

Inhalt

1 Mengen, reelle Zahlen	13
1.1 Begriffe, Schreibweisen	13
1.1.1 Beschreibung einer Menge	13
1.1.2 Spezielle Zahlenmengen	15
1.1.3 Teilmenge, Venn-Diagramm	16
1.1.4 Bemerkungen zu einigen logischen Sachverhalten	17
Aufgaben	20
1.2 Mengenoperationen	21
Aufgaben	25
1.3 Die Menge der reellen Zahlen	26
1.3.1 Grundgesetze der Addition und der Multiplikation	28
1.3.2 Grundgesetze der Anordnung	33
1.3.3 Eigenschaft der Vollständigkeit	42
Aufgaben	44
1.4 Vollständige Induktion	45
1.4.1 Summenschreibweise	45
1.4.2 Vollständige Induktion bei Summenformeln	46
1.4.3 Vollständige Induktion bei Ungleichungen	49
1.4.4 Binomischer Satz	51
Aufgaben	55
2 Funktionen	56
2.1 Grundbegriffe	56
2.1.1 Einige spezielle Funktionen	61
2.1.2 Umkehrfunktion und Verkettung von Funktionen	63
Aufgaben	69
2.2 Eigenschaften von Funktionen	71
Aufgaben	76
2.3 Rationale Funktionen	77
2.3.1 Ganzrationale Funktionen	77

2.3.2 Gebrochenrationale Funktionen	82
Aufgaben	88
2.4 Potenzfunktionen	89
2.5 Trigonometrische Funktionen und Arcusfunktionen	92
2.5.1 Sinusfunktion und Kosinusfunktion	93
2.5.2 Tangensfunktion und Kotangensfunktion	100
2.5.3 Arcus-Funktionen	105
Aufgaben	109
3 Lineare Gleichungssysteme, Matrizen, Determinanten	111
3.1 Lineare Gleichungssysteme; das Gaußsche Eliminationsverfahren	111
3.1.1 Vorbetrachtungen	111
3.1.2 Das Gaußsche Eliminationsverfahren	112
Aufgaben	116
3.2 Matrizen	117
3.2.1 Grundbegriffe	117
3.2.2 Addition und Multiplikation von Matrizen	120
3.2.3 Die Inverse einer Matrix	128
Aufgaben	130
3.3 Determinanten	132
3.3.1 Definition der Determinante	132
3.3.2 Eigenschaften der Determinanten	136
3.3.3 Berechnung der Inversen einer regulären Matrix	141
Aufgaben	144
3.4 Lineare Gleichungssysteme	146
3.4.1 Allgemeines über die Lösungen von Gleichungssystemen	146
3.4.2 Quadratische, lineare Systeme mit regulären Matrizen	150
Aufgaben	155
4 Vektoren	157
4.1 Vektoroperationen	159
4.1.1 Vektoraddition	159
4.1.2 Produkt eines Vektors mit einer reellen Zahl	162
4.1.3 Das Skalarprodukt	165
4.1.4 Das vektorielle Produkt	171
4.1.5 Das Spatprodukt	174
Aufgaben	177

4.2 Vektorrechnung unter Verwendung eines Koordinatensystems	179
4.2.1 Lineare Abhängigkeit	179
4.2.2 Komponentenschreibweise	182
4.2.3 Anwendung in der Geometrie	190
4.2.4 Mehrfachprodukte	201
Aufgaben	203
5 Die komplexen Zahlen	206
5.1 Definition der Menge \mathbb{C}	206
Aufgaben	218
5.2 Trigonometrische Darstellung komplexer Zahlen	220
Aufgaben	224
5.3 Potenzieren und Radizieren	225
Aufgaben	232
6 Zahlenfolgen und Grenzwerte	234
6.1 Definition und Eigenschaften von Folgen	234
Aufgaben	238
6.2 Konvergente Folgen	240
6.2.1 Grenzwert einer Folge	240
6.2.2 Rechnen mit Grenzwerten	248
Aufgaben	255
6.3 Monotone und beschränkte Folgen	257
6.3.1 Konvergenzkriterium monotoner Folgen	257
6.3.2 Die Eulersche Zahl e	261
Aufgaben	263
7 Grenzwerte von Funktionen; Stetigkeit	264
7.1 Grenzwert von f für $x \rightarrow \infty$	264
Aufgaben	273
7.2 Grenzwert von f für $x \rightarrow x_0$	274
7.2.1 Definition des Grenzwertes von f für $x \rightarrow x_0$	274
7.2.2 Einseitige Grenzwerte; Uneigentliche Grenzwerte	281
7.2.3 Rechnen mit Grenzwerten von Funktionen	289
Aufgaben	295

7.3 Stetige und unstetige Funktionen	296
7.3.1 Definition der Stetigkeit	296
7.3.2 Klassifikation von Unstetigkeitsstellen	302
7.3.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	307
Aufgaben	316
8 Logarithmus- und Exponentialfunktion, spezielle Grenzwerte	319
8.1 Die ln-Funktion	319
Aufgaben	325
8.2 Die e-Funktion	326
Aufgaben	331
8.3 Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktion	332
Aufgaben	336
8.4 Die hyperbolischen Funktionen und ihre Umkehrfunktionen	337
Aufgaben	342
8.5 Spezielle Grenzwerte	343
Anhang: Aufgabenlösungen	346
Literaturverzeichnis	385
Sachverzeichnis	386