

# INHALTSVERZEICHNIS

## Kap. I. Anfangsgründe der Funktionentheorie

1. Funktionen einer komplexen Veränderlichen .....	1
2. Ableitungen .....	6
3. Konforme Abbildung .....	10
4. Das Integral .....	13
5. Der CAUCHYSche Integralsatz .....	15
6. Die fundamentalen Formeln der Integralrechnung .....	18
7. Die CAUCHYSche Integralformel .....	20
8. Integrale vom CAUCHYSchen Typ .....	25
9. Folgerungen aus der CAUCHYSchen Formel .....	27
10. Isolierte singuläre Punkte .....	29
11. Unendliche Reihen mit komplexen Gliedern .....	31
12. Satz von WEIERSTRASS .....	33
13. Potenzreihen .....	36
14. Die TAYLORSche Reihe .....	37
15. LAUBENTSche Reihen .....	40
16. Einige Beispiele .....	43
17. Isolierte singuläre Punkte. Der unendlich ferne Punkt .....	47
18. Analytische Fortsetzung .....	50
19. Beispiele mehrdeutiger Funktionen .....	56
20. Singuläre Punkte analytischer Funktionen und RIEMANNsche Flächen .....	63
21. Der Residuensatz .....	66
22. Sätze über die Anzahl der Nullstellen .....	69
23. Umkehrung von Potenzreihen .....	72
24. Das Spiegelungsprinzip .....	75
25. TAYLORSche Reihen auf dem Rande des Konvergenzkreises .....	78
26. Der Hauptwert eines Integrals .....	80
27. Der Hauptwert eines Integrals (Fortsetzung) .....	84
28. CAUCHYSche Integrale .....	88

## Kap. II. Konforme Abbildung und ebene Felder

29. Konforme Abbildung .....	95
30. Die lineare Abbildung .....	98
31. Die allgemeine lineare Abbildung .....	99
32. Die Funktion $w = z^2$ .....	107
33. Die Funktion $w = \frac{k}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ .....	108
34. Zweieck und Streifen .....	111
35. Hauptsatz der Theorie der konformen Abbildung .....	113
36. Die CHRISTOFFELSche Formel .....	115
37. Einige Spezialfälle .....	122
38. Das Äußere eines Vielecks .....	125

39. Minimaleigenschaft der Abbildung auf den Kreis .....	127
40. Das Verfahren der konjugierten trigonometrischen Reihen .....	130
41. Die stationäre ebene Flüssigkeitsströmung .....	137
42. Beispiele .....	139
43. Das Problem der Umströmung .....	142
44. Die Formel von JOUKOWSKI .....	143
45. Das ebene elektrostatische Problem .....	145
46. Beispiele .....	147
47. Das ebene Magnetfeld .....	151
48. Die SCHWARZsche Formel .....	151
49. Der Kern $\operatorname{ctg} \frac{\theta - \theta'}{2}$ .....	154
50. Randwertprobleme .....	157
51. Die biharmonische Gleichung .....	161
52. Die Wellengleichung und analytische Funktionen .....	164
53. Hauptsatz .....	166
54. Beugung ebener Wellen .....	171
55. Reflexion von elastischen Wellen an geradlinigen Begrenzungen .....	175

### Kap. III. Anwendung der Residuentheorie; ganze und gebrochene Funktionen

56. Das FRESNELSche Integral .....	181
57. Integration von Ausdrücken mit trigonometrischen Funktionen .....	183
58. Die Integration einer rationalen Funktion .....	184
59. Einige neue Integraltypen mit trigonometrischen Funktionen .....	186
60. Lemma von JORDAN .....	189
61. Darstellung einiger Funktionen durch Kurvenintegrale .....	190
62. Beispiele von Integralen mehrdeutiger Funktionen .....	194
63. Integration eines Systems linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten .....	198
64. Partialbruchzerlegung einer meromorphen Funktion .....	202
65. Die Funktion $\operatorname{ctg} z$ .....	205
66. Die Konstruktion meromorpher Funktionen .....	208
67. Ganze Funktionen .....	209
68. Unendliche Produkte .....	211
69. Konstruktion einer ganzen Funktion aus ihren Nullstellen .....	214
70. Integrale, die von einem Parameter abhängen .....	217
71. Die Integraldarstellung der Gammafunktion .....	219
72. Die EULERSche Betafunktion .....	223
73. Das unendliche Produkt für die Funktion $[I(z)]^{-1}$ .....	225
74. Darstellung von $I(z)$ durch ein Kurvenintegral .....	230
75. Die STIRLINGSche Formel .....	232
76. Die EULERSche Summenformel .....	237
77. Die BERNOULLIschen Zahlen .....	240
78. Die Methode des größten Gefälles .....	242
79. Abtrennung des Hauptbestandteiles eines Integrals .....	244
80. Beispiele .....	250

### Kap. IV. Funktionen mehrerer Veränderlicher und Funktionen von Matrizen

81. Reguläre Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	259
82. Das Doppelintegral und die CAUCHYSche Formel .....	259
83. Potenzreihen .....	261
84. Analytische Fortsetzung .....	266

85. Funktionen von Matrizen. Einführende Begriffe .....	268
86. Potenzreihen einer Matrix .....	269
87. Multiplikation von Potenzreihen. Umkehrung von Potenzreihen .....	272
88. Weitere Konvergenzuntersuchungen .....	275
89. Interpolation von Polynomen .....	278
90. Die CAYLEYSche Identität und die SYLVESTERSche Formel .....	280
91. Analytische Fortsetzung .....	282
92. Beispiele mehrdeutiger Funktionen .....	284
93. Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten .....	287
94. Funktionen mehrerer Matrizen .....	292

## Kap. V. Lineare Differentialgleichungen

95. Entwicklung von Lösungen in Potenzreihen .....	295
96. Analytische Fortsetzung einer Lösung .....	299
97. Die Umgebung eines singulären Punktes .....	300
98. Außerwesentlich singuläre Punkte .....	304
99. Differentialgleichungen der FUCHSSchen Klasse .....	311
100. Die GAUSSSche Differentialgleichung .....	314
101. Die hypergeometrische Reihe .....	316
102. Die LEGENDRESchen Polynome .....	320
103. Die JACOBISchen Polynome .....	326
104. Konforme Abbildung und GAUSSSche Differentialgleichung .....	330
105. Wesentlich singuläre Punkte .....	334
106. Asymptotische Entwicklungen .....	337
107. Die LAPLACE-Transformation .....	340
108. Verschiedene Wahl der Lösung .....	342
109. Asymptotische Darstellung einer Lösung .....	346
110. Vergleich der erhaltenen Resultate .....	350
111. Die BESSELSche Differentialgleichung .....	351
112. Die HANKELschen Funktionen .....	355
113. Die BESSELSchen Funktionen .....	359
114. Die LAPLACE-Transformation in allgemeineren Fällen .....	360
115. Die verallgemeinerten LAGUERRESchen Polynome .....	362
116. Positive Parameterwerte .....	365
117. Eine Entartung der GAUSSSchen Differentialgleichung .....	367
118. Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten .....	369
119. Analytische Koeffizienten .....	375
120. Systeme linearer Differentialgleichungen .....	376
121. Außerwesentlich singuläre Punkte .....	378
122. Reguläre Differentialgleichungssysteme .....	381
123. Darstellung einer Lösung in der Umgebung eines singulären Punktes .....	387
124. Kanonische Lösungen .....	390
125. Der Zusammenhang mit den regulären Lösungen vom FUCHSSchen Typ .....	393
126. Der Fall beliebiger $U$ , .....	394
127. Die Entwicklung in der Umgebung eines wesentlich singulären Punktes .....	397
128. Entwicklungen in gleichmäßig konvergente Reihen .....	404

## Kap. VI. Spezielle Funktionen der mathematischen Physik

§ 1. Kugelfunktionen und LEGENDRESche Funktionen .....	411
129. Definition der Kugelfunktionen .....	411
130. Explizite Ausdrücke der Kugelfunktionen .....	413

131. Die Orthogonalität .....	416
132. Die LEGENDRESchen Polynome .....	420
133. Die Entwicklung nach Kugelfunktionen .....	424
134. Der Konvergenzbeweis .....	427
135. Der Zusammenhang zwischen Kugelfunktionen und Randwertproblemen ...	429
136. Das DIRICHLETSche und NEUMANNsche Problem .....	431
137. Das Potential räumlich verteilter Massen .....	434
138. Das Potential einer Kugelschicht .....	436
139. Das Elektron im Zentralfeld .....	438
140. Kugelfunktionen und lineare Darstellungen der Drehungsgruppe .....	440
141. Die LEGENDRESchen Funktionen .....	442
142. Die LEGENDRESchen Funktionen zweiter Art .....	444
§ 2. Die BESSELSchen Funktionen .....	448
143. Definition der BESSELSchen Funktionen .....	448
144. Relationen zwischen den BESSELSchen Funktionen .....	450
145. Die Orthogonalität der BESSELSchen Funktionen und ihre Nullstellen .....	453
146. Erzeugende Funktion und Integraldarstellung .....	457
147. Die Formel von FOURIER-BESSEL .....	460
148. Die HANKELschen und die NEUMANNschen Funktionen .....	461
149. Entwicklung der NEUMANNschen Funktionen mit ganzem Index .....	466
150. Der Fall eines rein imaginären Argumentes .....	468
151. Integraldarstellungen .....	470
152. Asymptotische Darstellungen der HANKELschen Funktionen .....	472
153. Die BESSELSchen Funktionen und die LAPLACESche Differentialgleichung ...	480
154. Die Wellengleichung in Zylinderkoordinaten .....	482
155. Die Wellengleichung in Kugelkoordinaten .....	485
§ 3. Die HERMITESchen und LAGUERRESchen Polynome .....	488
156. Der lineare Oszillator und die HERMITESchen Polynome .....	488
157. Die Orthogonalitätseigenschaft .....	491
158. Die erzeugende Funktion .....	492
159. Parabolische Koordinaten und die HERMITESchen Funktionen .....	494
160. Die LAGUERRESchen Polynome .....	496
161. Der Zusammenhang zwischen LAGUERRESchen und HERMITESchen Poly- nomen .....	499
162. Asymptotische Darstellung der HERMITESchen Polynome .....	500
163. Asymptotische Darstellung der LEGENDRESchen Polynome .....	503
§ 4. Elliptische Integrale und elliptische Funktionen .....	506
164. Zurückführung elliptischer Integrale auf Normalform .....	506
165. Reduktion von Integralen auf trigonometrische Form .....	509
166. Beispiele .....	512
167. Umkehrfunktionen elliptischer Integrale .....	515
168. Allgemeine Eigenschaften elliptischer Funktionen .....	518
169. Ein Hilfssatz .....	522
170. Die WRIERSTRASSsche $\wp$ -Funktion .....	523
171. Die Differentialgleichung für $\wp(u)$ .....	527
172. Die Funktionen $\sigma_k(u)$ .....	530
173. Reihenentwicklung einer ganzen periodischen Funktion .....	532
174. Neue Bezeichnungen .....	534

175. Die Funktion $\theta_1(v)$ .....	535
176. Die Funktionen $\theta_k(v)$ .....	538
177. Eigenschaften der Thetafunktionen .....	541
178. Darstellung der Zahlen $e_k$ durch die $\theta_k$ .....	543
179. Die JACOBI'schen elliptischen Funktionen .....	545
180. Die Haupteigenschaften der JACOBI'schen Funktionen .....	547
181. Die Differentialgleichungen für die JACOBI'schen Funktionen .....	549
182. Die Additionstheoreme .....	550
183. Der Zusammenhang zwischen den Funktionen $\wp(u)$ und $\operatorname{sn}(u)$ .....	551
184. Elliptische Koordinaten .....	553
185. Einführung elliptischer Funktionen .....	555
186. Die LAMÉ'sche Differentialgleichung .....	556
187. Das einfache Pendel .....	558
188. Beispiel einer konformen Abbildung .....	560
<b>Anhang</b>	
Reduktion von Matrizen auf kanonische Form .....	563
189. Hilfssätze .....	563
190. Einfache Eigenwerte .....	568
191. Der erste Transformationsschritt bei mehrfachen Eigenwerten .....	569
192. Reduktion auf kanonische Form .....	573
193. Bestimmung der Struktur einer kanonischen Form .....	578
194. Beispiel .....	581
Literaturhinweise der Herausgeber .....	587
Sachverzeichnis .....	594