

Inhaltsverzeichnis

(Die Numerierung der Teile und Kapitel aus Band 1 und 2 wird hier fortgesetzt.)

Teil VI

Aufbau des Zahlensystems und Topologie

Kapitel 23. Die rationalen Zahlen	11
23.1 Die Peano-Axiome	11
23.2 Das System \mathbb{Z} der ganzen Zahlen	14
23.3 Das System \mathbb{Q} der rationalen Zahlen	18
Kapitel 24. Die reellen und die komplexen Zahlen	22
24.1 Die Lückenhaftigkeit von \mathbb{Q}	22
24.2 Folgen	26
24.3 Algebraische Strukturierung von \mathbb{R}	30
24.4 Einführung einer Ordnungsrelation auf \mathbb{R}	33
24.5 Dezimalzahlen	35
24.6 Die Vollständigkeit von \mathbb{R}	38
24.7 Komplexe Zahlen	42
24.8 Die Vollständigkeit von \mathbb{C}	45
24.9 Quaternionen und hyperkomplexe Systeme (Algebren)	46
Kapitel 25. Topologie im \mathbb{R}^n	51
25.1 Vorbemerkung	51
25.2 Topologie und Erlanger Programm	51
25.3 Beispiele für Homöomorphismen	53
25.4 Das Cartesische Produkt	60
25.5 Metrische Räume	61
25.6 Abgeschlossene und offene Mengen	65
25.7 Dimensionsfragen	72
25.8 Folgenkompakte Räume	75
25.9 Quotientenräume	78
25.10 Einfach zusammenhängende Räume; Homotopie	85
25.11 Der algebraische Ansatz	91

25.12	Mannigfaltigkeiten	95
25.13	Anwendungen und Ausblick	104
25.14	Hinweise auf Bücher	104

Teil VII

Infinitesimalrechnung

Kapitel 26.	Die Algebra \mathbb{R}^f	108
26.1	Intervalle	108
26.2	Algebraische Operationen	108
26.3	Polynome	111
26.4	Die Bildung des Reziproken	112
26.5	Die Anordnung der Funktionenmenge \mathbb{R}^f	113
Kapitel 27.	Limesbildungen	114
27.1	Grenzwerte	114
27.2	Das Rechnen mit Grenzwerten	116
27.3	Uneigentliche Grenzwerte	119
27.4	Folgen	121
Kapitel 28.	Stetige Funktionen	123
28.1	Die Algebra $\mathcal{C}(I)$	123
28.2	Zusammengesetzte Funktionen	125
28.3	Der Umgebungssatz	126
28.4	Maximum und Minimum zweier Funktionen	126
28.5	Zwischenwertsatz und Satz vom Maximum und Minimum	127
28.6	Potenz- und Wurzelfunktionen	130
Kapitel 29.	Differenzierbare Funktionen	133
29.1	Der Differentialquotient	133
29.2	Die Ableitung	134
29.3	Die Algebra $\mathcal{D}(I)$	135
29.4	Differentiation zusammengesetzter Funktionen	138
29.5	Das Differential $d_c f$	139
29.6	Höhere Ableitungen	142
29.7	Die Bedingungen von Rolle	143
29.8	Beispiel: Die trigonometrischen Funktionen	147
29.9	Umkehrfunktionen	151

Kapitel 30. Integration	156
30.1 Aufgabenstellung	156
30.2 Integrationsregeln	159
30.3 Integration durch Substitution	165
30.4 Konvergenz von Integralen	167

Weitere Themen aus der Analysis

Kapitel 31. Logarithmus und Exponentialfunktion	171
31.1 Die Logarithmusfunktion	171
31.2 Die Exponentialfunktion	174
31.3 Die Potenzgesetze	176
Kapitel 32. Differentialgleichungen	179
32.1 Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	179
32.2 Differentialgleichungen zweiter Ordnung	180
Kapitel 33. Komplexwertige Funktionen	186
33.1 Differentiation	186
33.2 Die Funktion $\cos + i \sin$	187
33.3 Rechnen mit e^z	188
Kapitel 34. Approximation und Iteration	193
34.1 Die Taylor-Entwicklung	193
34.2 Maxima und Minima	196
34.3 Das Newtonsche Näherungsverfahren	198
34.4 Näherungsweise Integration	200
34.5 Reihen	204
34.6 Ausblick	208
Kapitel 35. Funktionen von mehreren reellen Veränderlichen	210
35.1 Aufgabenstellung	210
35.2 Stetigkeit	211
35.3 Differentiale	213
35.4 Das Fehlerfortpflanzungsgesetz	216
35.5 Differenzierbarkeit und partielle Ableitungen	217

Kapitel 36. Vektorwertige Funktionen	219
36.1 Differenzierbarkeit	219
36.2 Komposition	223
36.3 Koordinatensysteme	224
36.4 Die Kettenregel für partielle Ableitungen	226
36.5 Zusammenstellung einiger wichtiger Formeln	229
Kapitel 37. C^r-Funktionen	231
37.1 Aufgabenstellung	231
37.2 Taylor-Entwicklung	231
37.3 Kritische Punkte	232
37.4 Implizite Funktionen	234
37.5 Erläuterung	237

Teil VIII

Vertiefung der Grundlagen

Kapitel 38. Kategorien und Funktoren	243
38.1 Kategorien	243
38.2 Anfangsobjekte, Endobjekte, Nullobjekte	247
38.3 Funktoren	250
38.4 Standardbegriffe der Kategorientheorie	259
Kapitel 39. Mathematische Logik	270
39.1 Axiome	270
39.2 Mengen	274
39.3 Widerspruchsfreiheit	277
39.4 Formale Systeme	281
39.5 Beispiele für das ‚Beweisspiel‘	284
39.6 Die Sätze von Gödel	287
39.7 Zu den Gödelschen Beweisen	291
39.8 Auswahlaxiom und Kontinuumshypothese	295
Literaturhinweise zu allen drei Bänden	297
Verzeichnis besonderer Symbole	303
Stichwortverzeichnis zu allen drei Bänden	306