

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I. — <i>Inégalités de convexité</i>	9
1. L'inégalité fondamentale de convexité	9
2. Les inégalités de Hölder et de Minkowski	11
3. Les semi-normes N_p	12
Exercices du chap. I	13
Note historique	15
CHAPITRE II. — <i>Espaces de Riesz</i>	17
§ 1. Espaces de Riesz et espaces complètement réticulés	17
1. Définition des espaces de Riesz	17
2. Génération d'un espace de Riesz par ses éléments positifs	20
3. Espaces complètement réticulés	20
4. Sous-espaces et espaces produits d'espaces complètement réticulés	22
5. Bandes dans un espace complètement réticulé	23
§ 2. Formes linéaires sur un espace de Riesz	25
1. Formes linéaires positives sur un espace de Riesz	25
2. Formes linéaires relativement bornées	27
Exercices du § 1	32
Exercices du § 2	37
CHAPITRE III. — <i>Mesures sur les espaces localement compacts</i>	40
§ 1. Mesures sur les espaces localement compacts	40
1. Fonctions continues à support compact	40
2. Propriétés d'approximation	43
3. Définition d'une mesure	47
4. Produit d'une mesure par une fonction continue	50
5. Mesures réelles; mesures positives	51
6. Valeur absolue d'une mesure complexe	54
7. Définition d'une mesure par prolongement	56
8. Mesures bornées	56
9. Topologie vague sur l'espace des mesures	59
10. Convergence compacte dans $\mathcal{M}(X; \mathbb{C})$	62

§ 2. Support d'une mesure	62
1. Restriction d'une mesure à un ensemble ouvert. Définition d'une mesure par des données locales	62
2. Support d'une mesure	66
3. Caractérisation du support d'une mesure	68
4. Mesures ponctuelles. Mesures à support fini	70
5. Mesures discrètes	73
§ 3. Intégrales de fonctions vectorielles continues	74
1. Définition de l'intégrale d'une fonction vectorielle	74
2. Propriétés de l'intégrale vectorielle	77
3. Critères pour que l'intégrale appartienne à E	79
4. Propriétés de continuité de l'intégrale	81
§ 4. Produits de mesures	82
1. Produit de deux mesures	82
2. Propriétés des mesures produits	86
3. Continuité des mesures produits	88
4. Produit d'un nombre fini de mesures	90
5. Limites projectives de mesures	92
6. Produits infinis de mesures	95
Exercices du § 1	96
Exercices du § 2	101
Exercices du § 3	102
Exercices du § 4	103
CHAPITRE IV. — <i>Prolongement d'une mesure. Espaces L^p</i>	106
§ 1. Intégrale supérieure d'une fonction positive	106
1. Intégrale supérieure d'une fonction positive semi-continue inférieurement	106
2. Mesure extérieure d'un ensemble ouvert	109
3. Intégrale supérieure d'une fonction positive	111
4. Mesure extérieure d'un ensemble quelconque	115
§ 2. Fonctions et ensembles négligeables	116
1. Fonctions positives négligeables	116
2. Ensembles négligeables	117
3. Propriétés vraies presque partout	118
4. Classes de fonctions équivalentes	119
5. Fonctions définies presque partout	121
6. Classes d'équivalence de fonctions à valeurs dans $\bar{\mathbb{R}}$	122
§ 3. Les espaces L^p	123
1. L'inégalité de Minkowski	123
2. Les semi-normes N_p	124
3. Les espaces \mathcal{F}_p	126
4. Fonctions de puissance p -ième intégrable	129
5. Propriétés des fonctions de puissance p -ième intégrable	132
6. Ensembles filtrants dans L^p et suites croissantes dans \mathcal{L}^p	134
7. Le théorème de Lebesgue	137
8. Relations entre les espaces \mathcal{L}_p^p ($1 \leq p < +\infty$)	139
§ 4. Fonctions et ensembles intégrables	140
1. Prolongement de l'intégrale	140

2. Propriétés de l'intégrale	141
3. Passages à la limite dans les intégrales	143
4. Caractérisation des fonctions numériques intégrables	145
5. Ensembles intégrables	149
6. Critères d'intégrabilité d'un ensemble	151
7. Caractérisation des mesures bornées	154
8. Intégration par rapport à une mesure à support compact	156
9. Clans et fonctions additives d'ensemble	159
10. Approximation des fonctions continues par les fonctions étagées ..	162
11. Prolongement d'une mesure définie sur une famille d'ensembles ...	163
§ 5. Fonctions et ensembles mesurables	169
1. Définition des fonctions et ensembles mesurables	169
2. Principe de localisation. Ensembles localement négligeables	171
3. Propriétés élémentaires des fonctions mesurables	174
4. Limites de fonctions mesurables	175
5. Critères de mesurabilité	177
6. Critères d'intégrabilité	184
7. Mesure induite sur un sous-espace localement compact	186
8. Familles μ -denses d'ensembles compacts	188
9. Partitions localement dénombrables	190
10. Fonctions mesurables définies dans une partie mesurable	191
11. Convergence en mesure	194
12. Une propriété de la convergence vague	200
§ 6. Inégalités de convexité	203
1. Le théorème de convexité	203
2. L'inégalité de la moyenne	204
3. Les espaces L^p	206
4. L'inégalité de Hölder	208
5. Application : relations entre les espaces L^p ($1 \leq p \leq +\infty$)	213
§ 7. Barycentres	215
1. Définition des barycentres	215
2. Points extrémaux et barycentres	217
3. Applications : I. Espaces vectoriels de fonctions continues réelles ..	222
4. Applications : II. Espaces vectoriels de fonctions continues complexes	226
5. Applications : III. Algèbres de fonctions continues	277
6. Unicité des représentations intégrales	231
Exercices du § 1	234
Exercices du § 3	236
Exercices du § 4	236
Exercices du § 5	245
Exercices du § 6	254
Exercices du § 7	263
Index des notations	272
Index terminologique	274
Définitions du chapitre III	Dépliant I
Définitions du chapitre IV	Dépliant II