

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Vorwort</i>	9
<i>Begleitwort zur deutschen Ausgabe</i>	18
<i>Winke an den Leser</i>	19
<i>Kapitel I. Induktion</i>	21
1. Erfahrung und Ansichten	21
2. Suggestive Beobachtungen	22
3. Stützende Beobachtungen	24
4. Die induktive Einstellung	27
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel I, 1—14. [12. Ja und Nein.	
13. Erfahrung und Verhalten. 14. Der Logiker, der Mathematiker, der	
Physiker und der Ingenieur.]	28
<i>Kapitel II. Verallgemeinerung, Spezialisierung, Analogie</i>	33
1. Verallgemeinerung, Spezialisierung, Analogie und Induktion . .	33
2. Verallgemeinerung	33
3. Spezialisierung	34
4. Analogie	34
5. Verallgemeinerung, Spezialisierung und Analogie	38
6. Entdeckung durch Analogie	41
7. Analogie und Induktion.	46
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel II, 1—46; [Erster Teil, 1—20;	
Zweiter Teil, 21—46]. [1. Die richtige Verallgemeinerung. 5. Ein extre-	
mer Spezialfall. 7. Ein führender Spezialfall. 10. Ein repräsentativer	
Spezialfall. 11. Ein analoger Fall. 18. Große Analogien. 19. Geklärte	
Analogien. 20. Zitate. 21. Die Vermutung <i>E</i> . 44. Ein Einwand und ein	
erster Zugang zu einem Beweis. 45. Ein zweiter Zugang zu einem Be-	
weis. 46. Gefahren der Analogie.]	48
<i>Kapitel III. Induktion in der Geometrie des Raumes</i>	66
1. Polyeder	66
2. Erste stützende Beobachtungen	69
3. Weitere stützende Beobachtungen	70
4. Eine strenge Probe	71
5. Es gibt Verifikationen und Verifikationen	73
6. Ein ganz anderer Fall	75
7. Analogie	75
8. Raumteilungen	77
9. Modifizierung der Aufgabe	78
10. Verallgemeinerung, Spezialisierung, Analogie	79

11. Eine weitere analoge Aufgabe	79
12. Zusammenstellung von analogen Aufgaben	81
13. Viele Aufgaben sind manchmal leichter als nur eine	82
14. Eine Vermutung	83
15. Voraussage und Verifikation	84
16. Noch einmal und besser	85
17. Induktion legt Deduktion, der Spezialfall den allgemeinen Beweis nahe	86
18. Weitere Vermutungen	88
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel III, 1—41. [21. Induktion: Anpassung der Gedanken, Anpassung der Sprache. 31. Descartes' Untersuchung über Polyeder. 36. Supplementäre Raumwinkel, supplementäre sphärische Polygone.]	89
Kapitel IV. Induktion in der Zahlentheorie	100
1. Pythagoreische Dreiecke	100
2. Quadratsummen	103
3. Über die Summe von vier ungeraden Quadratzahlen	105
4. Untersuchung eines Beispiels	106
5. Tabellarisierung der Beobachtungen	109
6. Wie lautet die Regel?	109
7. Von der Natur induktiver Entdeckung	112
8. Von der Natur induktiver Beweisgründe	113
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel IV., 1—26. [1. Bezeichnung 26. Gefahren der Induktion]	116
Kapitel V. Diverse Induktionsbeispiele	123
1. Reihenentwicklung	123
2. Annäherung	125
3. Grenzwerte.	128
4. Wir versuchen zu widerlegen	129
5. Wir versuchen zu beweisen	131
6. Die Rolle der induktiven Phase	133
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel V, 1—18. [15. Man erkläre die beobachteten Regelmäßigkeiten. 16. Man klassifiziere die beobachteten Tatsachen. 18. Worauf beruht die Unterscheidung?].	134
Kapitel VI. Eine allgemeinere Formulierung	143
1. Euler	143
2. Eulers Schrift	144
3. Übergang zu einem allgemeineren Gesichtspunkt	155
4. Schematischer Umriß von Eulers Schrift	156
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel VI, 1—25. [1. Erzeugende Funktionen. 7. Eine kombinatorische Aufgabe in der Geometrie der Ebene. 10. Quadratsummen. 19. Noch eine Rekursionsformel. 20. Noch ein ganz außergewöhnliches Gesetz der ganzen Zahlen betreffend die Summe ihrer Teiler. 24. Wie Euler eine Entdeckung entging. 25. Eine Verallgemeinerung des Eulerschen Satzes über $\sigma(n)$].	157

<i>Kapitel VII. Vollständige Induktion</i>	167
1. Die induktive Phase	167
2. Die beweisende Phase	169
3. Untersuchung von Übergängen	170
4. Die Technik der vollständigen Induktion	172
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel VII, 1—18. [12. Manchmal ist es weniger Mühe, mehr zu beweisen. 14. Man soll den Satz ausbalancieren. 15. Ausblick. 17. Sind n beliebige Zahlen gleich?]	178
<i>Kapitel VIII. Maxima und Minima</i>	185
1. Lösungsschemata	185
2. Beispiel	186
3. Das Schema der berührenden Niveaulinie	188
4. Beispiele	192
5. Das Schema der partiellen Variation.	195
6. Der Satz von dem arithmetischen und geometrischen Mittel und seine ersten Konsequenzen	198
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel VIII, 1—63; [Erster Teil, 1—32; Zweiter Teil, 33—63.]. [1. Entfernungsminima und -maxima in der ebenen Geometrie. 2. Entfernungsminima und -maxima in der räumlichen Geometrie. 3. Niveaulinien in einer Ebene. 4. Niveaulflächen im Raum. 11. Das Prinzip der kreuzenden Niveaulinie. 22. Das Prinzip der partiellen Variation. 23. Existenz des Extremums. 24. Eine Modifizierung des Schemas der partiellen Variation: ein unendlicher Prozeß. 25. Eine weitere Modifizierung des Schemas der partiellen Variation: ein endlicher Prozeß. 26. Graphischer Vergleich. 33. Polygone und Polyeder. Flächeninhalt und Umfang. Volumen und Oberfläche. 34. Das gerade Prisma mit quadratischer Grundfläche. 35. Der gerade Zylinder. 36. Das allgemeine gerade Prisma. 37. Die gerade Doppelpyramide mit quadratischer Grundfläche. 38. Der gerade Doppelkegel. 39. Die allgemeine gerade Doppelpyramide. 43. Eine Anwendung von Geometrie auf Algebra. 45. Eine Anwendung von Algebra auf Geometrie. 51. Die gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche. 52. Der gerade Kegel. 53. Die allgemeine gerade Pyramide. 55. Die Schachtel ohne Deckel. 56. Der Trog. 57. Ein Fragment. 62. Eine Postamtsaufgabe. 63. Eine Aufgabe von Kepler.]	200
<i>Kapitel IX. Physikalische Mathematik</i>	215
1. Optische Interpretation	215
2. Mechanische Interpretation.	221
3. Neuinterpretierung	224
4. Johann Bernoullis Entdeckung der Brachistochrone	229
5. Archimedes' Entdeckung der Integralrechnung	233
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel IX, 1—38. [3. In ein gegebenes Dreieck einbeschriebenes Dreieck kleinsten Umfangs. 9. Verkehrszentrum für vier Punkte im Raum. 10. Verkehrszentrum für vier	

Punkte in einer Ebene. 11. Verkehrsnetz für vier Punkte. 12. Auffalten und ausziehen. 13. Billard. 14. Geophysikalische Forschungsmethode. 23. Kürzeste Linien auf einer Polyederfläche. 24. Kürzeste (geodätische) Linien auf einer gekrümmten Fläche. 26. Eine Konstruktion durch Papierfalten. 27. Der Würfel ist gefallen. 28. Die Sintflut. 29. Stille Wasser sind tief. 30. Ein nützlicher Extremfall. 32. Die Variationsrechnung. 33. Vom Gleichgewicht des Querschnitts zum Gleichgewicht des Körpers. 38. Rückblick auf Archimedes' Methode.]	238
--	-----

<i>Kapitel X. Das isoperimetrische Problem</i>	252
1. Descartes' induktive Gründe	252
2. Latente Gründe.	253
3. Physikalische Gründe	254
4. Lord Rayleighs induktive Gründe	255
5. Wir leiten Konsequenzen ab	257
6. Wir verifizieren Konsequenzen	260
7. Sehr nahe dran	265
8. Drei Formen des isoperimetrischen Satzes	267
9. Anwendungen und Fragen	269

Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel X, 1—43; [Erster Teil 1—15; Zweiter Teil 16—43]. [1. Rückblick. 2. Ließe sich irgendein Teil des Resultats anders ableiten? 3. Man entwickle mit größerer Ausführlichkeit. 7. Läßt sich die Methode für irgendein anderes Problem benutzen? 8. Schärfere Form des isoperimetrischen Satzes. 16. Der Stock und die Schnur. 21. Zwei Stöcke und zwei Schnüre. 25. Didos Problem in der Geometrie des Raumes. 27. Halbierungslinien eines ebenen Bereichs. 34. Halbierungslinien einer geschlossenen Fläche. 40. Eine Figur vielseitiger Vollkommenheit. 41. Ein analoger Fall. 42. Die regelmäßigen Körper. 43. Induktive Gründe.]	271
--	-----

<i>Kapitel XI. Weitere Arten plausibler Argumente</i>	283
1. Vermutungen verschiedener Art.	283
2. Wir richten uns nach einem verwandten Fall	283
3. Wir richten uns nach dem allgemeinen Fall	286
4. Ist die einfachere Vermutung vorzuziehen?	288
5. Kultureller Hintergrund	291
6. Unerschöpflich	295
7. Geläufige heuristische Annahmen	296

Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel XI, 1—23. [16. Der allgemeine Fall. 19. Keine Idee ist wirklich schlecht. 20. Einige geläufige heuristische Annahmen. 21. Optimismus wird gelegentlich belohnt. 23. Numerische Berechnung und der Ingenieur.]	297
---	-----

<i>Schlußbemerkung</i>	311
----------------------------------	-----

<i>Lösungen</i>	313
---------------------------	-----

<i>Bibliographie</i>	402
--------------------------------	-----