

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE IV. — Polynomes et fractions rationnelles	1
§ 1. Polynomes	1
1. Définition des polynomes	1
2. Propriétés des algèbres de polynomes	3
3. La notion de degré.....	6
4. Polynomes sur un anneau d'intégrité.....	10
5. Division euclidienne des polynomes à une indéterminée	11
§ 2. Fonctions polynomes	18
1. Opérateurs polynomes	18
2. Substitution de polynomes dans un polynome.....	21
3. Fonctions polynomes sur une algèbre	22
4. Racines d'un polynome à une indéterminée	23
5. Fonctions polynomes sur un anneau d'intégrité ayant une infinité d'éléments.....	27
§ 3. Fractions rationnelles et fonctions rationnelles	32
1. Fractions rationnelles sur un corps commutatif	32
2. Fractions rationnelles considérées comme opérateurs.....	34
3. Substitution de fractions rationnelles dans une fraction rationnelle	35
4. Fonctions rationnelles.....	36
§ 4. Différentielles et dérivations	37
1. Différentielles et dérivées des polynomes.....	37
2. Application : caractérisation des racines simples d'un polynome	40
3. Dérivations d'une algèbre.....	41
4. Prolongement d'une dérivation : dérivées des fractions rationnelles.....	45
5. Formes différentielles	47
6. Application aux polynomes et aux fractions rationnelles	48
§ 5. Séries formelles	52
1. Définition des séries formelles.....	52

2. Ordre d'une série formelle.....	54
3. Séries formelles sur un anneau d'intégrité	56
4. Sommes infinies de séries formelles	56
5. Substitution de séries formelles dans une série formelle.....	58
6. Séries formelles inversibles.....	59
7. Corps des fractions de l'anneau des séries formelles à une indéterminée sur un corps.....	60
8. Dérivations dans l'algèbre des séries formelles.....	61
9. Résolution des équations dans un anneau de séries formelles.	64
10. Interprétations topologiques.....	65
CHAPITRE V. — <i>Corps commutatifs</i>	70
§ 1. Corps premiers. Caractéristique	70
1. Corps premiers	70
2. Exposant caractéristique.....	71
3. Caractérisation des polynomes à dérivée nulle.....	73
§ 2. Extensions.....	74
1. La structure d'extension.....	75
2. Adjonction.....	76
3. Extensions linéairement disjointes.....	78
§ 3. Extensions algébriques	81
1. Éléments algébriques	81
2. Extensions algébriques	84
3. Transitivité des extensions algébriques. Corps algébriquement fermé dans un surcorps	86
§ 4. Extensions algébriquement closes	88
1. Corps algébriquement clos.....	88
2. Extensions algébriquement closes	89
§ 5. Extensions transcendantes.....	94
1. Familles algébriquement libres. Extensions pures	94
2. Bases de transcendance.....	96
3. Degré de transcendance d'une extension	99
4. Extensions algébriquement disjointes	101
§ 6. Prolongement d'isomorphismes. Éléments conjugués. Extensions normales	108
1. Prolongement d'isomorphismes	108
2. Corps conjugués. Éléments conjugués	110
3. Extensions normales	112
§ 7. Extensions séparables	116
1. Le théorème d'Artin.....	116
2. Extensions séparables	119
3. Exemples d'extensions séparables. Corps parfaits.....	120
4. Propriétés des extensions séparables.....	122
5. Le théorème de Dedekind.....	123
6. Éléments algébriques séparables	124
7. Éléments primitifs.....	126

§ 8. Éléments radiciels. Critères de séparabilité	127
1. Éléments radiciels	127
2. Le critère de MacLane	129
3. Application aux extensions algébriques séparables	130
4. Extensions radicielles	131
§ 9. Dérivations dans les corps	136
1. Prolongement des dérivations	136
2. Dérivations des extensions séparables	140
3. Bases de transcendance séparantes	141
§ 10. Extensions galoisiennes	145
1. Définition des extensions galoisiennes	145
2. Sous-extensions d'une extension galoisienne	146
3. Familles d'extensions galoisiennes	147
4. Corps composé d'une extension galoisienne et d'une extension quelconque	149
5. La théorie de Galois	151
6. Norme et trace dans les extensions algébriques séparables ..	153
7. Indépendance algébrique des automorphismes	157
8. Base normale d'une extension galoisienne	157
9. Extensions normales non séparables	159
§ 11. Racines de l'unité. Corps finis. Extensions cycliques	162
1. Racines de l'unité	162
2. Corps des racines n -èmes de l'unité	166
3. Corps finis	168
4. Extensions algébriques de degré fini d'un corps fini	169
5. Extensions cycliques	170
6. Extensions cycliques et équations binômes	172
<i>Appendice I</i> : Fractions rationnelles symétriques	179
1. Fonctions symétriques	179
2. Polynômes symétriques	181
3. Formules de Newton	183
<i>Appendice II</i> : Extensions galoisiennes de degré infini	187
1. Le groupe de Galois topologique	187
2. Propriétés des groupes de Galois topologiques	188
Note historique (chapitres IV-V)	192
Index des notations	211
Index terminologique	213
Définitions du chapitre IV	Dépliant I
Définitions du chapitre V	Dépliant II