

I N H A L T

I. Krumme Flächen und krummlinige Koordinaten des Raumes	9
§ 1. Analytische Darstellung einer Fläche. Beispiele	9
1. Parameterdarstellung. 2. Beispiele. 3. Umdrehungsflächen. 4. Ebene in Parameterdarstellung. 5. Bemerkung. 6. Flächen zweiten Grades. 7. Erzeugende Geraden der Flächen zweiten Grades.	
§ 2. Berührungsebene, Linienelement, Flächennormale, Oberflächenelement	15
1. Kurve auf einer Fläche. 2. Berührungsebene. 3. Linienelement. 4. Flächennormale. 5. Oberflächenelement.	
§ 3. Beispiele und Ergänzungen	18
1. Ebene in kartesischen Koordinaten. 2. Ebene in Polarkoordinaten. 3. Ebene in beliebigen krummlinigen Koordinaten. 4. Masche eines Netzes in der Ebene und Oberflächenelement der Ebene. 5. Fortsetzung. 6. Halbkugelfläche. 7. Allgemeine Umdrehungsfläche. 8. Schraubenfläche. 9. Beliebige Fläche.	
§ 4. Krummlinige Koordinaten des Raumes. Volumelement ...	23
1. Einteilung des Raumes. 2. Beispiele für räumliche Einteilungen. 3. Räumliche (sphärische) Polarkoordinaten (Kugelkoordinaten). 4. Schiefwinklige kartesische Koordinaten. 5. Konfokale Flächen zweiten Grades. 6. Fortsetzung. 7. Fortsetzung. Endgültige Darstellung. 8. Fortsetzung. Brennpunktseigenschaft. 9. Raum- oder Volumelement. 10. Beispiele.	
Übungen zu § 1 bis § 4. Neun Aufgaben	30
II. Linienintegrale im Raume. Doppelintegrale und mehrfache Integrale	33
§ 5. Linienintegrale im Raume	33
1. Erklärung. 2. Beispiel. 3. Linienintegral in vektorieller Darstellung. 4. Physikalisch-technische Anwendungen. 5. Beispiele.	
§ 6. Linienintegral eines vollständigen Differentials. Begriff des Potentials	38
1. Linienintegral unabhängig vom Wege. 2. Potential. 3. Geschlossenes Linienintegral. 4. Integrabilitätsbedingungen. 5. Bestimmung des Potentials. 6. Rotor eines Vektors und Gradient einer Ortsfunktion. 7. Beispiele. 8. Schichtflächen (Niveauflächen).	
Übungen zu § 5 und § 6. Fünf Aufgaben	45

Inhalt	5
§ 7. Doppelintegrale	47
1. Vorbemerkungen. 2. Erklärung des Doppelintegrals. 3. Lehrsatz. 4. Eigenschaften der Doppelintegrale. 5. Mittelwertsatz.	
§ 8. Berechnung der Doppelintegrale	51
1. Vorbemerkungen. 2. Doppelintegral und zweifache Integration. 3. Stetige Funktion und rechteckiger Bereich. 4. Stückweise stetige beschränkte Funk- tion und rechteckiger Bereich. 5. Beweis der Formel (2). 6. Bemerkungen.	
§ 9. Beispiele und Anwendungen	57
1. Fläche eines ebenen Bereiches. 2. Aufgabe. 3. Dirichletsche Formel. 4. Sonderfall.	
§ 10. Oberflächeninhalt gekrümmter Flächenstücke	60
1. Vorbemerkung. 2. Oberflächeninhalt eines krummen Flächenstückes. 3. Beispiel. „Florentiner oder Vivianisches Problem“. 4. H. A. Schwarz' Bei- spiel vom eingehauenen Zylinder. 5. Flächeninhalt als Grenzwert einer Poly- ederfläche.	
§ 11. Dreifache und mehrfache Integrale	65
1. Dreifache Integrale. 2. Beispiel. 3. Beispiel eines dreifachen uneigentlichen Integrals. 4. Volumen des geraden Zylinders, Cavalierisches Prinzip. 5. Mehrfache Integrale.	
Übungen zu § 7 bis § 11. Fünf Aufgaben	68
§ 12. Umformung mehrfacher Integrale durch Einführen neuer Veränderlicher	70
1. Umformung dreifacher Integrale. 2. Fortsetzung. 3. Fortsetzung. 4. Be- merkungen. 5. Invariante Darstellung. Flächen- und Volumintegrale. 6. Beispiele. 7. Mantel eines beliebigen geraden Zylinders. 8. „Volumen“ der n -dimensionalen „Kugel“.	
§ 13. Geometrische Anwendungen der mehrfachen Integrale ...	82
1. Masse. 2. Schwerpunkt und statisches Moment. 3. Steinersche Sätze. 4. Der geometrische Schwerpunkt. 5. Beispiele. 6. Guldinsche Regeln. 7. Trägheitsradius und Trägheitsmoment. 8. Eigenschaften des Trägheits- moments. Beispiel.	
§ 14. Physikalische Anwendungen der mehrfachen Integrale ...	91
1. Ausflußmenge durch eine Öffnung. 2. Beispiel. 3. Flüssigkeitsdruck und Druckmittelpunkt. Zentrifugalmoment. 4. Potentiale. 5. Beispiel. 6. Log- arithmisches Potential einer homogenen Kreislinie. 7. Momente höheren Gra- des. 8. Beispiele. 9. Momentenkurven.	
Übungen zu § 12 bis § 14. Dreizehn Aufgaben	104
§ 15. Zusammenhänge zwischen Linien-, Flächen- und Raum- integralen	107
1. Vorbemerkung. 2. Integrabilitätsbedingung. 3. Flächeninhalte als Linien- integrale. 4. Momente höheren Grades als Linienintegrale. 5. Momenten- planimeter. 6. Beispiel einer unstetigen Funktion.	

§ 16. Fortsetzung. Integralsätze von Stokes, von Gauß und von Green	113
1. Integralsatz von Stokes. 2. Stokesscher Satz in vektorieller Gestalt. 3. Folgerungen. 4. Anwendungen auf die Maxwellschen Gleichungen der Elektrodynamik. 5. Integralsatz von Gauß. 6. Anwendungen. 7. Vektorpotential. 8. Aus der zweiten Maxwellschen Gleichung.	
Übungen zu § 15 und § 16. Acht Aufgaben	122
III. Gewöhnliche Differentialgleichungen reeller Veränderlicher	125
§ 17. Allgemeine Vorbetrachtungen über Differentialgleichungen	125
1. Erklärung und Einteilung. 2. Die Integrale einer Differentialgleichung. 3. Beispiel. 4. Bildung von Differentialgleichungen. 5. Beispiele.	
§ 18. Weitere Beispiele. Gekoppelte gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen	130
1. Grundgleichungen der Dynamik. 2. Differentialgleichung der Feldlinien (Stromlinien) eines Vektorfeldes. 3. Cauchy-Riemannsche partielle Differentialgleichungen, Potentialgleichung der Ebene. 4. Potentialgleichung im Raume. Poissonsche Differentialgleichung. 5. Differentialgleichung aller Drehflächen mit gemeinsamer Achse.	
§ 19. Einige physikalisch und technisch wichtige Aufgaben, die auf einfache Differentialgleichungen führen, und ihre Lösungen	135
1. Vorbemerkung. 2. Säule konstanter Querschnittsbelastung. 3. Freie ungedämpfte elastische Schwingung eines Massenpunktes. 4. Fortsetzung. Anderes Lösungsverfahren der Differentialgleichung (8). 5. Elektrische Schwingungen bei der Entladung eines Kondensators. 6. Mathematisches Pendel. 7. Kleine Pendelschwingungen. 8. Schleifenfahrt. 9. Verfolgungskurven.	
Übungen zu § 17 bis § 19. Sieben Aufgaben	147
§ 20. Differentialgleichungen erster Ordnung. Elementare Integrationsverfahren	149
1. Vorbemerkungen. 2. Trennung der Veränderlichen. 3. Homogene Veränderliche. 4. Beispiel. 5. Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung. 6. Beispiel. Elektrischer Schließungskreis mit induktivem Widerstand.	
§ 21. Fortsetzung. Anwendungen	154
1. Verfahren des integrierenden Faktors. 2. Beispiele. 3. Quadratische Abhängigkeit von y . 4. Beispiele. 5. Zusammenhang zwischen der Riccati'schen und der linearen homogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung. 6. Bernoullische Differentialgleichung. 7. Einführung neuer Veränderlicher. 8. Geometrische Anwendung. Schnittkurven einer Kurvenschar. 9. Beispiele. 10. Schichtlinien und Falllinien einer Geländefläche.	
Übungen zu § 20 und 21. Vierzehn Aufgaben	164

§ 22. Zeichnung und Verlauf der Integralkurven. Existenzsätze. Verfahren der wiederholten Quadraturen. Zeichnerische und rechnerische Integration	166
1. Integralkurven. 2. Neigungslinien (Isoklinen). 3. Annäherung der Integralkurven durch Parabelbögen. Lipschitzsche Bedingung. 4. Hauptsatz über die Existenz von Integralen gewöhnlicher Differentialgleichungen. 5. Beweis des Hauptsatzes. 6. Beispiele. 7. Zeichnerische Integration einer Differentialgleichung durch wiederholte Quadraturen (Verfahren von C. Runge). 8. Rechnerische Integration. Verfahren von Runge und Kutta.	
§ 23. Singuläre Lösungen. Clairautsche und Lagrangesche Differentialgleichung	176
1. Singuläre Integrale. 2. Beispiel. 3. Clairautsche Differentialgleichung. 4. Beispiele. 5. Lagrangesche Differentialgleichung. 6. Beispiele.	
§ 24. Angenäherte Differentialgleichungen. Stetige Abhängigkeit von einem Parameter und von den Anfangsbedingungen, Verhalten der Integralkurven in der Nähe einer Unbestimmtheitsstelle	180
1. Angenäherte Differentialgleichungen. 2. Bestimmung des Fehlers. 3. Beispiel. 4. Stetige Abhängigkeit von einem Parameter und von den Anfangsbedingungen. 5. Unbestimmtheitsstellen. 6. Integration durch Potenzreihen. 7. Berechtigung des Verfahrens.	
Übungen zu § 22 bis § 24. Zwölf Aufgaben	188
§ 25. Einführung neuer Veränderlicher. Gekoppelte Differentialgleichungen erster Ordnung	189
1. Neue Veränderliche. 2. Satz gekoppelter Differentialgleichungen. 3. Beispiel.	
§ 26. Differentialgleichungen höherer Ordnung. Lineare Differentialgleichungen	192
1. Anfangsbedingungen. Allgemeines Integral. 2. Lineare Differentialgleichungen. 3. Integration der linearen Differentialgleichungen durch wiederholte Erniedrigung der Ordnung. 4. Allgemeines Integral von $L_n(y) = 0$. 5. Beispiel. 6. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung.	
§ 27. Fortsetzung. Variation der Konstanten. Lineare Differentialgleichungen mit festen Koeffizienten. Eulersche Differentialgleichungen	197
1. Variation der Konstanten. 2. Beispiel. 3. Lineare Differentialgleichungen mit festen Koeffizienten. 4. Beispiele. 5. Mehrfache Wurzeln der Hauptgleichung. 6. Beispiele. 7. Eulersche Differentialgleichungen. 8. Beispiele. 9. Besondere Formen des Störgliedes.	
§ 28. Beispiele und Anwendungen	204

1. Freie elastische Schwingungen. 2. Fortsetzung. 3. Erzwungene oder erregte Schwingung. Bewegung aus der Ruhelage heraus. 4. Fortsetzung. Periodische Erregung. Resonanz. 5. Gekoppelte elektrische Schwingungen. 6. Durchbiegung einer am Rande eingespannten dünnen Kreisplatte.

Übungen zu § 25 bis § 28. Achtzehn Aufgaben..... 217

§ 29. Andere Integrationsverfahren und weitere Anwendungen 220

1. Differentialgleichungen, in denen x oder y nicht vorkommt. 2. Anwendung. 3. Biegelinie eines in der Längsrichtung belasteten Stabes. 4. Kettenlinie. 5. Fortsetzung. 6. Integration durch Potenzreihen. 7. Differentialgleichung für $(\arcsin x)^2$. 8. Summierung von Reihen durch Integration von Differentialgleichungen. 9. Gaußsche Differentialgleichung und hypergeometrische Reihe.

§ 30. Numerische Methoden zur Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen 228

1. Einleitung. 2. Die Problemstellung bei den numerischen Methoden und ihr Fehler. 3. Die Methode von Runge-Kutta. 4. Das Verfahren von Adams-Störmer.

Übungen zu § 29 und § 30. Acht Aufgaben 237

Register 239