

I N H A L T

	Seite
I. Zahlen, Veränderliche und Funktionen	9
§ 1. Zahlen und Veränderliche	9
1. Rationale Zahlen. 2. Irrationale Zahlen. 3. Dedekindscher Schnitt. 4. Rationale Näherungswerte. 5. Rechnen mit Ungleichheiten. Absoluter Betrag. 6. Veränderliche. 7. Grenzwert. 8. Unendlich klein und unendlich groß.	
§ 2. Von den Funktionen	14
1. Begriff der Funktion. 2. Geometrische Darstellung. 3. Funktionsskala.	
§ 3. Über ganze Funktionen und Interpolation	17
1. Ganze Funktionen. 2. Binomischer Lehrsatz. 3. Die Bernoullische Ungleichheit. 4. Parabel n -ter Ordnung. 5. Lagrangesche Interpolationsformel. 6. Die Newtonsche Interpolationsformel. 7. Differenzen höherer Ordnung. 8. Interpolationsformel bei gleichen Argumentunterschieden. 9. Zahlenmäßige Berechnung einer ganzen Funktion.	
§ 4. Von den übrigen elementaren Funktionen	23
1. Rationale Funktionen. 2. Algebraische Funktionen. 3. Exponentialfunktion. 4. Der Logarithmus. 5. Die trigonometrischen Funktionen. 6. Die Kreisbogen- oder Arkusfunktionen.	
Übungen zu § 1 bis § 4. Zwölf Aufgaben	27
§ 5. Grenzwerte von Veränderlichen und Funktionen	29
1. Einsinnige Veränderliche. Intervallschachtelung. 2. Beispiel. Kreismessung. 3. Grenzwerte von Funktionen. 4. Beispiele. 5. Sätze über das Rechnen mit Grenzwerten. 6. Besondere Grenzwerte. 7. Asymptotische Annäherung.	
§ 6. Von der Stetigkeit	40
1. Erklärung der Stetigkeit. 2. Die Änderungen der Veränderlichen. 3. Unstetigkeiten. 4. Grenzwert und Stetigkeit einer zusammengesetzten Funktion. 5. Folgerungen. 6. Beschränktheit, Maximum und Minimum einer stetigen Funktion in einem abgeschlossenen Bereiche. 7. Satz von Bolzano-Weierstraß. 8. Funktionen, die keinen Zwischenwert auslassen. 9. Umkehrungsfunktionen. 10. Anwendung.	
Übungen zu § 5 und § 6. Neun Aufgaben	46
II. Hauptsätze der Differentialrechnung und Grundformeln der Integralrechnung	48
§ 7. Ableitung und Differential	48
1. Entstehung der Differentialrechnung. 2. Ableitung einer Funktion. 3. Beispiel. 4. Ableitung einer Konstanten. 5. Konstanter Faktor. 6. Ableitung einer	

	Seite
Summe. 7. Ableitung von $\sin x$ und $\cos x$. 8. Ableitung von a^x . 9. Ableitung von ${}^a \log x$. 10. Tangente der logarithmischen Linie. 11. Stetigkeit und Differenzierbarkeit. 12. Differential, Differentialquotient. 13. Differentiale und kleine Änderungen. 14. Differentialformeln.	
§ 8. Weitere Differentiationsregeln	54
1. Ableitung eines Produkts. 2. Ableitung eines Quotienten. 3. Anwendungen. 4. Kettenregel. 5. Ableitung der Umkehrfunktionen. 6. Anwendungen. 7. Logarithmische Differentiation.	
Übungen zu § 7 und § 8. Vierzehn Aufgaben	59
§ 9. Höhere Ableitungen	60
1. Höhere Ableitungen. 2. Taylorsche Formel für ganze Funktionen. 3. Anwendung. 4. Höhere Differentiale. 5. Leibnizsche Formel.	
§ 10. Anwendungen und Übungen	63
1. Einfluß eines kleinen Meßfehlers. 2. Steigen, Fallen, Maximum und Minimum der Kurve $y = f(x)$. 3. Wendepunkt. 4. Beispiel. 5. Geometrische Konstruktion der abgeleiteten Kurve. 6. Größe der Geschwindigkeit und Beschleunigung. 7. Kreisbewegung. 8. Sinus-Schwingung. 9. Gesetz des organischen Wachstums. 10. Energiemaximum im Spektrum eines strahlenden „schwarzen“ Körpers.	
§ 11. Von den Hyperbelfunktionen	70
1. $\operatorname{Cof} x$, $\operatorname{Sin} x$, $\operatorname{Tg} x$, $\operatorname{Ctg} x$. 2. Ableitungen von $\operatorname{Cof} x$, $\operatorname{Sin} x$, $\operatorname{Tg} x$, $\operatorname{Ctg} x$. 3. Areafunktionen. 4. Zusammenhang mit der Hyperbel. 5. Gudermannsche Funktion $\varphi = \operatorname{Am} x$.	
Übungen zu § 9 bis § 11. Sieben Aufgaben	73
§ 12. Vom Mittelwertsatze	74
1. Zerlegungsformel. 2. Einzigkeit der Ableitung. 3. Satz von Rolle. 4. Mittelwertsatz. 5. Andere Form des Mittelwertsatzes. 6. Lehrsatz. 7. Lehrsatz. 8. Eine Eigenschaft der Parabel. Angenäherte Differentiation einer Tabelle. 9. Verallgemeinerter Mittelwertsatz. 10. $f'(x)$ läßt keinen Zwischenwert aus.	
§ 13. Integration als Umkehrung der Differentiation	79
1. Unbestimmtes Integral. 2. Grundintegrale. 3. Einige Integrationsregeln. 4. Einführung einer neuen Veränderlichen. 5. Bestimmtes Integral. 6. Bestimmtes Integral als Funktion der oberen Grenze. 7. Geschwindigkeit und Beschleunigung. 8. Flächeninhaltsberechnung. 9. Bestimmtes Integral als Mittelwert und als Summe. 10. Geometrische Momente. 11. Integrationsgrenzen bei neuen Veränderlichen.	
§ 14. Bestimmung von Grenzwerten	90
1. Form $\frac{0}{0}$. 2. Form $\frac{\infty}{\infty}$. 3. Formen $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , ∞^0 , 1^∞ . 4. Beispiele.	
5. Versagen der Bernoulli-L'Hospitalischen Regel. 6. Anwendung. 7. Rechnen mit unendlich kleinen Größen.	
Übungen zu § 12 bis § 14. Siebzehn Aufgaben	95
§ 15. Theorie der Maxima und Minima	97
§ 16. Die Taylorsche Formel	99
1. Erweiterung der Zerlegungsformel. 2. Taylorsche Formel mit Restglied. 3. Andere Form. 4. Anwendungen.	

	Seite
§ 17. Weitere Anwendungen des Mittelwertsatzes und der Taylorschen Formel	103
1. Newtonsches Näherungsverfahren zur Auflösung von Gleichungen. 2. Verfahren des wiederholten Einsetzens (Iterationsverfahren). 3. Zusammenhang zwischen Differenzen und Ableitungen höherer Ordnung. 4. Lineare Interpolation und ihr Fehler.	
Übungen zu § 15 bis § 17. Fünf Aufgaben	107
III. Funktionen von zwei und mehr Veränderlichen	108
§ 18. Geometrische Darstellung, Grenzwert, Stetigkeit, partielle Ableitungen	108
1. Geometrische Darstellung. 2. Karte der Fläche. 3. Grenzwert und Stetigkeit. 4. Partielle Ableitungen. 5. Vertauschung der mittleren partiellen Ableitungen. 6. Ableitungen höherer Ordnung.	
§ 19. Das vollständige Differential. — Anwendungen	115
1. Das vollständige Differential. 2. Differentiale höherer Ordnung. 3. Differential und Änderung von $f(x, y)$. 4. Einfluß kleiner Fehler auf das Ergebnis. 5. Ableitung längs einer gegebenen Richtung. 6. Erweiterung der Kettenregel. 7. Zusammengesetzte Funktionen mehrerer Veränderlicher. 8. Unentwickelte (implizite) Funktion.	
§ 20. Einführung anderer unabhängiger Veränderlicher	122
1. Eine einzige unabhängige Veränderliche. 2. Wechsel zweier unabhängiger Veränderlicher. Funktionaldeterminante. 3. Verschwindende Funktionaldeterminante. 4. Polarkoordinaten. 5. Aufgabe.	
§ 21. Die Taylorsche Formel und die Theorie der Maxima und Minima bei zwei Veränderlichen	126
1. Taylorsche Formel. 2. Anwendung. 3. Verfahren des wiederholten Einsetzens. 4. Satz von Euler über homogene Funktionen. 5. Maxima und Minima bei mehreren Veränderlichen. Notwendige Bedingung. 6. Weitere Bedingungen. 7. Maxima und Minima mit Nebenbedingungen. 8. Beispiel.	
Übungen zu § 18 bis § 21. Zwölf Aufgaben	132
IV. Differentialgeometrie ebener Kurven	134
§ 22. Tangente, Normale, Bogenlänge, Beispiele technisch wichtiger Kurven	134
1. Analytische Darstellung einer ebenen Kurve. 2. Tangente, Normale. 3. Beispiele. 4. Tangentenkonstruktionen für die Parabel $y = a + bx + cx^2$. 5. Bestimmung der Bogenlänge (Rektifikation). 6. Länge der Tangente, Normale, Subtangente und Subnormale. 7. Beispiel der Parabel $y^2 = 2px$. 8. Zykloiden oder Radlinien. 9. Die Epizykloide. 10. Die Hypozykloide. 11. Besondere Fälle. 12. Die Schleppkurve (Tractrix).	
§ 23. Schnitt und Berührung zweier Kurven	142
1. Schnittwinkel zweier Kurven. 2. Schnittwinkel zweier Kurvenscharen. 3. Berührung zweier Kurven. 4. Beispiele. 5. Schmiegunskreis.	
§ 24. Krümmung, Krümmungskreis und Evolute	146
1. Krümmung. 2. Andere Formeln für k . 3. Krümmungsradius, Krümmungsmittelpunkt, Krümmungskreis. 4. Evolute. 5. Eigenschaften der Evolute. 6. Evolutenbogen. 7. Die Krümmungsradien der Evolute und Evolvente. 8. Wendepunkt. 9. Scheitel. 10. Beispiel der Ellipse. 11. Kreisevolvente.	
Übungen zu § 22 bis § 24. Vierzehn Aufgaben	153

	Seite
§ 25. Anwendung der Polarkoordinaten, Inversion.....	155
1. Polarkoordinaten. 2. Transformation durch reziproke Radien (Inversion).	
3. Inversoren: a) Inversor von Peaucellier, b) Inversor von Hart. 4. Anwendungen der Polarkoordinaten auf die Differentialgeometrie ebener Kurven. 5. Linienelement in Polarkoordinaten. 6. Polartangente, -normale, -subtangente, -subnormale. 7. Archimedische Spirale. 8. Hyperbolische Spirale. 9. Logarithmische Spirale. 10. Krümmung in Polarkoordinaten. 11. Flächeninhalt eines Sektors. 12. Fußpunktskurve.	
Übungen zu § 25. Zehn Aufgaben	163
§ 26. Asymptoten	164
1. Gerade als Asymptote. 2. Beispiel. 3. Asymptoten einer algebraischen Kurve. 4. Beispiel. 5. Asymptoten bei Polarkoordinaten. 6. Asymptotischer Kreis.	
§ 27. Singuläre Punkte und Hüllkurven	167
1. Singuläre Punkte. 2. Doppelpunkt, Spitze, Einsiedlerpunkt. 3. Beispiele. 4. Kurvenscharen, Hüllkurve. 5. Lehrsatz. 6. Beispiel.	
§ 28. Besondere Anwendungen und Beispiele	171
1. Ein Satz über Rollkurven. 2. Brennlinie (Katakaustik). 3. Spiegelung und Brechung an einem Kegelschnitt. 4. Aufeinanderrollende Ellipsen. 5. Mittelpunkt eines Kegelschnitts.	
Übungen zu § 26 bis § 28. Sieben Aufgaben	175
V. Komplexe Zahlen, Veränderliche und Funktionen	176
§ 29. Erklärung und Bedeutung der komplexen Zahlen	176
1. Komplexe Zahlen. 2. Vektoren. 3. Komponenten. 4. Multiplikation der Vektoren. 5. Division der Vektoren. 6. Formeln für $\cos n\varphi$, $\sin n\varphi$. 7. n -te Wurzel aus einer komplexen Zahl. Anwendung.	
§ 30. Komplexe Veränderliche und Funktionen einer komplexen Veränderlichen	182
1. Komplexe Veränderliche. 2. Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen. 3. Exponentialfunktion. 4. Trigonometrische und hyperbolische Funktionen. 5. Logarithmus, Potenz. 6. Arkus-Funktionen.	
§ 31. Der Hauptsatz der Algebra	187
1. Der Hauptsatz. 2. Vereinfachungen zum Beweise. 3. Beweis. 4. Beispiele von (nicht algebraischen) Gleichungen ohne Lösungen.	
§ 32. Konforme Abbildung	190
1. Geometrische Darstellung. 2. Konforme Abbildung. 3. Umkehrung I. 4. Umkehrung II.	
§ 33. Einige besondere konforme Abbildungen	194
1. Die Abbildung $w = a + bz$. 2. Die linear-gebrochene Funktion. 3. Beispiel. 4. Doppelverhältnis. 5. Bestimmung der linear-gebrochenen Funktion aus drei Paaren entsprechender Punkte. 6. Beispiele. 7. Einige weitere konforme Abbildungen.	
Übungen zu § 29 bis § 33. Sechzehn Aufgaben	202
Register	205