

Inhalt

1 Differentialrechnung	13
1.1 Begriff der Ableitung	13
1.1.1 Steigung einer Kurve	13
1.1.2 Definition der Ableitung	15
1.1.3 Einseitige und uneigentliche Ableitungen	20
1.1.4 Anwendungen der Ableitungen in den Naturwissenschaften	25
Aufgaben	30
1.2 Ableitungsregeln	31
1.2.1 Ableitung einiger Funktionen	32
1.2.2 Differentiation einer Linearkombination von Funktionen	33
1.2.3 Die Produktregel	36
1.2.4 Die Quotientenregel	37
1.2.5 Ableitung einer mittelbaren Funktion	39
1.2.6 Ableitung der Umkehrfunktion	43
1.2.7 Höhere Ableitungen	46
Aufgaben	50
1.3 Ableitung elementarer Funktionen	51
1.3.1 Ableitung der rationalen Funktionen	51
1.3.2 Ableitung der trigonometrischen Funktionen und der Arcus-Funktionen	52
1.3.3 Ableitung der Exponential- und Logarithmusfunktion	55
1.3.4 Ableitung der hyperbolischen Funktionen und der Area-Funktionen	57
Aufgaben	60
1.4 Das Differential einer Funktion	63
1.4.1 Der Begriff des Differentials	63
1.4.2 Anwendung in der Fehlerrechnung	65
Aufgaben	67
1.5 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	69
1.5.1 Satz von Rolle	69
1.5.2 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	72
1.5.3 Die Taylorsche Formel	79
Aufgaben	85
1.6 Berechnung von Grenzwerten	87
1.6.1 Regeln von Bernoulli-de l'Hospital	87
1.6.2 Anwendungen auf weitere unbestimmte Formen	91
Aufgaben	93

1.7 Kurvenuntersuchungen mit Hilfe der Differentialrechnung	94
1.7.1 Monotone Funktionen	95
1.7.2 Extremwerte	96
1.7.3 Konvexität und Wendepunkt	103
Aufgaben	111
2 Integralrechnung	115
2.1 Das bestimmte Integral	115
2.1.1 Einführung	115
2.1.2 Zerlegungen	116
2.1.3 Definition des bestimmten Integrals	118
2.1.4 Weitere Definitionen und Sätze über integrierbare Funktionen.	123
2.1.5 Flächeninhalt	134
Aufgaben	136
2.2 Das unbestimmte Integral	137
2.2.1 Integralfunktion	137
2.2.2 Stammfunktion und unbestimmtes Integral	144
Aufgaben	147
2.3 Integrationsmethoden	148
2.3.1 Grundintegrale	148
2.3.2 Grundformeln	150
2.3.3 Partielle Integration	155
2.3.4 Integration durch Substitution.	159
2.3.5 Tabelle unbestimmter Integrale	162
Aufgaben	165
2.4 Uneigentliche Integrale	166
2.4.1 Integrale über unbeschränkte Intervalle	166
2.4.2 Integrale von nicht beschränkten Funktionen	173
Aufgaben	176
3 Anwendungen der Differential- und Integralrechnung	177
3.1 Geometrische Probleme	177
3.1.1 Kurven in der Ebene	177
3.1.2 Kurventangente und Kurvennormale, Berührung höherer Ordnung	191
3.1.3 Bogenlänge einer ebenen Kurve	198
3.1.4 Krümmung ebener Kurven	202
3.1.5 Flächeninhalt	211
3.1.6 Volumen und Oberflächeninhalt von Rotationskörpern	216
Aufgaben	226

3.2 Anwendungen in der Physik	235
3.2.1 Schwerpunkte	235
3.2.2 Momente	244
3.2.3 Arbeit einer Kraft	249
3.2.4 Mittelwerte	252
3.2.5 Durchbiegung eines Balkens	254
3.2.6 Bewegung im Schwerfeld	257
3.2.7 Weitere Anwendungen	263
Aufgaben	267
4 Numerisches Verfahren	271
4.1 Iterationsverfahren zur Lösung von Gleichungen	271
4.1.1 Allgemeines Iterationsverfahren	272
4.1.2 Das Iterationsverfahren von Newton	279
4.1.3 Regula falsi	282
Aufgaben	284
4.2 Numerische Integration	286
4.2.1 Vorbetrachtungen	286
4.2.2 Spezielle Integrationsformeln	288
4.2.3 Summierte Integrationsformeln	292
Aufgaben	300
Anhang: Aufgabenlösungen	301
Zu Abschnitt 1	301
Zu Abschnitt 2	324
Zu Abschnitt 3	330
Zu Abschnitt 4	363
Literaturverzeichnis	370
Sachverzeichnis	371