

Inhalt

I. Gewöhnliche Differentialgleichungen	13
§ 1. Differentialgleichungen erster Ordnung	13
1. Allgemeine Begriffe	13
2. Festlegung der Lösung durch die Anfangsbedingung. Ein Existenz- und Eindeutigkeitssatz	15
3. Differentialgleichungen mit separierbaren Veränderlichen	17
4. Beispiele	18
5. Homogene Differentialgleichungen	22
6. Lineare Differentialgleichungen und die Bernoullische Differentialgleichung	27
7. Das Euler-Cauchysche Verfahren	31
8. Anwendung von Potenzreihen	33
9. Das allgemeine Integral und die singuläre Lösung	35
10. Gleichungen, die nicht nach y' aufgelöst sind	37
11. Die Clairautsche Differentialgleichung	39
12. Die Lagrangesche Differentialgleichung	42
13. Die Einhüllende einer Kurvenschar und die singulären Lösungen	44
14. Die isogonalen Trajektorien	47
§ 2. Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systeme von Differentialgleichungen	49
15. Allgemeine Begriffe	49
16. Graphische Verfahren zur Integration einer Differentialgleichung zweiter Ordnung	51
17. Die Gleichung $y^{(n)} = f(x)$	54
18. Die Reduktion der Ordnung einer Differentialgleichung	55
19. Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen	58
20. Beispiele	62
21. Systeme von Differentialgleichungen und Differentialgleichungen höherer Ordnung	66
22. Lineare partielle Differentialgleichungen	67
23. Geometrische Interpretation	70
24. Beispiele	72
II. Lineare Differentialgleichungen und ergänzende Ausführungen zur Theorie der Differentialgleichungen	76
§ 3. Allgemeine Theorie. Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	76
25. Die lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung	76
26. Die lineare inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung	79
27. Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung	81

28. Die homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	82
29. Die lineare inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	85
30. Spezialfälle	86
31. Die Nullstellen einer Lösungsfunktion und oszillierende Lösungen	88
32. Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	91
33. Lineare Differentialgleichungen und die Schwingungsvorgänge	93
34. Eigenschwingungen und erzwungene Schwingungen	95
35. Sinusförmige äußere Kraft und Resonanz	97
36. Randwertaufgaben	102
37. Beispiele	104
38. Die Operatorenmethode	105
39. Lineare homogene Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	108
40. Lineare inhomogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	110
41. Beispiel	111
42. Die Eulersche Differentialgleichung	112
43. Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	114
44. Beispiele	118
§ 4. Integration mittels Potenzreihen	121
45. Integration einer linearen Differentialgleichung mittels einer Potenzreihe	121
46. Beispiele	124
47. Entwicklung der Lösung in eine verallgemeinerte Potenzreihe	125
48. Die Besselsche Differentialgleichung	127
49. Differentialgleichungen, die sich auf die Besselsche Differentialgleichung zurückführen lassen	130
§ 5. Ergänzende Ausführungen zur Theorie der Differentialgleichungen	132
50. Die Methode der sukzessiven Approximation für lineare Differentialgleichungen	132
51. Nichtlineare Differentialgleichungen	139
52. Ergänzungen zum Existenz- und Eindeutigkeitssatz	145
53. Die Konvergenz des Euler-Cauchyschen Verfahrens	147
54. Singuläre Punkte einer Differentialgleichung erster Ordnung	150
55. Autonome Systeme	158
56. Beispiele	160
III. Mehrfache Integrale und Kurvenintegrale. Uneigentliche Integrale und Integrale, die von einem Parameter abhängen	166
§ 6. Mehrfache Integrale	166
57. Volumina	166
58. Das Doppelintegral	169
59. Die Berechnung des Doppelintegrals	171
60. Krummlinige Koordinaten	175
61. Das dreifache Integral	178
62. Zylinderkoordinaten und Kugelkoordinaten	182
63. Krummlinige Koordinaten im Raum	187
64. Fundamenteleigenschaften mehrfacher Integrale	188
65. Der Inhalt einer Fläche	189
66. Flächenintegrale und die Gauß-Ostrogradskische Formel	193

67. Integrale über eine bestimmte Seite der Fläche	196
68. Momente	198
 § 7. Kurvenintegrale	 202
69. Definition des Kurvenintegrals	202
70. Die Arbeit in einem Kraftfeld. Beispiele	205
71. Flächeninhalt und Kurvenintegral	209
72. Die Greensche Formel	211
73. Die Stokessche Formel.	213
74. Die Unabhängigkeit eines ebenen Kurvenintegrals vom Weg	216
75. Der Fall eines mehrfach zusammenhängenden Bereiches	220
76. Die Unabhängigkeit eines räumlichen Kurvenintegrals vom Weg	222
77. Die stationäre Strömung einer Flüssigkeit	224
78. Der integrierende Faktor.	226
79. Die vollständige Differentialgleichung im Fall dreier Veränderlicher	230
80. Substitution der Veränderlichen in einem Doppelintegral.	232
 § 8. Uneigentliche Integrale und Integrale, die von einem Parameter abhängen	 234
81. Integration unter dem Integralzeichen	234
82. Die Dirichletsche Formel.	236
83. Differentiation unter dem Integralzeichen	239
84. Beispiele	242
85. Uneigentliche Integrale	246
86. Nicht absolut konvergente Integrale	250
87. Gleichmäßig konvergente Integrale	253
88. Beispiele	256
89. Uneigentliche mehrfache Integrale	259
90. Beispiele	263
 § 9. Maß und Integrationstheorie	 268
91. Grundbegriffe	268
92. Grundlegende Sätze	270
93. Abzählbare Mengen. Operationen mit Punktmengen	272
94. Das Jordansche Maß	274
95. Meßbare Mengen	276
96. Die Unabhängigkeit von der Wahl des Bezugssystems	279
97. Der Fall beliebig vieler Dimensionen	281
98. Integrierbare Funktionen	281
99. Die Berechnung des Doppelintegrals	283
100. Die n -fachen Integrale	286
101. Beispiele	287
102. Das äußere Lebesguesche Maß	289
103. Meßbare Mengen	290
104. Meßbare Funktionen	295
105. Ergänzende Ausführungen	298
106. Das Lebesguesche Integral	300
107. Eigenschaften des Lebesgueschen Integrals	302
108. Integrale unbeschränkter Funktionen	306
109. Der Grenzübergang unter dem Integralzeichen	309
110. Der Satz von FUBINI	311
111. Integrale über Mengen mit unendlichem Maß	314

IV. Vektoranalysis und Feldtheorie	316
§ 10. Grundzüge der Vektoralgebra	316
112. Addition und Subtraktion von Vektoren	316
113. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar. Komplanare Vektoren.	318
114. Die Zerlegung eines Vektors in drei nichtkomplanare Vektoren	319
115. Das skalare Produkt	320
116. Das Vektorprodukt	321
117. Beziehungen zwischen skalaren Produkten und Vektorprodukten	324
118. Die Geschwindigkeitsverteilung bei der Drehung eines starren Körpers. Das Moment eines Vektors	325
§ 11. Feldtheorie	327
119. Differentiation eines Vektors	327
120. Das skalare Feld und sein Gradient	329
121. Das Vektorfeld. Rotation und Divergenz	333
122. Potential- und Solenoidalfeld	336
123. Das orientierte Flächenelement	338
124. Einige Formeln der Vektoranalysis	339
125. Die Bewegung eines starren Körpers. Kleine Deformationen	341
126. Die Kontinuitätsgleichung	343
127. Die hydrodynamischen Gleichungen einer idealen Flüssigkeit	345
128. Die Gleichungen der Schallausbreitung.	346
129. Die Differentialgleichung der Wärmeleitung	347
130. Die Maxwell'schen Gleichungen	349
131. Die Darstellung des Laplaceschen Operators in orthogonalen Koordinaten	352
132. Differentiation im Fall eines veränderlichen Feldes	357
V. Anfangsgründe der Differentialgeometrie	363
§ 12. Kurven in der Ebene und im Raum	363
133. Die ebene Kurve, ihre Krümmung und Evolute	363
134. Die Evolvente	369
135. Die natürliche Gleichung einer Kurve	370
136. Die Fundamentalgrößen einer Raumkurve	371
137. Die Frenetschen Formeln	375
138. Die Schmiegebene	376
139. Die Schraubenlinie	377
140. Das Feld der Einheitsvektoren	379
§ 13. Elemente der Flächentheorie	380
141. Die Parameterdarstellung einer Fläche	380
142. Die erste Gaußsche Fundamentalform	382
143. Die zweite Gaußsche Fundamentalform	383
144. Die Krümmung der Flächenkurven	385
145. Die Dupinsche Indikatrix und die Eulersche Formel.	388
146. Bestimmung der Hauptkrümmungsradien und der Hauptkrümmungsrichtungen	390
147. Krümmungslinien	392
148. Der Dupinsche Satz	394
149. Beispiele	395
150. Die Gaußsche Krümmung	397

151. Variation des Flächenelements und mittlere Krümmung	399
152. Die Einhüllende einer Flächenschar und die Einhüllende einer Kurvenschar	401
153. Abwickelbare Flächen	404
VI. Fourier-Reihen	407
§ 14. Die harmonische Analyse	407
154. Die Orthogonalität der trigonometrischen Funktionen	407
155. Der Dirichletsche Satz	411
156. Beispiele	413
157. Die Entwicklung im Intervall $[0, \pi]$	415
158. Periodische Funktionen der Periode $2l$	419
159. Der mittlere quadratische Fehler	421
160. Allgemeine orthogonale Funktionensysteme	425
161. Die Klasse L_2	430
162. Konvergenz im Mittel	431
163. Orthonormale Systeme in L_2	434
§ 15. Ergänzende Ausführungen zur Theorie der Fourier-Reihen	436
164. Die Entwicklung in eine Fourier-Reihe	436
165. Der zweite Mittelwertsatz der Integralrechnung	441
166. Das Dirichletsche Integral	444
167. Der Dirichletsche Satz	447
168. Approximation einer stetigen Funktion durch Polynome	449
169. Die Vollständigkeitsrelation	453
170. Der Konvergenzcharakter der Fourier-Reihen	455
171. Verbesserung der Konvergenz von Fourier-Reihen.	459
172. Beispiel	462
§ 16. Fourier-Integral und mehrfache Fourier-Reihen	464
173. Die Fouriersche Formel	464
174. Die Fourier-Reihen in der komplexen Form	471
175. Mehrfache Fourier-Reihen	472
VII. Partielle Differentialgleichungen der mathematischen Physik	475
§ 17. Die Wellengleichung	475
176. Die Differentialgleichung der schwingenden Saite	475
177. Die d'Alembertsche Lösung	479
178. Spezialfälle	481
179. Die begrenzte Saite	486
180. Die Fouriersche Methode	491
181. Die Harmonischen. Stehende Wellen	493
182. Erzwungene Schwingungen	495
183. Eine Einzelkraft	497
184. Die Poissonsche Formel	501
185. Zylinderwellen	505
186. Der n -dimensionale Raum	507
187. Die inhomogene Wellengleichung	509
188. Die punktförmige Quelle	512
189. Querschwingungen einer Membran	513

190. Die rechteckige Membran	514
191. Die kreisförmige Membran	517
192. Der Eindeutigkeitssatz	524
193. Anwendung des Fourierschen Integrals	526
§ 18. Die Telegraphengleichung	528
194. Die Grundgleichungen	528
195. Stationäre Prozesse	529
196. Einschwingvorgänge	531
197. Beispiele	535
198. Die verallgemeinerte Gleichung der Schwingungen einer Saite	537
199. Der unbegrenzte Leiter im allgemeinen Fall	540
200. Das Fouriersche Verfahren für den begrenzten Leiter	542
201. Die verallgemeinerte Wellengleichung	545
§ 19. Die Laplacesche Gleichung	547
202. Harmonische Funktionen	547
203. Die Greensche Formel	549
204. Fundamenteleigenschaften der harmonischen Funktionen	553
205. Die Lösung des Dirichletschen Problems für den Kreis	557
206. Das Poissonsche Integral	560
207. Das Dirichletsche Problem für die Kugel	564
208. Die Greensche Funktion	568
209. Der Fall des Halbraums	569
210. Das Potential räumlich verteilter Massen	570
211. Die Poissonsche Gleichung	574
212. Die Kirchhoffsche Formel	577
§ 20. Die Wärmeleitungsgleichung	580
213. Grundgleichungen	580
214. Der unbegrenzte Stab	581
215. Der einseitig begrenzte Stab	586
216. Der beidseitig begrenzte Stab	590
217. Ergänzende Bemerkungen	592
218. Der kugelsymmetrische Fall	593
219. Der Eindeutigkeitssatz	595
Literaturhinweise	599
Namen- und Sachverzeichnis	610