlen (237) – 2. Natürliche, ganze, rationale Zahlen (239) – 3. Absoluter Betrag, elementare Ungleichungen (240)	237
3.1.2.	Punktfolgen des $\mathbb{R}^n$	241
3.1.3.	Folgen 1. Reelle Zahlenfolgen (245) – 1.1. Beschränktheit, Konvergenz, Beispiele (245) – 1.2. Sätze über Zahlenfolgen (245) – 1.3. Bestimmte Divergenz (247) – 2. Punktfolgen (247)	245
3.1.4.	Reelle Funktionen 1. Funktionen einer reellen Variablen (248) – 1.1. Definition, graphische Darstellung, Beschränktheit (248) – 1.2. Grenzwerte von Funktionen einer Variablen (250) – 1.3. Berechnung von Grenzwerten (253) – 1.4. Stetige Funktionen einer Variablen (254) – 1.5. Unstetigkeitsstellen, Größenordnung von Funktionen (256) – 1.6. Sätze über stetige Funktionen im abgeschlossenen Intervall (258) – 1.7. Spezielle Funktionstypen (259) – 2. Funktionen mehrerer reeller Variabler (260) – 2.1. Definition, graphische Darstellung, Beschränktheit (260) – 2.2. Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variabler (262) – 2.3. Stetige Funktionen mehrerer Variabler (263)	248
3.1.5.	Differentiation von Funktionen einer reellen Variablen 1. Definition und geometrische Interpretation der ersten Ableitung, Beispiele (264) – 2. Höhere Ableitungen (267) – 3. Sätze über differenzierbare Funktionen (268) – 4. Monotonie und Konvexität von Funktionen (270) – 5. Relative Extrema für Funktionen (271) – 6. Elementare Kurvendiskussion (273)	264
3.1.6.	Differentiation von Funktionen mehrerer Variabler 1. Partielle Ableitungen; geometrische Interpretation (274) – 2. Totale Ableitung, totales Differential; Richtungsableitung und Gradient (276) – 3. Sätze über differenzierbare Funktionen mehrerer Variabler (278) – 4. Differenzierbare Abbildungen aus dem $\mathbb{R}^n$ in den $\mathbb{R}^m$ ; Funktionaldeterminanten; implizite Funktionen; Auflösungssätze (280) – 5. Variablensubstitutionen in Differentialausdrücken (283) – 6. Relative Extrema für Funktionen mehrerer Variabler (285)	274
3.1.7.	Integralrechnung für Funktionen einer Variablen 1. Bestimmte Integrale (289) – 2. Eigenschaften des bestimmten Integrals (290) – 3. Das unbestimmte Integral (292) – 4. Eigenschaften unbestimmter Integrale (295) – 5. Integration rationaler Funktionen (297) – 6. Integration anderer Funktionenklassen (300) – 6.1. Integration entwickelter algebraischer Funktionen (301) – 6.2. Integration transzendenter Funktionen (304) – 7. Uneigentliche Integrale (307) – 8. Geometrische und physikalische Anwendung bestimmter Integrale (315)	289
3.1.8.	Kurvenintegrale 1. Kurvenintegrale erster Art (318) – 2. Existenz und Berechnung des Kurvenintegrals erster Art (319) – 3. Kurvenintegrale zweiter Art (320) – 4. Eigenschaften und Berechnung des Kurvenintegrals zweiter Art (321) – 5. Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen (323) – 6. Geometrische und physikalische Anwendung des Kurvenintegrals (325)	318
3.1.9.	Parameterintegrale 1. Definition des Parameterintegrals (326) – 2. Eigenschaften von Parameterintegralen (326) – 3. Uneigentliche Parameterintegrale (328) – 4. Beispiele von Parameterintegralen (330)	326
3.1.10.	Integrale über ebene Bereiche 1. Definition des Flächenintegrals und elementare Eigenschaften (332) – 2. Berechnung eines Flächenintegrals (333) – 3. Variablentransformation in Flächenintegralen (334) – 4. Geometrische und physikalische Anwendung des Flächenintegrals (336)	332

3.1.11.	Integrale über räumliche Bereiche 1. Definition des Raumintegrals und elementare Eigenschaften (337) – 2. Berechnung der Raumintegrale (338) – 3. Variablentransformation in Raumintegralen (340) – 4. Geometrische und physikalische Anwendungen des Raumintegrals (341)	337
3.1.12.	Oberflächenintegrale 1. Flächeninhalt einer glatten Fläche (343) – 2. Oberflächenintegrale erster und zweiter Art (344) – 3. Geometrische und physikalische Anwendung des Oberflächenintegrals (347)	343
3.1.13.	Integralsätze und Ergänzungen 1. Der Gaußsche Integralsatz (349) – 2. Die Greenschen Formeln (350) – 3. Der Stokessche Integralsatz (350) – 4. Uneigentliche Kurven-, Flächen-, Oberflächen- und Raumintegrale (351) – 5. Mehrdimensionale Parameterintegrale (353)	349
3.1.14.	Unendliche Reihen. Funktionenfolgen 1. Grundbegriffe (355) – 2. Kriterien für Konvergenz bzw. Divergenz bei Reihen mit nicht-negativen Gliedern (357) – 3. Reihen mit beliebigen Gliedern. Absolute Konvergenz (359) – 4. Funktionenfolgen. Funktionenreihen (362) – 5. Potenzreihen (365) – 6. Analytische Funktionen. Taylorsche Reihe. Entwicklung elementarer Funktionen in Potenzreihen (370)	355
3.1.15.	Unendliche Produkte	375
3.2.	Variationsrechnung und optimale Prozesse	379
3.2.1.	Variationsrechnung 1. Aufgabenstellung. Beispiele und Grundbegriffe (379) – 2. Die Euler-Lagrangische Theorie (381) – 3. Die Hamilton-Jacobische Theorie (392) – 4. Das inverse Problem der Variationsrechnung (394) – 5. Numerische Verfahren (395) – 6. Funktionalanalytische Methoden (400)	379
3.2.2.	Optimale Prozesse 1. Grundbegriffe (401) – 2. Stetige optimale Prozesse (402) – 3. Diskrete Systeme (411) – 4. Numerische Verfahren (412)	401
3.3.	Differentialgleichungen	414
3.3.1.	Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Erklärungen. Existenz- und Eindeigkeitssätze für gewöhnliche Differentialgleichungen und Systeme (415) – 2. Differentialgleichungen erster Ordnung (417) – 2.1. Explizite Differentialgleichungen erster Ordnung. Spezielle Typen von Differentialgleichungen (417) – 2.2. Implizite Differentialgleichungen erster Ordnung (420) – 2.3. Allgemeine Näherungsmethoden zur Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung (428) – 3. Lineare Differentialgleichungen und lineare Systeme (429) – 3.1. Allgemeine Theorie für lineare Differentialgleichungen (429) – 3.2. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten (432) – 3.3. Lineare Systeme von Differentialgleichungen (434) – 3.4. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung (438) – 4. Allgemeine nichtlineare Differentialgleichungen (448) – 5. Stabilität (450) – 6. Operatormethode zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen (451) – 7. Rand- und Eigenwertaufgaben (453) – 7.1. Randwertaufgaben. Funktion von Green (453) – 7.2. Eigenwertaufgaben (456)	415
3.3.2.	Partielle Differentialgleichungen 1. Grundbegriffe und spezielle Lösungsverfahren (459) – 2. Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung (463) – 2.1. Das Anfangswertproblem (464) – 2.2. Vollständige Integrale (469) – 2.3. Berührungstransformationen. Kanonische Gleichungen und kanonische Transformationen (471) – 3. Partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung (474) – 3.1. Klassifikation. Charakteristiken. Korrekt gestellte Probleme (474) – 3.2. Allgemeine Methoden bei der Konstruktion von Lösungen (480) – 3.3. Hyperbolische Differentialgleichungen (487) – 3.4. Elliptische Differentialgleichungen (494) – 3.5. Parabolische Differentialgleichungen (504)	459
3.4.	Komplexe Zahlen. Funktionen einer komplexen Veränderlichen	505
3.4.1.	Allgemeine Bemerkungen	505
3.4.2.	Komplexe Zahlen. Die Riemannsche Zahlenkugel. Gebiete 1. Definition der komplexen Zahlen. Der Körper der komplexen Zahlen (506) – 2. Konjugiert komplexe Zahlen. Absolutbetrag einer komplexen Zahl (507) – 3. Geometrische Deutung der komplexen Zahlen und ihrer Addition (507) – 4. Trigonometrische und exponentielle Form komplexer Zahlen und ihrer Multiplikation (Division) (508) – 5. Potenzen, Wurzeln (509) – 5.1. Natürlicher Exponent $n$ (509) – 5.2. Negativer ganzzahliger Exponent $n$ (509) – 5.3. Gebrochen rationaler Exponent $n$ (509) – 5.4. Beliebiger reeller Exponent $n = r$ (510) – 6. Riemannsche Zahlenkugel. Gebiet, Jordankurven (510)	506
3.4.3.	Komplexe Funktionen einer komplexen Veränderlichen	512
3.4.4.	Die wichtigsten elementaren Funktionen 1. Elementare algebraische Funktionen (513) – 1.1. Ganze rationale Funktionen (513) – 1.2. Gebrochen rationale Funktionen (514) – 1.3. Irrationale Funktionen (514) – 2. Elementare transzendente Funktionen (514) – 2.1. Die natürliche Exponentialfunktion (514) – 2.2. Der natürliche Logarithmus (514) – 2.3. Die allgemeine Potenz (515) – 2.4. Trigonometrische Funktionen und Hyperbelfunktionen (515)	513
3.4.5.	Analytische Funktionen 1. Ableitung (518) – 2. Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen (518) – 3. Analytische Funktionen (519)	518

3.4.6.	Komplexe Kurvenintegrale 1. Integral einer komplexen Funktion (519) – 2. Wegunabhängigkeit (520) – 3. Unbestimmte Integrale (521) – 4. Hauptsatz der Integralrechnung (521) – 5. Die Integrationsformeln von Cauchy (521)	519
3.4.7.	Reihenentwicklung analytischer Funktionen 1. Folgen und Reihen (522) – 2. Funktionenreihen. Potenzreihen (524) – 3. Taylorreihe (525) – 4. Laurentreihe (526) – 5. Klassifikation singulärer Punkte (526) – 6. Das Verhalten analytischer Funktionen im Unendlichen (527)	522
3.4.8.	Residuen und ihre Anwendung 1. Residuen (527) – 2. Residuensatz (528) – 3. Anwendung auf die Berechnung bestimmter Integrale (528)	527
3.4.9.	Analytische Fortsetzung 1. Prinzip der analytischen Fortsetzung (529) – 2. Das Schwarzsche Spiegelungsprinzip (530)	529
3.4.10.	Umkehrfunktion. Riemannsche Flächen 1. Einblättrige Funktionen. Umkehrfunktionen (530) – 2. Die Riemannsche Fläche der Funktion $z = \sqrt[n]{w}$ (531) – 3. Die Riemannsche Fläche von $z = \operatorname{Ln} w$ (532) – 4. Pole, Nullstellen und Verzweigungspunkte (532)	530
3.4.11.	Konforme Abbildungen 1. Begriff der konformen Abbildung (533) – 2. Einige einfache konforme Abbildungen (534)	533
<b>4.</b>	<b>Spezielle Kapitel</b>	<b>536</b>
<b>4.1.</b>	<b>Mengen, Relationen, Funktionen</b>	<b>536</b>
4.1.1.	Grundbegriffe der mathematischen Logik 1. Aussagenlogische Ausdrücke (536) – 2. Äquivalenz aussagenlogischer Ausdrücke (538) – 3. Prädikative Ausdrücke (539)	536
4.1.2.	Grundbegriffe der Mengenlehre 1. Mengen, Elemente (541) – 2. Teilmengen (541) – 3. Spezielle Mengenbildungsprinzipien (542)	541
4.1.3.	Operationen mit Mengen und Mengensystemen 1. Vereinigung und Durchschnitt von Mengen (542) – 2. Differenz, symmetrische Differenz und Komplement von Mengen (543) – 3. Euler-Vennsche Diagramme (543) – 4. Kartesisches Produkt von Mengen (544) – 5. Vereinigung und Durchschnitt von Mengensystemen (545)	542
4.1.4.	Relationen, Funktionen, Operationen 1. Relationen (546) – 2. Äquivalenzrelationen (547) – 3. Anordnungsrelationen (547) – 4. Weitere ordnungstheoretische Begriffe (549) – 5. Korrespondenzen und Funktionen (550) – 6. Folgen und Mengenfamilien (551) – 7. Operationen und Algebren (551)	546
4.1.5.	Mächtigkeit von Mengen 1. Gleichmächtigkeit (552) – 2. Abzählbare und überabzählbare Mengen (552)	552
<b>4.2.</b>	<b>Vektorrechnung</b>	<b>553</b>
4.2.1.	Vektoralgebra 1. Grundbegriffe (553) – 2. Multiplikation mit einem Skalar und Addition (553) – 3. Multiplikation von Vektoren (555) – 4. Geometrische Anwendungen der Vektoralgebra (558)	553
4.2.2.	Vektoranalysis 1. Vektorfunktionen einer skalaren Variablen (559) – 2. Felder (561) – 3. Gradient eines skalaren Feldes (565) – 4. Kurvenintegral und Potential im Vektorfeld (566) – 5. Oberflächenintegrale in Vektorfeldern (569) – 6. Divergenz eines Vektorfeldes (572) – 7. Rotation eines Vektorfeldes (573) – 8. Laplaceoperator und Vektorgradient (575) – 9. Berechnung zusammengesetzter Ausdrücke (Nablaalkül) (576) – 10. Integralsätze (577) – 11. Bestimmung eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln (580) – 12. Dyaden (581)	559
<b>4.3.</b>	<b>Differentialgeometrie</b>	<b>587</b>
4.3.1.	Ebene Kurven 1. Definitionsmöglichkeiten für ebene Kurven (587) – 2. Lokale Elemente einer ebenen Kurve (588) – 3. Ausgezeichnete Punkte (591) – 4. Asymptoten (593) – 5. Evolute und Evolvente (594) – 6. Einhüllende einer Kurvenschar (595)	587
4.3.2.	Raumkurven 1. Definitionsmöglichkeiten für Raumkurven (595) – 2. Lokale Elemente einer Raumkurve (596) – 3. Hauptsatz der Kurventheorie (598)	595
4.3.3.	Flächen 1. Definitionsmöglichkeiten für Flächen (598) – 2. Tangentialebene und Flächennormale (599) – 3. Metrische Eigenschaften von Flächen (601) – 4. Krümmungseigenschaften von Flächen (603) – 5. Hauptsatz der Flächentheorie (605) – 6. Geodätische Linien auf Flächen (606)	598
<b>4.4.</b>	<b>Fourierreihen, Fourierintegrale und Laplacetransformation</b>	<b>607</b>
4.4.1.	Fourierreihen 1. Allgemeine Betrachtungen (607) – 2. Tabelle einiger Fourierreihenentwicklungen (610) – 3. Numerische harmonische Analyse (616)	607

4.4.2.	Fourierintegrale	618
	1. Allgemeine Betrachtungen (618) – 2. Tabelle von Fouriertransformierten (621)	
4.4.3.	Laplacetransformation	634
	1. Allgemeine Betrachtungen (634) – 2. Anwendung der Laplacetransformation auf Anfangswertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen (635) – 3. Tabelle zur Rücktransformation gebrochenrationaler Bildfunktionen (637) – 4. Laplace-Transformierte einiger nicht-rationaler stetiger Funktionen (642) – 5. Laplace-Transformierte einiger stückweise stetiger Funktionen (644)	
4.4.4.	Z-Transformation	649
	1. Allgemeine Betrachtungen (649) – 2. Anwendung der Z-Transformation zur Lösung linearer Differenzgleichungen (651) – 3. Tabelle von Z-Transformierten (652)	
<b>5.</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik</b>	<b>655</b>
5.1.	Wahrscheinlichkeitsrechnung	655
5.1.1.	Zufällige Ereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten	655
	1. Zufällige Ereignisse (655) – 2. Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung (657) – 3. Wahrscheinlichkeiten im klassischen Fall (658) – 4. Bedingte Wahrscheinlichkeiten (658) – 5. Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit. Bayessche Formel (660)	
5.1.2.	Zufallsgrößen	660
	1. Diskrete Zufallsgrößen (661) – 1.1. Indikator eines Ereignisses (661) – 1.2. Binomialverteilung (661) – 1.3. Hypergeometrische Verteilung (663) – 1.4. Poissonverteilung (663) – 2. Stetige Zufallsgrößen (663) – 2.1. Gleichverteilung (664) – 2.2. Normalverteilung (Gaußverteilung) (664) – 2.3. Exponentialverteilung (665) – 2.4. Weibull-Verteilung (665)	
5.1.3.	Die Momente einer Verteilung	665
5.1.4.	Zufallsvektoren	668
	1. Diskrete Zufallsvektoren (669) – 2. Stetige Zufallsvektoren (669) – 3. Randverteilungen (670) – 4. Momente einer mehrdimensionalen Zufallsgröße (671) – 5. Bedingte Verteilungen (672) – 6. Unabhängigkeit von Zufallsgrößen (672) – 7. Theoretische Regressionskenngrößen (673) – 7.1. Regressionslinien (673) – 7.2. Regressionsgeraden (673) – 8. Funktionen von Zufallsgrößen (674)	
5.1.5.	Grenzwertsätze	674
	1. Gesetze der großen Zahl (674) – 2. Der Grenzwertsatz von Moivre-Laplace (676) – 2.1. Lokaler Grenzwertsatz (676) – 2.2. Integralgrenzwertsatz (676) – 3. Der zentrale Grenzwertsatz (677)	
5.2.	Mathematische Statistik	677
5.2.1.	Stichproben	677
	1. Histogramm und empirische Verteilungsfunktion (678) – 2. Stichprobenfunktionen (679) – 3. Einige für die Statistik wichtige Verteilungen (680)	
5.2.2.	Schätzung von Parametern	681
	1. Eigenschaften von Punktschätzungen (681) – 2. Methoden zur Gewinnung von Schätzungen (682) – 2.1. Momentenmethode (682) – 2.2. Maximum-Likelihood-Methode (683) – 3. Konfidenzschätzungen (684) – 3.1. Konfidenzschätzung einer unbekanntem Wahrscheinlichkeit aus großen Stichproben (685) – 3.2. Konfidenzschätzung von $\alpha$ bei unbekanntem $\sigma$ aus einer nach $N(\alpha, \sigma)$ normalverteilten Grundgesamtheit (685) – 3.3. Konfidenzschätzung von $\sigma$ bei unbekanntem $\alpha$ aus einer nach $N(\alpha, \sigma)$ normalverteilten Grundgesamtheit (685) – 3.4. Konfidenzintervalle asymptotisch normalverteilter Schätzungen (686)	
5.2.3.	Prüfen von Hypothesen (Tests)	686
	1. Problemstellung (686) – 2. Allgemeine Theorie (687) – 3. $t$ -Test (687) – 4. $F$ -Test (688) – 5. Wilcoxon-Test (688) – 6. $\chi^2$ -Anpassungstest (689) – 7. Der Fall zusätzlicher Parameter (690) – 8. Der Anpassungstest von Kolmogorow-Smirnow (692)	
5.2.4.	Korrelation und Regression	692
	1. Schätzung von Korrelations- und Regressionskenngrößen aus Stichproben (692) – 2. Prüfen der Hypothese $\rho = 0$ im Falle normalverteilter Grundgesamtheiten (693) – 3. Ein allgemeines Regressionsproblem (693)	
<b>6.</b>	<b>Lineare Optimierung</b>	<b>695</b>
6.1.	Aufgabenstellung der linearen Optimierung und Simplexalgorithmus	695
6.1.1.	Allgemeine Problemstellung, geometrische Deutung und Lösung von Aufgaben mit zwei Variablen	695
6.1.2.	Kanonische Form, Darstellung einer Ecke im Simplextableau	699
	1. Simplextableau (699) – 2. Eckpunkteigenschaft und Rolle der Basisinversen (700) – 3. Eckpunkte und Basislösungen (701)	
6.1.3.	Simplexalgorithmus zur Optimierung bei gegebenem Anfangstableau	701
	1. Minimaltest (702) – 2. Übergang zu einem neuen Tableau, falls der Minimaltest nicht erfüllt war (702)	
6.1.4.	Gewinnung einer Anfangsecke	705
	1. Methode der künstlichen Variablen (705) – 2. Lösung des Hilfsproblems (706) – 3. Übergang vom Optimaltableau des Hilfsproblems zu einem Anfangstableau der ursprünglichen Aufgabe (706)	

6.1.5.	Der Entartungsfall und seine Behandlung im Simplexalgorithmus 1. Definition der lexikographischen Ordnung zwischen Vektoren (708) - 2. Zusatz zum Simplextableau (708) - 3. Zusätze zum Simplexalgorithmus (708)	707
6.1.6.	Dualität in der linearen Optimierung 1. Dualitätssätze (709) - 2. Dualer Simplexalgorithmus (710)	709
6.1.7.	Revidierte Algorithmen, nachträgliche Aufgabenänderung 1. Revidierter Simplexalgorithmus (711) - 2. Revidierter dualer Simplexalgorithmus (714) - 3. Gewinnung einer Anfangsecke (714) - 4. Abänderung der Aufgabe nach erfolgter Optimierung (715) - 4.1. Allgemeine Problemstellung (715) - 4.2. Verwendung einer anderen Zielfunktion (715) - 4.3. Verwendung anderer rechter Seiten (715) - 4.4. Berücksichtigung einer weiteren Ungleichung als Nebenbedingung (716) - 4.5. Einführung einer weiteren Variablen (716)	711
6.1.8.	Dekomposition großer Optimierungsaufgaben	717
6.2.	Transportproblem und Transportalgorithmus	717
6.2.1.	Das lineare Transportproblem	717
6.2.2.	Gewinnung einer Anfangslösung	719
6.2.3.	Transportalgorithmus	721
6.3.	Typische Anwendungen der linearen Optimierung	724
6.3.1.	Kapazitätsauslastung	724
6.3.2.	Mischung	725
6.3.3.	Aufteilung, Planaufschlüsselung, Zuordnung	725
6.3.4.	Zuschnitt, Schichtplanung, Überdeckung	726
6.4.	Parametrische lineare Optimierung	727
6.4.1.	Aufgabenstellung	727
6.4.2.	Lösungsverfahren für den Typ „einparametrische Zielfunktion“	728
<b>7.</b>	<b>Numerik und Rechentechnik</b>	<b>733</b>
7.1.	Numerische Mathematik	733
7.1.1.	Fehler und ihre Erfassung	733
7.1.2.	Numerische Verfahren 1. Lösung linearer Gleichungssysteme (735) - 1.1. Direkte Methoden (Gaußsche Elimination) (735) - 1.2. Iterative Methoden (739) - 2. Lineare Eigenwertaufgaben (741) - 2.1. Direkte Methoden (741) - 2.2. Iterative Methoden (743) - 3. Nichtlineare Gleichungen (744) - 4. Nichtlineare Gleichungssysteme (747) - 5. Approximation (749) - 5.1. Das lineare Approximationsproblem im Hilbertraum (749) - 5.2. Tschebyscheff-Approximation (753) - 6. Interpolation (754) - 6.1. Interpolationspolynome (754) - 6.2. Spline-Interpolation (758) - 7. Numerische Quadratur (761) - 8. Näherungsweise Differentiation (767) - 9. Differentialgleichungen (769) - 9.1. Anfangswertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen (769) - 9.2. Randwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen (773) - 9.3. Differenzenverfahren zur Lösung der Randwertaufgaben für die ebene Poisson-Gleichung (775)	778
7.1.3.	Realisierung numerischer Modelle in digitalen Rechenanlagen 1. Kriterien für die Auswahl eines Verfahrens (778) - 2. Methoden der Steuerung (779) - 3. Darstellung von Funktionen (780)	782
7.1.4.	Nomografie und Rechenstäbe 1. Beziehungen zwischen zwei Variablen, Funktionsleitern (Funktionsskalen) (782) - 2. Rechenstäbe (783) - 3. Fluchtlinien- und Netztafeln (785)	786
7.1.5.	Verarbeitung empirischer Zahlenmaterials 1. Methode der kleinsten Quadrate (787) - 1.1. Ausgleichung direkter Beobachtungen (787) - 1.2. Ausgleichung durch Geraden $y = ax + b$ (788) - 1.3. Ausgleichsparabel $\hat{y} = ax^2 + bx + c$ (788) - 2. Weitere Ausgleichsprinzipien (789)	790
7.2.	Analogierechentechnik	790
7.2.1.	Prinzip der Analogierechentechnik	790
7.2.2.	Rechelemente eines Analogrechners	791
7.2.3.	Prinzipielle Programmierung gewöhnlicher Differentialgleichungssysteme	791
7.2.4.	Quantitative Programmierung	793
<b>Literatur</b>		<b>796</b>
<b>Register</b>		<b>800</b>