

INHALT

8. Analysis	1
8.1. Funktionalanalysis	1
8.1.1. Räume	1
1. Metrische Räume (1) – 1.1. Definition und Beispiele (1) – 1.2. Konvergenz im metrischen Raum (1) – 1.3. Abgeschlossene und offene Mengen (2) – 1.4. Separabilität (3) – 1.5. Kompaktheit (4) – 2. Normierte Räume (5) – 3. Banach-Räume (8) – 4. Hilbert-Räume (12)	
8.1.2. Operatoren und Funktionale	16
1. Allgemeine Begriffe (16) – 2. Lineare Funktionale (19) – 2.1. Fortsetzung linearer Funktionale mit Folgerungen (19) – 2.2. Lineare Funktionale in speziellen Räumen (20) – 2.3. Räume von Operatoren und Funktionalen (22) – 3. Lineare Operatoren mit speziellen Eigenschaften (27) – 4. Spektrum (34) – 5. Die Soboljewschen Räume und die Einbettungssätze (35)	
8.1.3. Allgemeine Existenzsätze über die Lösung von Operatorgleichungen	39
1. Der Banachsche Fixpunktsatz mit Anwendungen (39) – 2. Der Schaudersche Fixpunktsatz (41)	
8.1.4. Die Gleichung $f - \mu Kf = g$ oder $\lambda f - Kf = g$	43
1. Die Gleichung $f - \mu Kf = g$ im Hilbertraum und Banachraum mit Basis (43) – 2. Die Gleichung $\lambda f - Kf = g$ in einem beliebigen Banachraum B (46) – 3. Spezielle Ergebnisse, wenn K normal oder symmetrisch ist (47) – 4. Spektraldarstellung selbstadjungierter Operatoren im Hilbertraum (48)	
8.1.5. Näherungsverfahren	50
1. Zum Banachschen Fixpunktsatz (50) – 2. Newtonsches Verfahren (53) – 3. Verfahren von Ritz und Trefftz (57) – 4. Galerkinsches Verfahren (61)	
8.2. Maßtheorie und Lebesgue-Stieltjes-Integral	62
8.2.1. Inhalt und Maß	62
8.2.2. Inhalt und Maß im n-dimensionalen euklidischen Raum E^n	63
1. Peano-Jordanscher Inhalt (63) – 2. Erweiterung zum Lebesgueschen Maß (64) – 3. Lebesgue-Stieltjes-Maß (65)	
8.2.3. Meßbare Funktionen	65
8.2.4. Lebesgue-Stieltjes-Integral	66
1. Definition des Integrals (66) – 2. Summierbare Funktionen (67) – 3. Integrationsregeln (67) – 4. Grenzwertsätze (68) – 5. Das unbestimmte Lebesgue-Stieltjes-Integral (68)	
8.2.5. Stieltjes-Integral für Funktionen einer Variablen	69
8.3. Tensorrechnung	70
8.3.1. Tensoralgebra	70
1. Grundbegriffe (70) – 2. Algebraische Operationen mit Tensoren (72) – 3. Spezielle Tensoren (74) – 4. Tensorgleichungen (75)	
8.3.2. Tensoranalysis	76
1. Tensorfunktionen einer skalaren Variablen (76) – 2. Tensorfelder (76) – 3. Kovariante Differentiation (77) – 4. Vektoranalysis in krummlinigen Koordinaten (79) – 5. Alternierende Differentialformen und Vektoranalysis (79)	
8.4. Integralgleichungen	88
8.4.1. Allgemeine Begriffe	88
8.4.2. Einfache Integralgleichungen, die durch Differentiation auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückgeführt werden können	89
8.4.3. Integralgleichungen, die durch Differentiation gelöst werden können	90
8.4.4. Die Abelsche Integralgleichung	91
8.4.5. Integralgleichungen mit Produktkernen	94
8.4.6. Die Neumannsche Näherung (schrittweise Näherung)	99
8.4.7. Die Fredholmsche Lösungsmethode	103
8.4.8. Die Nyströmsche Näherungsmethode zur Lösung von Fredholmschen Integralgleichungen zweiter Art	107
8.4.9. Der Fredholmsche Alternativsatz für Fredholmsche Integralgleichungen zweiter Art. Symmetrische Kerne	109
8.4.10. Die Operatorenmethode in der Theorie der Integralgleichungen	111
8.4.11. Die Schmidtsche Reihe	118

9. Mathematische Methoden der Operationsforschung	122
9.1. Ganzzahlige lineare Optimierung	122
9.1.1. Problemstellung, geometrische Deutung	122
9.1.2. Schnittverfahren von Gomory	123
1. Rein-ganzzahlige lineare Optimierungsaufgaben (123) – 2. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsaufgaben (125)	
9.1.3. Verzweigungsverfahren	125
9.1.4. Vergleich der Verfahren	128
9.2. Nichtlineare Optimierung	128
9.2.1. Übersicht und spezielle Aufgabentypen	128
1. Allgemeine nichtlineare Optimierungsaufgabe im R^n , konvexe Optimierung (128) – 2. Lineare Quotientenoptimierung (128) – 3. Quadratische Optimierung (129) – 3.1. Verfahren von Wolfe (129) – 3.2. Iterationsverfahren von Hildreth/d'Esopo (132) – 3.3. Lineares Komplementaritätsproblem, Verfahren von Lemke (133)	
9.2.2. Konvexe Optimierung	134
1. Grundlegende theoretische Ergebnisse (134) – 2. Freie Optimierungsprobleme für unimodale Funktionen (136) – 2.1. Direkte Minimumsuche (136) – 2.2. Abstiegsverfahren (137) – 3.2. Methoden mit konjugierten Richtungen (138) – 3. Gradientenverfahren für restringierte Aufgaben (139) – 3.1. Grundbegriffe (139) – 3.2. Verfahren mit optimal brauchbarer Richtung (140) – 3.3. Methode der projizierten Gradienten (142) – 4. Schichtebenenverfahren (144) – 5. Umformung des restringierten in ein freies Problem (146) – 5.1. Methode der Penalty-Funktion (146) – 5.2. Methode der Barriere-Funktionen (SUMT) (147)	
9.3. Dynamische Optimierung	147
9.3.1. Modellstruktur und Grundbegriffe im deterministischen Fall	147
1. Einführendes Beispiel. Bellmansches Prinzip (147) – 2. Stationäre Prozesse (149) – 3. Vorwärts- und Rückwärtslösung (149)	
9.3.2. Theorie der Bellmanschen Funktionalgleichungen	150
1. Aufgabenstellung und Klassifikation (150) – 2. Existenz- und Eindeigkeitssätze für die Typen I und II (150) – 3. Monotonie, Typ III (151) – 4. Grundsätzliches zur praktischen Lösung (151)	
9.3.3. Beispiele für deterministische dynamische Optimierung	152
1. Lagerhaltungsproblem (152) – 2. Aufteilungsproblem (153) – 3. Rangbestimmung im Netzplan (154)	
9.3.4. Stochastische dynamische Modelle	154
1. Verallgemeinerung des deterministischen Modells (154) – 2. Stochastisches Modell. Rolle des Bellmanschen Prinzips (154) – 3. Beispiel: Ein Lagerhaltungsproblem (155) – 3.1. Modell (155) – 3.2. Funktionalgleichung. (s,S)-Politik (156)	
9.4. Graphentheorie	156
9.4.1. Grundbegriffe der Theorie gerichteter Graphen	156
9.4.2. Netzplantechnik (längste Wege in Netzplänen)	157
1. Monotone Numerierung. Fordscher Algorithmus (157) – 2. Ermittlung des kritischen Weges (158) – 3. Termine und Pufferzeiten der Vorgänge (159) – 4. PERT (160)	
9.4.3. Kürzeste Wege in Graphen	161
1. Algorithmen (161) – 2. Beispiel (162)	
9.5. Spieltheorie	163
9.5.1. Problemstellung und Klassifikation	163
9.5.2. Matrixspiele	163
1. Definitionen und theoretische Ergebnisse (163) – 2. Lösung mittels linearer Optimierung (165) – 3. Lösung mittels Iteration bzw. Relaxation (166)	
9.6. Kombinatorische Optimierungsaufgaben	167
9.6.1. Charakterisierung und typische Beispiele	167
9.6.2. Ungarische Methode zur Lösung von Zuordnungsaufgaben	168
9.6.3. Verzweigungsalgorithmen („Branch-and-bound“)	172
1. Grundidee (172) – 2. Ein Beispiel: „Einsatz diskreter Mittel“ (172) – 3. Anwendung auf ein Maschinenbelegungsproblem (174)	
10. Mathematische Informationsverarbeitung	176
10.1. Grundbegriffe	176
10.2. Automaten	177
10.2.1. Abstrakte determinierte Automaten	177
10.2.2. Automaten-synthese	183
10.2.3. Realisierung von Automaten	185
10.2.4. Nichtdeterministische und stochastische Automaten	187

10.3.	Algorithmen	189
10.3.1.	Grundbegriffe	189
10.3.2.	Turing-Maschinen	190
10.3.3.	Rechenautomaten	192
10.4.	Elementare Schaltalgebra	194
10.4.1.	Zusammenhang mit Aussagenkalkül	194
	1. Reihenparallelschaltungen (194) – 2. Schaltfunktion (195) – 3. Logische Beschreibung der Schaltungen (195) – 4. Analyse und Synthese (196)	
10.4.2.	Optimale Normalformen	197
	1. Grundbegriffe (197) – 2. Verfahren zur Bestimmung der Primkonjunktionen (197) – 2.1. Karnaughtafel (197) – 2.2. Verfahren von McCluskey (198) – 2.3. Verfahren von Quine (199) – 2.4. Verfahren von Nelson (199) – 3. Minimale Normalformen (199)	
10.4.3.	Schaltungen mit unvollständig gegebenen Arbeitsbedingungen	200
10.5.	Simulation und statistische Versuchsplanung und -optimierung	201
10.5.1.	Simulation	201
	1. Allgemeines (201) – 2. Erzeugung von Zufallszahlen (202) – 3. Vor- und Nachteile der Simulation (203) – 4. Anwendungsbeispiele (203) – 4.1. Reihenfolgeoptimierung (203) – 4.2. Bedienungsmodelle (204) – 4.3. Spieltheoretische Modelle (205) – 4.4. Sensitivitätsuntersuchungen von Modellen (205) – 5. Einiges zur Anpassungsarbeit (205)	
10.5.2.	Statistische Versuchsplanung und -optimierung	206
	1. Auswahl der Einfluß- und Zielgrößen (206) – 2. Versuchspläne (207) – 2.1. Faktorpläne (207) – 2.2. Zusammengesetzte rotierbare Versuchspläne 2. Ordnung (208) – 3. Die Durchführung der Optimierung (209) – 3.1. Die Optimierung nach Box-Wilson (209) – 3.2. Die Kammlinienanalyse nach Hoerl (209)	
Literatur		211
Register		213