

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort v

W. L. Gontscharow

Elementare Funktionen einer reellen Veränderlichen.

Grenzwerte von Folgen und Funktionen.

Der allgemeine Funktionsbegriff

Kapitel I. Allgemeine Betrachtungen über elementare Funktionen und die graphische Darstellung von Gleichungen

§ 1. Elementare Funktionen	1
§ 2. Graphische Darstellungen. Verfahren zur punktweisen Konstruktion . .	8
§ 3. Einfachste Transformationen von graphischen Darstellungen	17
§ 4. Funktion und Umkehrfunktion	24
§ 5. Elementare Diskussion von Funktionen (Fragestellung und einige allgemeine Verfahren)	27

Kapitel II. Überblick über die elementaren Funktionen und ihre graphischen Darstellungen

§ 6. Klassifikation der rationalen Funktionen	33
§ 7. Die Potenzfunktionen mit positivem ganzen Exponenten	34
§ 8. Polynome ersten Grades (lineare Funktionen)	37
§ 9. Polynome zweiten Grades	39
§ 10. Polynome dritten Grades	40
§ 11. Biquadratische Polynome	43
§ 12. Polynome höheren Grades	44
§ 13. Die Potenzfunktionen mit negativem ganzen Exponenten	46
§ 14. Gebrochene lineare Funktionen	49
§ 15. Gebrochene rationale Funktionen zweiten Grades	50
§ 16. Gebrochene rationale Funktionen (allgemeiner Fall)	55
§ 17. Irrationale algebraische Funktionen	58
§ 18. Einige Beispiele für die Diskussion von algebraischen Funktionen . .	59
§ 19. Elementare transzendente Funktionen	69
§ 20. Die Exponentialfunktionen	70
§ 21. Die hyperbolischen Funktionen	75
§ 22. Die logarithmischen Funktionen	79
§ 23. Die Umkehrfunktionen der hyperbolischen Funktionen	81
§ 24. Potenzen mit beliebigem reellen Exponenten	84
§ 25. Die trigonometrischen Grundfunktionen Sinus und Kosinus	86

§ 26. Einfache harmonische Schwingungen	93
§ 27. Trigonometrische Polynome	96
§ 28. TSCHEBYSCHIEWSche Polynome	98
§ 29. Der Tangens und andere gebrochene trigonometrische Funktionen . .	102
§ 30. Über die Darstellbarkeit von Funktionen, die rational von den trigonometrischen Funktionen abhängen, durch eine oder zwei trigonometrische Funktionen	104
§ 31. Beispiele für die Diskussion von rationalen Funktionen der trigonometrischen Funktionen. Trigonometrische Gleichungen	112
§ 32. Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen	119
§ 33. Diskussion der TSCHEBYSCHIEWSchen Polynome. Ihre Minimaleigenschaft	125

Kapitel III. Grenzwerte von Zahlenfolgen und von Funktionen

§ 34. Endliche und unendliche Zahlenfolgen	131
§ 35. Die allgemeine Definition von unendlichen Zahlenfolgen	139
§ 36. Der Satz von BOLZANO und WEIERSTRASS über die Existenz eines Häufungspunktes	144
§ 37. Beispiele. Der Grenzwert als einziger Häufungspunkt	150
§ 38. Die klassische Definition des Grenzwerts einer Folge und seine wesentlichsten Eigenschaften	155
§ 39. Verallgemeinerung des Limesbegriffs („uneigentliche Grenzwerte“) . .	162
§ 40. Der Grenzwert einer Funktion im Unendlichen	165
§ 41. Einseitiger Grenzwert einer Funktion in einem endlichen Punkte . . .	169
§ 42. Der zweiseitige Grenzwert und der Begriff der Stetigkeit	176
§ 43. Beispiele für stetige Funktionen	179
§ 44. Grenzwerte bei monotoner Änderung. Die Zahl e	184

Kapitel IV. Grenzwerte von Funktionenfolgen. Eigenschaften stetiger Funktionen

§ 45. Einfache Konvergenz von Funktionenfolgen	191
§ 46. Der allgemeine Begriff der Funktion einer reellen Veränderlichen . .	200
§ 47. Eigenschaften stetiger Funktionen	204
§ 48. Gleichmäßige Konvergenz von Folgen stetiger Funktionen	211
§ 49. Der Satz von WEIERSTRASS-BERNSTEIN über die Approximation stetiger Funktionen mit Hilfe von rationalen Polynomen	215
§ 50. Beweis des Satzes von BERNSTEIN	220
§ 51. Endgültige Definition der Exponentialfunktionen. Fortsetzung einer stetigen Funktion auf die Randpunkte einer überall dichten Menge . .	225
§ 52. Der Satz von BOLZANO und das Problem der Existenz einer eindeutigen Umkehrfunktion	231
§ 53. Funktionalgleichungen und elementare Funktionen	234

Kapitel V. Der allgemeine Funktionsbegriff

§ 54. Zuordnungen zwischen Mengen	241
§ 55. Geometrische Gebilde in mehrdimensionalen Räumen	243
§ 56. Räumliche Abbildungen	246
§ 57. Metrische Räume	250
§ 58. Der Begriff des Grenzwertes in metrischen Räumen	255
§ 59. Topologische Räume	258

§ 60. Mengenalgebra. Die Ableitung einer Menge. Abgeschlossenheit und Zusammenhang.	260
§ 61. Stetige Abbildungen und ihre Eigenschaften	264
§ 62. Homöomorphe Abbildungen	268
§ 63. Obere und untere Grenze, Limes superior und Limes inferior von Zahlenmengen und Zahlenfolgen	272

I. P. Natanson

Ableitungen, Integrale, Reihen

Einleitung	283
Kapitel I. Ableitungen	
§ 1. Ableitung und Differential	287
§ 2. Wichtige Sätze über Ableitungen	322
§ 3. Anwendung der Differentialrechnung bei der Untersuchung der Eigenschaften von Funktionen	337
Kapitel II. Integrale	
§ 4. Das unbestimmte Integral	349
§ 5. Das bestimmte Integral	360
§ 6. Anwendungen der Integralrechnung	390
Kapitel III. Reihen	
§ 7. Reihen mit konstanten Gliedern	406
§ 8. Potenzreihen	428

W. L. Gontscharow

Elementare Funktionen einer komplexen Veränderlichen

§ 1. Rationale Funktionen	473
§ 2. Grenzwerte. Reihen	476
§ 3. Die Exponentialfunktion, der Sinus und der Kosinus	480
§ 4. Darstellung der trigonometrischen Funktionen mit Hilfe der Exponentialfunktion	483
§ 5. Die hyperbolischen und die trigonometrischen Funktionen	486
§ 6. Der Logarithmus	488
§ 7. Potenzen mit beliebigem Exponenten	489
§ 8. Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen und der hyperbolischen Funktionen	491
§ 9. Differentiation im Komplexen	493
§ 10. Das Kurvenintegral	497
§ 11. Die Approximation von Funktionen durch Polynome	502
§ 12. Die Stammfunktion	505
§ 13. Die CAUCHYSche Integralformel	511
§ 14. Der Begriff der analytischen Funktion	514
§ 15. Eigenschaften der analytischen Funktionen	518
§ 16. Die geometrische Bedeutung der analytischen Funktionen	523
§ 17. Beispiele für konforme Abbildungen	526
Namenverzeichnis	531
Sachverzeichnis	532