

TABLE

INTRODUCTION AUX CHAPITRES IV, V ET VI	7
CHAPITRE IV. — <i>Groupes de Coxeter et systèmes de Tits</i>	9
§ 1. Groupes de Coxeter	9
1. Longueur et décompositions réduites	9
2. Groupes diédraux	10
3. Premières propriétés des groupes de Coxeter	11
4. Décompositions réduites dans un groupe de Coxeter	13
5. La condition d'échange	15
6. Caractérisation des groupes de Coxeter	17
7. Familles de partitions	18
8. Sous-groupes des groupes de Coxeter	19
9. Matrices et graphes de Coxeter	20
§ 2. Systèmes de Tits	22
1. Définition et premières propriétés	22
2. Un exemple	24
3. Décomposition de G en doubles classes	25
4. Relations avec les systèmes de Coxeter	25
5. Sous-groupes de G contenant B	27
6. Sous-groupes paraboliques	29
7. Théorème de simplicité	30
<i>Annexe.</i> — Graphes	33
1. Définitions	33
2. Composantes connexes d'un graphe	33
3. Forêts et arbres	35
Exercices du § 1	37
Exercices du § 2	46

CHAPITRE V. — <i>Groupes engendrés par des réflexions</i>	57
§ 1. Hyperplans, chambres et facettes	57
1. Notations	57
2. Facettes	58
3. Chambres	60
4. Murs et faces	61
5. Dièdres	63
6. Exemples : cônes simpliciaux et simplexes	64
§ 2. Réflexions	66
1. Pseudo-réflexions	66
2. Réflexions	67
3. Réflexions orthogonales	68
4. Réflexions orthogonales dans un espace affine euclidien ..	69
5. Compléments sur les rotations planes	70
§ 3. Groupes de déplacements engendrés par des réflexions	72
1. Résultats préliminaires	72
2. Relation avec les systèmes de Coxeter	74
3. Domaine fondamental, stabilisateurs	75
4. Matrice et graphe de Coxeter de W	76
5. Systèmes de vecteurs à produits scalaires négatifs	77
6. Théorèmes de finitude	79
7. Décomposition de la représentation linéaire de W dans T ..	81
8. Décomposition de l'espace affine E en produit	83
9. Structure des chambres	85
10. Points spéciaux	87
§ 4. Représentation géométrique d'un groupe de Coxeter	89
1. Forme associée à une matrice de Coxeter	89
2. Le plan $E_{s,s'}$ et le groupe engendré par σ_s et $\sigma_{s'}$	90
3. Groupe et représentation associés à une matrice de Coxeter	91
4. La représentation contragrédiente	92
5. Démonstration du lemme 1	94
6. Domaine fondamental de W dans la réunion des chambres ..	96
7. Irréductibilité de la représentation géométrique d'un groupe de Coxeter	97
8. Critères de finitude	98
9. Cas où B_M est positive et dégénérée	100
§ 5. Invariants dans l'algèbre symétrique	102
1. Série de Poincaré des algèbres graduées	102
2. Invariants d'un groupe linéaire fini : propriétés de module ..	105
3. Invariants d'un groupe linéaire fini : propriétés d'anneau	107

4. Éléments anti-invariants	112
5. Compléments	114
§ 6. Transformation de Coxeter	116
1. Définition des transformations de Coxeter	116
2. Valeurs propres d'une transformation de Coxeter. Exposants	117
<i>Annexe.</i> — Compléments sur les représentations linéaires	124
Exercices du § 2	127
Exercices du § 3	128
Exercices du § 4	130
Exercices du § 5	135
Exercices du § 6	139
CHAPITRE VI. — <i>Systèmes de racines</i>	142
§ 1. Systèmes de racines	142
1. Définition d'un système de racines	142
2. Somme directe de systèmes de racines	146
3. Relations entre deux racines	147
4. Systèmes de racines réduits	151
5. Chambres et bases d'un système de racines	153
6. Racines positives	155
7. Ensembles clos de racines	160
8. Plus grande racine	165
9. Poids, poids radiciels	166
10. Poids fondamentaux, poids dominants	167
11. Transformation de Coxeter	169
12. Forme bilinéaire canonique	171
§ 2. Groupe de Weyl affine	173
1. Groupe de Weyl affine	173
2. Poids et points spéciaux	174
3. Le normalisateur de W_a	175
4. Application : ordre du groupe de Weyl	177
5. Systèmes de racines et groupes engendrés par des réflexions	178
§ 3. Invariants exponentiels	181
1. L'algèbre d'un groupe commutatif libre	181
2. Cas du groupe des poids : termes maximaux	183
3. Éléments anti-invariants	183
4. Éléments invariants	186

§ 4. Classification des systèmes de racines	188
1. Groupes de Coxeter finis	188
2. Graphes de Dynkin	195
3. Groupe de Weyl affine et graphe de Dynkin complété ...	198
4. Préliminaires à la construction des systèmes de racines	200
5. Systèmes de type B_l ($l \geq 2$)	202
6. Systèmes de type C_l ($l \geq 2$)	204
7. Systèmes de type A_l ($l \geq 1$)	205
8. Systèmes de type D_l ($l \geq 3$)	208
9. Système de type F_4	211
10. Système de type E_8	213
11. Système de type E_7	216
12. Système de type E_6	218
13. Système de type G_2	220
14. Systèmes de racines irréductibles non réduits	222
Exercices du § 1	223
Exercices du § 2	227
Exercices du § 3	228
Exercices du § 4	228
Note historique	234
Bibliographie	241
Index des notations	244
Index terminologique	246
Planche I : Systèmes de type A_l ($l \geq 1$)	250
Planche II : Systèmes de type B_l ($l \geq 2$)	252
Planche III : Systèmes de type C_l ($l \geq 2$)	254
Planche IV : Systèmes de type D_l ($l \geq 3$)	256
Planche V : Système de type E_6	260
Planche VI : Système de type E_7	264
Planche VII : Système de type E_8	268
Planche VIII : Système de type F_4	272
Planche IX : Système de type G_2	274
Planche X : Systèmes irréductibles de rang 2	276
Résumé des principales propriétés des systèmes de racines	277