

# Table des matières

## CHAPITRE IX. — GROUPES DE LIE RÉELS COMPACTS

§ 1. <i>Algèbres de Lie compactes</i> .....	IX. 1
1. Formes hermitiennes invariantes .....	IX. 1
2. Groupes de Lie réels commutatifs connexes .....	IX. 2
3. Algèbres de Lie compactes .....	IX. 3
4. Groupes dont l'algèbre de Lie est compacte .....	IX. 5
§ 2. <i>Tores maximaux des groupes de Lie compactes</i> .....	IX. 7
1. Sous-algèbres de Cartan des algèbres compactes .....	IX. 7
2. Toros maximaux .....	IX. 8
3. Toros maximaux des sous-groupes et des groupes quotients .....	IX. 11
4. Sous-groupes de rang maximum .....	IX. 12
5. Le groupe de Weyl .....	IX. 13
6. Toros maximaux et relèvement d'homomorphismes .....	IX. 15
§ 3. <i>Formes compactes des algèbres de Lie semi-simples complexes</i> .....	IX. 16
1. Formes réelles .....	IX. 16
2. Formes réelles associées à un système de Chevalley .....	IX. 17
3. Conjugaison des formes compactes .....	IX. 19
4. Exemple I : algèbres compactes de type $A_n$ .....	IX. 20
5. Exemple II : algèbres compactes de type $B_n$ et $D_n$ .....	IX. 21
6. Groupes compacts de rang 1 .....	IX. 22
§ 4. <i>Système de racines associé à un groupe compact</i> .....	IX. 24
1. Le groupe $X(H)$ .....	IX. 24
2. Le groupe nodal d'un tore .....	IX. 25
3. Poids d'une représentation linéaire .....	IX. 27
4. Racines .....	IX. 29
5. Vecteurs nodaux et racines inverses .....	IX. 31
6. Groupe fondamental .....	IX. 34
7. Sous-groupes de rang maximum .....	IX. 35
8. Diagrammes radiciels .....	IX. 37
9. Groupes de Lie compacts et diagrammes radiciels .....	IX. 38
10. Automorphismes d'un groupe de Lie compact connexe ..	IX. 41
§ 5. <i>Classes de conjugaison</i> .....	IX. 43
1. Éléments réguliers .....	IX. 43
2. Chambres et alcôves .....	IX. 44

3. Automorphismes et éléments réguliers .....	IX. 46
4. Les applications $(G/T) \times T \rightarrow G$ et $(G/T) \times A \rightarrow G$ , ..	IX. 49
§ 6. <i>Intégration dans les groupes de Lie compacts</i> .....	IX. 52
1. Produit de formes multilinéaires alternées .....	IX. 52
2. La formule d'intégration de H. Weyl .....	IX. 53
3. Intégration dans l'algèbre de Lie .....	IX. 58
4. Intégration des sections d'un fibré vectoriel .....	IX. 60
5. Formes différentielles invariantes .....	IX. 63
§ 7. <i>Représentations irréductibles des groupes de Lie compacts connexes</i> .....	IX. 66
1. Caractères dominants .....	IX. 66
2. Le plus grand poids d'une représentation irréductible .....	IX. 67
3. L'anneau $R(G)$ .....	IX. 70
4. La formule des caractères .....	IX. 72
5. Degré des représentations irréductibles .....	IX. 75
6. Éléments de Casimir .....	IX. 77
§ 8. <i>Transformation de Fourier</i> .....	IX. 78
1. Transformées de Fourier des fonctions intégrables .....	IX. 78
2. Transformées de Fourier des fonctions indéfiniment dérivables .....	IX. 81
3. Transformées de Fourier des fonctions centrales .....	IX. 84
4. Fonctions centrales sur $G$ et fonctions sur $T$ .....	IX. 87
§ 9. <i>Opérations des groupes de Lie compacts sur les variétés</i> ....	IX. 88
1. Plongement d'une variété au voisinage d'une partie compacte .....	IX. 88
2. Le théorème de plongement équivariant .....	IX. 91
3. Tubes et transversales .....	IX. 93
4. Types d'orbites .....	IX. 95
APPENDICE I. — STRUCTURE DES GROUPES COMPACTS .....	IX. 99
1. Plongement d'un groupe compact dans un produit de groupes de Lie .....	IX. 99
2. Limites projectives de groupes de Lie .....	IX. 100
3. Structure des groupes compacts connexes .....	IX. 101
APPENDICE II. — REPRÉSENTATIONS DE TYPE RÉEL, COMPLEXE OU QUATERNIONNIEN .....	IX. 103
1. Représentations des algèbres réelles .....	IX. 103
2. Représentations des groupes compacts .....	IX. 104

Exercices du § 1 .....	IX. 107
Exercices du § 2 .....	IX. 108
Exercices du § 3 .....	IX. 110
Exercices du § 4 .....	IX. 112
Exercices du § 5 .....	IX. 118
Exercices du § 6 .....	IX. 121
Exercices du § 7 .....	IX. 125
Exercices du § 8 .....	IX. 127
Exercices du § 9 .....	IX. 128
Exercices de l'appendice I .....	IX. 132
Index des notations .....	IX. 133
Index terminologique .....	IX. 134
Table des matières .....	IX. 136