

INHALTSVERZEICHNIS

Erster Abschnitt

Unbestimmte Integrale

Die Aufgabe der Integralrechnung

Nr.	Seite
1. Einleitende Betrachtungen über die Aufgabe der Integralrechnung	1
2. Das Flächeninhaltsproblem und das bestimmte Integral	3
3. Der Begriff des unbestimmten Integrals. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	5
4. Überblick über den Inhalt der folgenden Abschnitte	8

Grundregeln zur Berechnung unbestimmter Integrale

5. Grundintegrale und einfachste Grundregeln	11
6. Beispiele und Übungsaufgaben	14
7. Teilweise Integration	16
8. Integration eines Quotienten	19
9. Einführung einer neuen Veränderlichen	23
10. Gründe für die Unzulänglichkeit der Integrationsmethoden	28

Übersicht über die wichtigsten Arten von Funktionen, deren Integrale in geschlossener Form darstellbar sind

A. Integration der rationalen Funktionen

11. Integration rationaler Funktionen	30
12. Die rechnerische Herstellung der Teilbruchzerlegung einer rationalen Funktion	33
13. Das Integral $\int \frac{Ax + B}{(ax^2 + bx + c)^k} dx$	38
14. Beispiele	42
15. Völlige Vermeidung komplexer Größen	44
16. Stärkere Benutzung komplexer Größen	46
17. Besondere Kunstgriffe	47

B. Integration einiger entwickelter algebraischer Funktionen

18. Die wichtigsten Arten entwickelter algebraischer Funktionen, die sich geschlossen integrieren lassen	48
--	----

Nr.	Seite
19. Die Integrale der Form $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	52
20. Unzulänglichkeit der angegebenen drei Integrationsverfahren	58
21. Zurückführung auf Grundintegrale	60
22. Das Integral $\int \frac{g(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	61
23. Das Integral $\int \frac{dx}{(x - a_1)^\alpha \sqrt{ax^2 + bx + c}}$	65
24. Das Integral $\int \frac{Ax + B}{(ax^2 + bx + c)^\nu \sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	66
25. Das Integral $\int \frac{Ax + B}{(x^2 + b_1x + c_1)^\nu \sqrt{a^2x + bx + c}} dx$	68
26. Binomische Integrale	74

C. Integration einiger transzendenter Funktionen

27. Die wichtigsten Arten transzendenter Funktionen, die geschlossen integriert werden können	76
28. Beispiele	83

Zweiter Abschnitt

Das bestimmte (Riemannsche) Integral

Begriff und Handhabung des bestimmten Integrals

29. Flächeninhalt und bestimmtes Integral	91
30. Das untere und obere (Riemannsche) Integral	95
31. Das bestimmte (Riemannsche) Integral und dessen Summendefinition	102
32. Das Riemannsche Integrabilitätskriterium	107
33. Integrierbarkeit der monotonen und der stetigen Funktionen. Gleichmäßige Stetigkeit	109
34. Einfache Ergänzungen und Sätze. Erster Mittelwertsatz	113
35. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	119
36. Das Rechnen mit bestimmten Integralen	124
37. Die Hauptlemmata der Integralrechnung	131

Erste Anwendungen

38. Einfache Quadraturen. Mittelwerte	136
39. Einige physikalische Anwendungen des Integralbegriffs	145
40. Neuer Beweis des Taylorschen Satzes	147
41. Das Wallissche Produkt	149
42. Die Stirlingsche Formel	151
43. Berechnung besonderer bestimmter Integrale. Übungsaufgaben	155
44. Der zweite Mittelwertsatz der Integralrechnung	159

Integration unendlicher Reihen

45. Hinreichende Bedingungen für die gliedweise Integrierbarkeit	164
46. Einfache Beispiele gliedweiser Integration	168
47. Darstellung unbestimmter und bestimmter Integrale durch unendliche Reihen	170

Näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale

48. Die Sehnen- und die Tangentenformel	173
49. Die Keplersche Faßregel	175
50. Die Simpsonsche Regel	180
51. Graphische Integration. Mathematische Instrumente	181

Dritter Abschnitt

Inhalte

52. Das Inhaltsproblem	187
53. Der Riemannsche Inhalt beschränkter Punktmengen	189
54. Inhaltsberechnung ebener Bereiche	201
55. Weitere Beispiele und Übungsaufgaben	211
56. Inhaltsberechnung räumlicher Bereiche	216
57. Beispiele zur Berechnung von Rauminhalten	218

Vierter Abschnitt

Längenberechnungen und Kurvenintegrale

Längenberechnungen

58. Problemstellung	224
59. Die Länge eines Kurvenstücks	225
60. Funktionen von beschränkter Schwankung	229
61. Die Berechnung der Länge rektifizierbarer Kurven	235
62. Beispiele zur Berechnung von Längen	238
63. Rein analytische Definition der trigonometrischen Funktionen	241

Riemann-Stieltjes-Integrale. Kurvenintegrale

64. Riemann-Stieltjes-Integrale	245
65. Bogenlänge und Bogendifferential	252
66. Zusätze zur Lehre von der Krümmung	257
67. Bewegung auf krummliniger Bahn. Vektordifferentiation	262
68. Kurvenintegrale	267
69. Skalar- und Vektorfelder	271
70. Beispiele von Kurvenintegralen	273

Fünfter Abschnitt

Integrale der Funktionen einer komplexen Veränderlichen

Unbestimmte und bestimmte Integrale

71. Unbestimmtes Integral einer Funktion komplexen Argumentes	278
72. Ausdehnung der Grundformeln der Integralrechnung	279
73. Der Begriff des bestimmten Integrals einer Funktion komplexen Argumentes	280
74. Einfache Integralsätze	285
75. Berechnung bestimmter Integrale	287

Der Cauchysche Integralsatz

76. Der Cauchysche Integralsatz. Einfach zusammenhängende Gebiete	292
77. Beweis des Cauchyschen Integralsatzes	294
78. Folgerungen. Zusammenhang zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	300
79. Die Cauchysche Integralformel	306

Potenzreihenentwicklung. Analytische Fortsetzung. Singuläre Punkte

80. Darstellbarkeit regulärer Funktionen durch Potenzreihen	307
81. Folgerungen aus dem Entwicklungssatz	309
82. Der Identitätssatz für analytische Funktionen	315
83. Analytische Fortsetzung. Singuläre Punkte	318
84. Die Laurentsche Entwicklung. Pole und wesentlich singuläre Punkte	325
85. Der Residuensatz	331

Sechster Abschnitt

Mehrfache Integrale

Darstellung von Funktionen durch bestimmte Integrale

86. Stetigkeit und Differenzierbarkeit der durch bestimmte Integrale dargestellten Funktionen	334
87. Ausdehnung auf den Fall veränderlicher Grenzen	336
88. Begriff des zweifachen Integrals	338
89. Umkehrung der Integrationsfolge	338
90. Anwendung zur Berechnung einiger bestimmter Integrale	340

Gebiets- und Raumintegrale

91. Volumen und Gebietsintegral	343
92. Das untere und obere Gebietsintegral	344
93. Das (Riemannsche) Gebietsintegral und dessen Summendefinition	349
94. Integrabilitätskriterium. Stetige Funktionen	350
95. Allgemeines zur Berechnung von Gebietsintegralen	351
96. Das Rechnen mit Gebietsintegralen	354

Inhaltsverzeichnis

Nr.	Seite
97. Verwandlung in ein zweifaches Integral	355
98. Beispiele	358
99. Verwandlung in ein Randintegral. (Gaußscher Integralsatz)	360
100. Transformation von Gebietsintegralen	363
101. Einführung von Polarkoordinaten	372
102. Beispiele	373
103. Raum- und mehrdimensionale Integrale	378
104. Durch mehrdimensionale Integrale dargestellte Funktionen	381

Siebenter Abschnitt

Anwendungen mehrfacher Integrale

Volumenberechnungen

105. Volumenberechnung durch Zerlegung in Säulen	383
106. Volumenberechnung durch Zerlegung in Pyramiden	383
107. Volumenberechnung durch Zerlegung in Schichten	386

Inhalt krummer Flächenstücke. Oberflächenintegrale

108. Problemstellung. Notwendigkeit einer gewissen Einschränkung	387
109. Der Begriff des Inhalts eines räumlichen Flächenstücks	389
110. Inhalt einer Rotationsfläche	399
111. Beispiele	401
112. Gewöhnliche Bereiche, Flächenstücke und Körper	404
113. Einseitige Flächenstücke	406
114. Der Begriff des Oberflächenintegrals	407

Schwerpunkte. Trägheitsmomente. Potentiale

115. Dichte	408
116. Schwerpunkte	410
117. Guldinsche Regeln	414
118. Trägheitsmoment	417
119. Beispiele zur Berechnung von Trägheitsmomenten	418
120. Potential	424
121. Beispiele zur Berechnung von Potentialen	427

Integration vollständiger Differentiale

122. Integration der Differentiale von Funktionen zweier Veränderlicher	430
123. Beispiele	436
124. Integration der Differentiale von Funktionen von drei und mehr Veränderlichen	437

Die Integralsätze von Gauß, Green und Stokes

125. Der Gaußsche Integralsatz	443
126. Der Greensche Satz	447
127. Geschwindigkeitsfelder	449

Inhaltsverzeichnis

Nr.	Seite
128. Divergenz einer Vektorfunktion	452
129. Physikalische Bedeutung der Divergenz	455
130. Rotation einer Vektorfunktion	458
131. Der Stokessche Integralsatz	461

Achter Abschnitt

Uneigentliche Integrale und deren Anwendungen

Uneigentliche Integrale

132. Integrale über unbeschränkte Intervalle	468
133. Konvergenzkriterien. Absolute Konvergenz	471
134. Integrale von nicht beschränkten Funktionen	474
135. Konvergenzkriterien. Absolute Konvergenz	478
136. Das Rechnen mit uneigentlichen Integralen	481
137. Uneigentliche Gebiets- und Raumintegrale	482
138. Darstellung von Funktionen durch uneigentliche Integrale. Gleichmäßige Konvergenz	486

Die Gammafunktion

139. Die Eulersche Definition der Gammafunktion	491
140. Die Funktionalgleichung und die Ableitung der Gammafunktion	492
141. Die Gaußsche Definition der Gammafunktion	494
142. Weitere Eigenschaften der Gammafunktion. Ihr geometrisches Bild	498

Besondere uneigentliche Integrale

143. Berechnung des Integrals $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$	503
144. Weitere Beispiele	507
145. Anwendung der komplexen Integration	512

Neunter Abschnitt

Fouriersche Reihen

146. Periodische Funktionen	515
147. Trigonometrische Reihen	517
148. Die Fouriersche Reihe einer Funktion	519
149. Eine Minimumeigenschaft der Fourierkoeffizienten	523
150. Die Größenordnung der Fourierkoeffizienten	524
151. Das Dirichletsche Integral und der Riemannsche Lokalisationssatz	528
152. Konvergenzbedingungen	531
153. Das Fejérsche Integral. Der Weierstraßsche Approximationssatz	536
154. Darstellung willkürlicher Funktionen	540
155. Einzigkeitssätze	545

Zehnter Abschnitt

Differentialgleichungen

Erklärungen und Existenzsätze

156. Beispiele für das Auftreten von Differentialgleichungen	546
157. Begriff einer Differentialgleichung und ihrer Integrale	549
158. Geometrische Bedeutung einer Differentialgleichung	551
159. Existenzbeweis	554
160. Eindeutigkeit der Lösung	560
161. Abhängigkeit von den Anfangswerten und von Parametern	562
162. Durchführbarkeit der Integration	563

Differentialgleichungen erster Ordnung

163. Trennung der Veränderlichen	565
164. Homogene Differentialgleichungen	567
165. Lineare Differentialgleichungen	569
166. Exakte Differentialgleichungen	571
167. Integrierender Faktor oder Multiplikator	572
168. Die implizite Differentialgleichung erster Ordnung	574
169. Singuläre Integrale. Diskriminantenort	580
170. Trajektorien	586

Differentialgleichungen höherer Ordnung

171. Beschränkung der Aufgabe	589
172. Fälle der Zurückführbarkeit auf eine Differentialgleichung erster Ordnung	589
173. Homogene lineare Differentialgleichungen	590
174. Homogene lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	596
175. Schwingungsgleichung	597
176. Inhomogene lineare Differentialgleichungen	600
177. Erzwungene Schwingungen	601

Differentialgleichungen im komplexen Gebiet

178. Potenzreihen in mehreren Veränderlichen	605
179. Funktionen von mehreren komplexen Veränderlichen	608
180. Entwicklung in mehrfach unendliche Potenzreihen	609
181. Vollständige Differentiale	613
182. Integration von Differentialgleichungen erster Ordnung durch Potenzreihen	614
183. Ausdehnung auf Systeme von Differentialgleichungen 1. Ordnung	617
184. Differentialgleichungen höherer Ordnung	621
185. Beispiele	623
186. Singuläre Stellen. Besselsche Differentialgleichung	626

Namen- und Sachverzeichnis zum dritten Bande	633
--	-----