

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION. — Propriétés générales des systèmes linéaires et non-linéaires.

A. <i>Notion de système</i>	1
B. <i>Les systèmes linéaires</i>	2
B.1. Propriétés	2
B.2. Méthodes d'étude	3
C. <i>Systèmes non-linéaires</i>	4
C.1. Propriétés	4
C.2. Méthodes d'étude	5

PREMIÈRE PARTIE LES SYSTÈMES LINÉAIRES

CHAPITRE 1. — L'opérateur p et les schémas fonctionnels.

1.1. <i>Propriétés fondamentales des systèmes linéaires</i>	10
1.1.1. Propriétés de superposition et d'homogénéité	10
1.1.2. L'opérateur p et la transmittance	11
1.1.3. Notion de classe	12
1.1.4. Relation entre la transmittance et l'équation caractéristique	12
1.1.5. Remarque sur les symboles p et s	13
1.2. <i>Systèmes linéaires parfaits</i>	14
1.2.1. Réseaux électriques	14
1.2.1.1. Éléments des circuits électriques	14
1.2.1.2. Circuits électriques du premier ordre	16
1.2.1.3. Circuits électriques du second ordre	19
1.2.1.4. Systèmes électriques d'ordre supérieur à 2	23
1.2.2. Systèmes mécaniques	27
1.2.2.1. Éléments des systèmes mécaniques	27
1.2.2.2. Systèmes mécaniques du premier ordre	28
1.2.2.3. Systèmes mécaniques du second ordre	30
1.2.2.4. Systèmes mécaniques d'ordre supérieur à 2	31
1.2.3. Homologies électromécaniques	31
1.2.3.1. Les deux homologies directe et duelle	31
1.2.3.2. Établissement du circuit duel d'un circuit donné	34
1.2.3.3. Homologue mécanique d'un condensateur en série	35

1.2.3.4. Réducteurs	36
1.2.3.5. Remarque sur l'emploi des homologies électromécaniques . . .	38
1.2.4. Systèmes électromécaniques	39
1.3. <i>Systèmes non-linéaires linéarisés</i>	45
1.3.1. Frottement non-linéaire	45
1.3.2. Machines électriques saturées	45
1.3.3. Systèmes hydrauliques	46
1.3.3.1. Modèle linéaire d'un réservoir	46
1.3.3.2. Régulateur de niveau	51
1.3.3.3. Réservoirs couplés	54
1.3.3.4. Remarque	54
1.3.4. Systèmes pneumatiques	54
1.3.4.1. Capacité et résistance pneumatiques	54
1.3.4.2. Capacités pneumatiques couplées	56
1.3.5. Systèmes thermiques	56
1.3.5.1. Capacité thermique	56
1.3.5.2. Capacités thermiques couplées	56
1.3.6. Capacités thermique et hydraulique couplées	59
1.4. <i>Généralisation : théorie générale des diagrammes de fluence</i>	61
1.4.1. Diagrammes de fluence	61
1.4.2. Formule générale de la transmittance d'un système linéaire quelconque (formule de Mason)	62
1.4.3. Exemples d'application	65
1.4.3.1. Premier exemple : filtre en échelle	65
1.4.3.2. Deuxième exemple : filtre en double T.	66
1.4.3.3. Troisième exemple : amplificateur à réaction	66
1.4.3.4. Quatrième exemple : boucles d'asservissement couplées	68
1.4.4. Démonstration de la formule de Mason	72
1.4.4.1. Diagramme de fluence associé à un système d'équations linéaires	72
1.4.4.2. Déterminant	73
1.4.4.3. Résolution par rapport à y_1	75
1.4.4.4. Résolution par rapport à y_2	76
1.4.4.5. Formule générale	77
1.4.4.6. Remarque	78
1.5. <i>Introduction d'éléments non linéaires dans les schémas fonctionnels</i>	78
1.6. <i>Transmittance d'un retard de parcours</i>	80
CHAPITRE 2. — Le calcul symbolique et les transformées en p.	
2.1. <i>Introduction</i>	81
2.2. <i>Solution classique d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants.</i>	82
2.3. <i>Relation entre la transmittance et la réponse impulsionnelle</i>	83
2.4. <i>Table élémentaire de fonctions associées : transformées en p</i>	88
2.5. <i>Application de la table de transformées en p</i>	93
2.5.1. Premier exemple : réponse indicielle d'un oscillateur linéaire idéal	93
2.5.2. Deuxième exemple : réponses indicelles d'un oscillateur amorti	94

2.5.3. Troisième exemple : réponse d'un circuit résistance-inductance à l'application brusque d'une tension sinusoïdale	98
2.5.4. Remarque importante.	100
2.6. Valeurs finale et initiale	102
2.6.1. Valeur finale	102
2.6.2. Comportement initial	103
2.7. Conditions initiales non nulles	104
2.7.1. Introduction des conditions initiales dans le schéma fonctionnel développé	104
2.7.2. Exemples d'application.	106
2.8. Réponse à un signal quelconque.	110
2.8.1. Approximation du signal d'entrée par une ligne brisée.	110
2.8.2. Décomposition en composantes permanentes et transitoires	112
2.8.2.1. Coefficients d'erreur ; erreur permanente.	112
2.8.2.2. Erreurs transitoires.	114
2.8.2.3. Composition des erreurs permanentes et transitoires	115
2.8.2.4. Exemples	116
2.9. Remarque sur l'emploi pratique du calcul symbolique.	119
CHAPITRE 3. — L'opérateur E et les transformées en E.	
3.1. Introduction	121
3.2. L'opérateur E et la représentation des fonctions du temps par des séries temporelles	122
3.3. Réponse d'un système linéaire à un signal arbitraire.	124
3.4. Transformées en E	125
3.4.1. Premier exemple : réponse indicielle d'un système du premier ordre.	126
3.4.2. Deuxième exemple : réponse d'un système du second ordre à un signal triangulaire	129
3.4.3. Troisième exemple : réponse d'une boucle fermée connaissant la réponse impulsionnelle en boucle ouverte.	130
3.5. Intégrales de convolution	133
3.5.1. Intégrales de Borel.	133
3.5.2. Intégrales de Duhamel	134
3.5.3. Application : effet d'un pôle ou d'un zéro supplémentaire	135
3.6. Détermination de la transformée en E à partir de la transformée en p ..	136
3.6.1. Transformées en E des opérateurs d'intégration.	136
3.6.2. Applications des opérateurs d'intégration en E	138
3.6.2.1. Premier exemple : réponse indicielle d'un système du premier ordre.	139
3.6.2.2. Deuxième exemple : réponse impulsionnelle d'un oscillateur idéal	140
3.6.2.3. Troisième exemple : réponse indicielle d'un oscillateur sans pertes	141
3.6.2.4. Quatrième exemple : systèmes avec retard de parcours	142
3.6.3. Choix de la période d'échantillonnage.	143
3.7. Remarques sur le calcul des transitoires par la méthode des transformées en E	144

CHAPITRE 4. — Le régime permanent harmonique.

4.1. <i>Transmittance isochrone</i>	146
4.2. <i>Courbes de gain et de phase des transmittances à déphasage minimum</i> ..	147
4.2.1. Courbes de gain et de phase d'un intégrateur.	147
4.2.2. Courbes de gain et de phase d'un filtre passe-bas du premier ordre.	149
4.2.3. Courbes de gain et de phase d'un filtre passe-bas du second ordre..	152
4.2.4. Courbes de gain et de phase d'une transmittance quelconque à déphasage minimum	152
4.2.5. Construction graphique de la courbe du déphasage minimum associé à une courbe de gain donnée.	157
4.3. <i>Propriétés des transmittances à déphasage non minimum</i>	163
4.3.1. Réponses transitoires des transmittances à déphasage non minimum.	163
4.3.2. Courbes de gain et de phase des transmittances instables ou à déphasage non minimum	165
4.4. <i>Autres représentations graphiques de la réponse harmonique</i>	167
4.5. <i>Gain et phase d'une boucle fermée : abaque de Black</i>	168
4.5.1. Cas particulier ($\beta = 1$).	168
4.5.2. Cas général	172
4.6. <i>Gain et phase d'une somme de transmittances</i>	173
4.6.1. Abaque pour le calcul du gain et de la phase d'une somme de transmittances.....	173
4.6.2. Courbe de gain approchée d'une somme de transmittances ou d'une boucle fermée	176

CHAPITRE 5. — Relations entre les régimes transitoires et le régime permanent harmonique.

5.1. <i>Relations générales entre les réponses temporelles et fréquentielles</i>	179
5.2. <i>Remarques sur la signification de la position des pôles et des zéros</i>	181
5.2.1. Première remarque : configurations équivalentes de pôles et zéros.	181
5.2.2. Deuxième remarque : influence d'un pôle réel supplémentaire ...	186
5.2.3. Conclusion	190
5.3. <i>Détermination de la réponse indicielle à partir de la réponse en fréquence</i>	191
5.3.1. Principe de la méthode	191
5.3.2. Méthode graphique	192
5.3.3. Méthode numérique	192
5.4. <i>Détermination approchée des pôles de la transmittance d'une boucle fermée à partir de la transmittance en boucle ouverte</i>	197
5.4.1. Principe de la méthode et premier exemple.	197
5.4.2. Second exemple	199
5.5. <i>Détermination de la réponse harmonique à partir d'une réponse temporelle</i>	201
5.5.1. Approximation par somme de rampes	201
5.5.1.1. Principe	201
5.5.1.2. Cas particuliers	202
5.5.1.3. Exemple	202

5.5.2. Analyse harmonique	205
5.5.3. Conclusion	207
5.6. Détermination de certaines transmittances à partir de leur réponse individuelle	207
5.6.1. Systèmes à réponses apériodiques (cas général)	207
5.6.2. Systèmes du second ordre à réponse apériodique.	208
5.6.3. Systèmes du second ordre à réponse oscillante.	211
5.7. Détermination de la transmittance à partir de la réponse harmonique (méthode de Dudnikoff).	213
CHAPITRE 6. — Stabilité et amortissement des systèmes linéaires.	
6.1. Critères numériques.	220
6.1.1. Critère de stabilité de Hurwitz.	220
6.1.2. Critère d'amortissement dérivé du critère de Hurwitz.	221
6.2. Critères géométriques	222
6.2.1. Courbe polaire d'une équation caractéristique ; critère de stabilité.	222
6.2.2. Dénombrement des racines à parties réelles positives	223
6.2.3. Critère d'amortissement ; courbe de Léonhard	225
6.2.4. Application pratique des critères de la courbe polaire et de Léonhard.	226
6.2.5. Relation entre l'amortissement et les écarts entre les courbes de gain exacte et asymptotique.	229
6.3. Cas particulier des systèmes asservis.	230
6.3.1. Système asservi stable en boucle ouverte.	230
6.3.1.1. Marges de phase et de gain.	231
6.3.1.2. Résonance en boucle fermée.	233
6.3.1.3. Signification de la fréquence de coupure.	233
6.3.1.4. Remarque sur l'emploi de la marge de phase	234
6.3.1.5. Cas particulier des boucles à déphasage minimum	236
6.3.2. Cas général ; courbe de Nyquist.	236
6.3.2.1. Critère de Nyquist	236
6.3.2.2. Application aux systèmes stables en boucle ouverte.	238
6.3.2.3. Application aux systèmes instables en boucle ouverte	240
6.3.3. Cas des systèmes à boucles multiples	244
6.3.3.1. Théorie générale	244
6.3.3.2. Exemple : correcteur d'intégration parfait pour servomécanisme.	245
6.4. Nouveau critère d'amortissement.	251
6.4.1. Relation fondamentale	251
6.4.2. Nouveaux polynômes normaux à amortissement réglable	252
6.4.3. Nouveau critère d'amortissement	256
6.4.4. Application à des boucles simples.	256
6.4.4.1. Réglage d'un régulateur à triple action.	256
6.4.4.2. Réglage optimum d'un correcteur par avance de phase à affaiblissement imposé.	257
6.4.5. Application à des boucles couplées.	259

6.4.6. Application aux systèmes avec retard de parcours.	261
6.4.7. Conclusion	264
CHAPITRE 7. — Systèmes échantillonnés ou à prélèvements.	
7.1. Introduction : notion d'échantillonnage.	265
7.2. Analyse harmonique des systèmes échantillonnés.	266
7.2.1. Transformée en p d'un signal échantillonné	266
7.2.2. Filtrage du signal échantillonné.	269
7.2.3. Transformée du signal de sortie d'un système échantillonné	272
7.2.3.1. Chaîne ouverte	272
7.2.3.2. Boucle simple	272
7.2.3.3. Cas général d'un système à boucles multiples	273
7.2.4. Analyse harmonique de la stabilité d'une boucle échantillonnée. .	276
7.3. Application de la transformée en E aux systèmes échantillonnés.	279
7.3.1. Transformées en E des fonctions échantillonnées.	279
7.3.2. Relation entre les transformées en p et en E échantillonnées.	280
7.3.3. Transformées en E de réseaux échantillonnés.	282
7.3.4. Exemple d'inversion de la transformée en E échantillonnée.	283
7.3.5. Valeur finale et valeur initiale	284
7.3.6. Critère de stabilité d'une boucle échantillonnée dans le plan de la variable E	285
7.3.7. Valeurs intermédiaires des signaux	285
7.3.8. Filtres ou correcteurs numériques.	286
7.4. Transformée en w	288
7.5. Remarques sur l'emploi des trois méthodes	290

DEUXIÈME PARTIE

SYSTÈMES NON LINÉAIRES

CHAPITRE 8. — Systèmes non-linéaires filtres.

8.1. Gain complexe équivalent d'une non-linéarité indépendante du temps. . .	295
8.1.1. Distorsion non-linéaire	295
8.1.2. Système séparable filtré ; gain complexe équivalent.	298
8.1.3. Calcul pratique du gain complexe équivalent	300
8.1.3.1. Méthode de Tsytkin	300
8.1.3.2. Méthode de Douce.	306
8.2. Auto-oscillation des systèmes asservis non-linéaires filtrés séparables. .	309
8.2.1. Caractéristique symétrique impaire.	309
8.2.1.1. Cas particulier d'une caractéristique impaire sans hystérésis. .	310
Premier exemple : régulation flottante à vitesse constante. .	310
Deuxième exemple : système à stabilité conditionnelle avec saturation.	314
8.2.1.2. Cas général : caractéristique impaire avec hystérésis	316
8.2.1.3. Remarque importante : rupture de cycle limite.	318
8.2.2. Caractéristique non symétrique.	320

8.2.2.1. Cas général	320
8.2.2.2. Cas particulier : caractéristique univoque	321
8.3. <i>Oscillations forcées synchrones des systèmes asservis non-linéaires filtrés.</i>	323
8.3.1. Système séparable classique	323
8.3.2. Exemple : résonance non-linéaire d'un asservissement à gain élevé et saturation	325
8.3.3. Système séparable à deux éléments linéaires et un élément non-linéaire.	330
8.3.4. Systèmes non séparables.	331
8.3.5. Système comprenant un élément linéaire et un élément non-linéaire non séparable	331
8.3.6. Système constitué par deux éléments non-linéaires non séparables.	332
8.3.7. Système séparable comprenant deux éléments linéaires et deux éléments non-linéaires.	333
8.4. <i>Généralisation : gain équivalent en régime biharmonique.</i>	333
8.4.1. Réponse d'un élément non-linéaire à une excitation doublement sinusoïdale.	333
8.4.2. Fréquences incommensurables.	334
8.4.3. Fréquences identiques.	335
8.4.4. Fréquences commensurables.	337
8.4.4.1. Oscillations sous-harmoniques	337
8.4.4.2. Oscillations harmoniques.	338
CHAPITRE 9. — Méthodes topologiques. Plan et espace de phase.	
9.1. <i>Principe de la méthode du plan de phase</i>	339
9.2. <i>Trajectoires des systèmes linéaires du second ordre.</i>	341
9.2.1. Système de classe 2 (double intégrateur)	341
9.2.2. Système de classe 1 (simple intégrateur).	342
9.2.2.1. Traitement analytique	342
9.2.2.2. Construction graphique par la méthode des isoclines.	344
9.2.2.3. Remarque sur le choix des coordonnées de phase.	345
9.2.3. Système de classe zéro.	347
9.2.3.1. Construction des isoclines et des trajectoires	347
9.2.3.2. Classification des points singuliers.	348
9.2.3.3. Trajectoires particulières rectilignes.	357
9.2.3.4. Systèmes conservatifs.	359
9.2.3.5. Signaux d'entrée non nuls.	359
9.3. <i>Points singuliers d'un système non-linéaire.</i>	360
9.4. <i>Détermination du temps sur les trajectoires</i>	362
9.4.1. Première méthode	362
9.4.2. Deuxième méthode (méthode de Diprose).	363
9.5. <i>Étude de quelques systèmes non-linéaires</i>	364
9.5.1. Système oscillant mécanique avec frottement de Coulomb.	364
9.5.2. Oscillations libres d'un pendule simple	366
9.5.3. Résolution automatique des équations algébriques	368
9.5.4. Oscillateur de Van der Pol ; cycles limites	370

9.6. <i>Systèmes à régimes linéaires multiples ou systèmes multi-linéaires</i>	373
9.6.1. Effets de saturation	374
9.6.1.1. Servomécanisme avec saturation de vitesse	374
9.6.1.2. Servomécanisme avec saturation de l'amplificateur d'erreur.	374
9.6.2. Servomécanismes à relais	375
9.6.2.1. Relais idéal et frottement solide.	375
9.6.2.2. Relais idéal et frottement visqueux	377
9.6.2.3. Influence d'un retard de commutation	377
9.6.2.4. Influence d'une zone morte.	379
9.6.2.5. Influence d'une hystérésis	379
9.6.2.6. Influence d'un terme de correction par dérivation	380
9.6.2.7. Relais avec seuil et hystérésis	381
9.6.3. Généralisation ; points singuliers réels et virtuels.	383
9.6.3.1. Premier exemple : servomécanisme à double sensibilité.	383
9.6.3.2. Deuxième exemple : système à oscillation limite ; bifurcation.	385
9.6.3.3. Théorème de Poincaré sur l'existence des cycles limites.	386
9.6.3.4. Troisième exemple : servomécanisme à double amortissement.	388
9.6.3.5. Quatrième exemple : servomécanisme à réaction tachymétrique limitée	389
9.6.3.6. Cinquième exemple : servomécanisme ou système pendulaire à frottement mixte solide et visqueux	391
9.6.4. Phénomènes héréditaires : servomécanisme avec jeu.	392
9.6.4.1. Inertie en amont du jeu.	393
9.6.4.1.1. Étude dans le plan de phase (y, \dot{y})	393
9.6.4.1.2. Étude dans le plan de phase (z, \dot{z})	395
9.6.4.2. Inertie en aval du jeu.	396
9.7. <i>Systèmes à commutation optimale</i>	397
9.7.1. Principe	397
9.7.2. Réalisation approchée de la commutation optimale	398
9.7.3. Remarques	400
9.7.4. Cas particulier d'un système de classe 2	400
9.8. <i>Espace de phase cylindrique</i>	402
9.9. <i>Espace de phase à trois dimensions</i>	404
9.9.1. Cas général	404
9.9.2. Cas particulier des systèmes de classe 1.	405
9.9.3. Exemple : asservissement de position par plus ou moins du 3 ^e ordre	406
CHAPITRE 10. — Calcul numérique et graphique des régimes transitoires.	
10.1. <i>Introduction</i>	411
10.2. <i>Méthode de simulation numérique</i>	411
10.2.1. Principe de la méthode	412
10.2.1.1. Réponse indicielle d'un système linéaire du second ordre	412
10.2.1.2. Réponse à un signal d'entrée quelconque.	414
10.2.1.3. Conditions initiales non nulles	415
10.2.1.4. Système avec retard de parcours	417

10.2.1.5.	Système à paramètres fonctions du temps	417
10.2.1.6.	Système non-linéaire	419
10.2.2.	Amélioration de la précision	419
10.2.2.1.	Itération simple	419
10.2.2.2.	Itérations multiples	423
10.2.3.	Autres exemples	425
10.2.3.1.	Système du second ordre avec saturation de vitesse	425
10.2.3.2.	Réseau électrique comportant une diode	426
10.2.3.3.	Équation de Van der Pol	427
10.2.3.4.	Servomécanisme à relais auto-oscillant	428
10.2.4.	Systèmes mettant en jeu des différenciations	429
10.2.5.	Conclusion et remarques	432
10.3.	<i>Méthode graphique des directrices</i>	432
10.3.1.	Principe de la méthode	432
10.3.1.1.	Système linéaire du premier ordre	432
10.3.1.2.	Choix des échelles	434
10.3.1.3.	Intégration pure	435
10.3.1.4.	Système non-linéaire du premier ordre	436
10.3.2.	Non-linéarités multiples	437
10.3.2.1.	Pas variable	437
10.3.2.2.	Choix des échelles	438
10.3.3.	Systèmes asservis	439
10.3.3.1.	Système asservi non-linéaire du premier ordre	439
10.3.3.2.	Système asservi ou pendulaire du second ordre	441
10.3.4.	Conclusion	443
 ANNEXE A. — Méthode de Graeffe pour la résolution des équations algébriques.		
A.1.	<i>Principe ; racines réelles</i>	445
A.2.	<i>Racines complexes</i>	446
A.3.	<i>Exemple</i>	448
A.4.	<i>Racines doubles</i>	449
 ANNEXE B. — Analyse harmonique. Séries et intégrales de Fourier.		
B.1.	<i>Séries de Fourier</i>	450
B.1.1.	Définition	450
B.1.2.	Cas des fonctions périodiques	451
B.1.3.	Valeur des coefficients de Fourier	451
B.1.4.	Intervalle de définition quelconque	453
B.1.5.	Exemples de développements en séries de Fourier	453
B.1.6.	Propriétés de symétrie	455
B.1.6.1.	Fonctions paires et impaires	455
B.1.6.2.	Harmoniques pairs et impairs	456
B.1.6.3.	Décomposition d'une fonction quelconque en éléments symétriques	457
B.1.7.	Forme complexe des séries de Fourier ; exemple	457
B.1.8.	Autres exemples	463

B.1.9. Détermination numérique des coefficients de Fourier ; exemple..	463
B.1.10. Phénomène de Gibbs	468
B.1.11. Application des séries de Fourier au calcul des régimes variables.	469
B.1.11.1. Régimes périodiques	469
B.1.11.2. Régimes transitoires.....	469
B.1.12. Sélectivité ; filtrage ; multiplication de fréquence	471
B.2. <i>Intégrales de Fourier</i>	472
B.2.1. Définition ; exemple	472
B.2.2. Forme complexe de l'intégrale de Fourier ; transformées de Fourier.	475
B.2.3. Fonctions impulsionnelles	478
B.2.3.1. Impulsion-unité	478
B.2.3.2. Impulsions d'ordres supérieurs	479
B.2.4. Fonctions paires et impaires	480
B.2.5. Application des transformées de Fourier au calcul des régimes transitoires ; transmittance isochrone	482
B.2.6. Transmission sans distorsion.	483
B.2.7. Spectre de fréquences de l'échelon-unité.	484
B.2.8. Sélectivité	486
B.2.9. Fronts raides et coupures brusques ; principe d'incertitude.....	486
 ANNEXE C. — Transformation de Laplace et calcul opérationnel.	
C.1. <i>Intégrales de Fourier en fréquences complexes</i>	490
C.2. <i>Transformation de Laplace ; exemples</i>	492
C.3. <i>Régime harmonique généralisé ; transmittance isomorphe</i>	494
C.4. <i>Propriétés de la transformation de Laplace</i>	501
C.4.1. Linéarité.	501
C.4.2. Différentiation et intégration dans le domaine réel ; exemple. ...	501
C.4.3. Changement d'échelle.....	504
C.4.4. Translation dans le plan complexe.	504
C.4.5. Translation dans le domaine temporel	505
C.4.6. Produit de composition	505
C.5. <i>Résolution d'un système différentiel quelconque</i>	506
C.6. <i>Transformation inverse des fractions rationnelles ; développement en éléments simples</i>	508
C.6.1. Pôles simples et réels	509
C.6.2. Pôles complexes.....	509
C.6.3. Pôles multiples.....	510
C.6.4. Pôles complexes multiples	511
C.6.5. Exemple	511
C.7. <i>Valeur finale et valeur initiale</i>	513
C.7.1. Théorème de la valeur finale.	513
C.7.2. Théorème de la valeur initiale.....	513
 BIBLIOGRAPHIE.....	 515
INDEX ALPHABÉTIQUE	517