

INHALT

A. GRUNDLAGEN

I. Elemente der modernen Mathematik

1. Die Sprache des Mathematikers	13
2. Mengen	20
3. Relationen	25
4. Funktionen	29
5. Elementare Mengenalgebra	33
6. Äquivalenzklassen	39

II. Rationale Zahlen

1. Axiome	41
2. Die vollständige Induktion	47
3. Einführung negativer Zahlen	52
4. Einführung rationaler Zahlen	57

III. Strukturen

1. Axiome der Mengenlehre	63
2. Gruppen	68
2a) Definition der Gruppe	68
2b) Beispiele	70
2c) Elementare Sätze	79
2d) Untergruppen	85
3. Halbordnungen und Verbände	91
3a) Ein elektrotechnisches Problem	91
3b) Halbordnungen	93
3c) Verbände	97
3d) Zusammenhang zwischen Verband und Halb- ordnung	103
4. Ringe und Körper	106
4a) Definitionen und Beispiele	106
4b) Das Rechnen mit Kongruenzen	109
4c) Beispiele für Körper	113
4d) Formale Systeme	115

IV. Reelle und komplexe Zahlen

1. Vollständigkeit halbgeordneter Mengen	118
2. Das Rechnen mit reellen Zahlen	125
3. Potenzen und Wurzeln	130
4. Darstellung reeller Zahlen	132
5. Komplexe Zahlen	136
6. Elementare Funktionen mit reellem Argument	142
7. Funktionen mit komplexem Argument	147
8. Die Riemannsche Zahlenkugel	150

B. EINFÜHRENDE DARSTELLUNGEN

V. Elemente der euklidischen Geometrie

1. Metrische Räume	153
2. Das Werk Euklids	157
3. Verknüpfung und Anordnung	160
4. Gebiete	169
4a) Polygone	169
4b) Polyeder	174
5. Kongruenz	180
5a) Die Axiome	180
5b) Kongruenz von Winkeln und Dreiecken	182

6.	Stetigkeit	187
6a)	Die Meßbarkeit von Strecken	187
6b)	Das Winkelmaß	192
6c)	Der Kreis	193
7.	Das Parallelenaxiom	194
7a)	Elementare Sätze	194
7b)	Der Flächeninhalt	197
7c)	Ähnlichkeit	202
8.	Bewegungen	206
8a)	Spiegelungen	206
8b)	Freie Vektoren, Translationen	208
8c)	Drehungen	212
8d)	Das Rechnen mit Spiegelungen	214
8e)	Der Satz von den drei Spiegelungen	220
9.	Das Volumen der Polyeder	222

VI. Analytische Geometrie und lineare Algebra

1.	Koordinaten und geometrische Örter in der Ebene und im Raum	231
2.	Anschauliche Vektorrechnung	235
3.	Vektorräume	248
4.	Lineare Gleichungssysteme und Determinanten	265
5.	Matrizen	275
6.	Projektive Geometrie	286
6a)	Punkträume	286
6b)	Die projektive Ebene	291
6c)	Projektive Räume	297
6d)	Klassifikation der Geometrien	300
7.	Konvexität	303
8.	Praktische lineare Algebra	307
8a)	Numerische Fragen der linearen Algebra	307
8b)	Ausgleichsrechnung	310
8c)	Lineare Optimierung, Operations-research, Theorie der Spiele	312

VII. Differential- und Integralrechnung

1.	Einleitung	318
2.	Grenzwerte bei reellen Zahlfolgen	321
2a)	Konvergenz von Zahlfolgen	321
2b)	Unendliche Reihen	327
2c)	Unendliche Produkte	332
2d)	Begriffliche Vertiefung	334
3.	Grenzwerte bei Funktionen	337
3a)	Funktionen (spezielle Klassen)	337
3b)	Stetigkeit	351
4.	Differential- und Integralrechnung einer Veränderlichen	357
4a)	Differentiation und Integration	357
4b)	Reihen von Funktionen	376
4c)	Praktische Analysis	384
5.	Differential- und Integralrechnung mehrerer Veränderlicher	390
5a)	Differentiation	390
5b)	Integration	401
6.	Weiterer Ausbau der Begriffe	412
6a)	Verallgemeinerte Funktionen (Distributionen)	414
6b)	Maß und Integral	422

VIII. Differentialgeometrie

1. Kurven im euklidischen Raum	432
2. Flächen im euklidischen Raum	439
3. Spezielles über Flächen, Anwendungen	448
3a) Spezielle Flächenkurven	448
3b) Spezielle Flächenklassen	450
3c) Mathematische Grundlagen der Kartographie	452
4. Riemannsche Geometrie	458
4a) Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	458
4b) Riemannsche Metrik	460
4c) Gekrümmte Flächen in der Physik	464

IX. Praktische Mathematik

1. Prinzipien der numerischen Mathematik	468
2. Statistik	474
2a) Die statistische Denkweise	474
2b) Deskriptive Statistik	489
2c) Analytische Statistik	508
2d) Zufällige Funktionen	530
3. Rechenanlagen	535
3a) Historische Entwicklung der Rechenmaschinen	535
3b) Information	541
3c) Digitale Rechenanlagen	563
3d) Programmierung elektronischer Rechenanlagen	632

C. ÜBERBLICK

ÜBER EINZELNE SPEZIALGEBIETE

X. Zahlentheorie

1. Verteilung der Primzahlen	644
2. Diophantische Gleichungen	648
3. Zahlentheoretische Funktionen	652
4. Über Kongruenzen	655
5. Ungelöste Probleme der Zahlentheorie	660

XI. Klassische Algebra

1. Was ist Algebra?	662
2. Adjunktionen	663
3. Eigenschaften der Polynome	665
4. Einheitswurzeln	668
5. Auflösung von Gleichungen	671
6. Zur Theorie der geometrischen Konstruktionen	676

XII. Differentialgleichungen

1. Gewöhnliche Differentialgleichungen	681
1a) Spezielle Fragen bei Differentialgleichungen erster Ordnung	681
1b) Integrationsverfahren bei Differentialgleichungen erster Ordnung	686
1c) Differentialgleichungen höherer Ordnung	691
1d) Lineare Differentialgleichungen	692
2. Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen	699
2a) Existenz- und Eindeutigkeitsfragen	699
2b) Lineare Systeme	701
3. Partielle Differentialgleichungen	703
3a) Differentialgleichungen erster Ordnung	703
3b) Differentialgleichungen zweiter Ordnung	706

4. Variationsrechnung	713
5. Numerische Integration von Differentialgleichungen	716
<i>XIII. Funktionentheorie</i>	
1. Eigenschaften holomorpher Funktionen	719
2. Integrale im Komplexen	725
3. Singularitäten	728
4. Das Residuum	732
5. Meromorphe Funktionen	736
6. Riemannsche Flächen	739
7. Konforme Abbildung	743
<i>XIV. Topologie</i>	
1. Topologische Probleme im euklidischen Raum	746
2. Der topologische Raum	755
3. Stetigkeit	761
<i>XV. Funktionalanalysis</i>	
1. Normierte Räume	762
2. Iterationsverfahren	770
3. Hilbert-Räume und Orthogonalentwicklungen	774
4. Integralgleichungen	777
<i>XVI. Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik</i>	
1. Klassische Wahrscheinlichkeitsrechnung	787
2. Statistische Definition	794
3. Normierte Boolesche Algebren	796
4. Bedingte Wahrscheinlichkeit	801
5. Folgen unabhängiger Versuche	803
6. Erwartungswerte	808
<i>XVII. Informationstheorie</i>	
1. Ansatz	816
2. Einzigkeit des Informationsmaßes	824
3. Unsicherheit, Überraschungswert und Transinformation	826
4. Elementare Aussagen der Informationstheorie	831
5. Spezielle anthropokybernetische Anwendungen	837
6. Redundanzsparende und störungsgesicherte Codes	839
7. Ausblick auf die Sätze von McMillan, Feinstein und Shannon	845
<i>XVIII. Operation Research — Lineare Optimierung</i>	
1. Einführung	849
2. Was ist lineare Optimierung?	850
3. Das graphische Lösungsverfahren	854
4. Das Simplexverfahren	864
5. Die Dualität	883
<i>XIX. Theorie der transfiniten Mengen</i>	
1. Abzählbare Mengen	894
2. Das Kontinuum	899
3. Der Teilmengensatz	904
4. Transfinite Zahlen	906
5. Das Kontinuumproblem	912
SACHREGISTER	917
D. BEGRIFFSWÖRTERBUCH	
mit Literaturverzeichnis	925