

# INHALTSVERZEICHNIS

|  |    |
|--|----|
| <i>Vorwort zur deutschen Ausgabe</i> ..... | 9  |
| <i>Winke für den Leser</i> .....           | 17 |

## Teil 1

### *Lösungsschemata*

#### KAPITEL 1. *Das Schema zweier geometrischer Örter*

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Geometrische Konstruktionen .....               | 17 |
| 1.2. Vom Beispiel zum Schema .....                   | 18 |
| 1.3. Beispiele .....                                 | 19 |
| 1.4. Man nehme die Aufgabe als gelöst an .....       | 22 |
| 1.5. Das Konstruktionsschema ähnlicher Figuren ..... | 25 |
| 1.6. Beispiele .....                                 | 26 |
| 1.7. Das Schema der Hilfsfiguren .....               | 32 |

Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 1, 1.1–1.51 [1.7, Bezeichnungen 1.15, Drei Leuchttürme. 1.42, Eine Schwäche. 1.44, Blickt man zurück .... 1.45, Drei Horchposten. 1.46, Über das Schema zweier geometrischer Örter. 1.47, Das Schema dreier geometrischer Örter. 1.49, Über geometrische Konstruktionen. 1.50, Mehr Aufgaben. 1.51, Mengen.]

#### KAPITEL 2. *Das Descartessche Schema*

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Descartes und die Idee einer universellen Methode ..... | 43 |
| 2.2. Eine kleine Aufgabe .....                               | 44 |
| 2.3. Das Aufstellen von Gleichungen .....                    | 49 |
| 2.4. Aufgaben aus dem Unterricht .....                       | 52 |
| 2.5. Aufgaben aus der Geometrie .....                        | 57 |
| 2.6. Eine Aufgabe aus der Physik .....                       | 63 |
| 2.7. Aufgabe im Rätsel .....                                 | 66 |
| 2.8. Rätsel in der Aufgabe .....                             | 68 |

Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 2, 2.1–2.78 (Erster Teil, 2.1 bis 2.16; Zweiter Teil, 2.17–2.78) [2.10, Ein Analogon zu dem Heronschen Satz. 2.11, Ein weiteres Analogon zu dem pythagoreischen Lehrsatz. 2.12, Noch ein Analogon zu dem pythagoreischen Lehrsatz. 2.13, Noch ein Analogon zu dem Heronschen Satz. 2.17, Vermischte Aufgaben. 2.28, Eine ägyptische Aufgabe. 2.32, Ebene Geometrie. 2.33, Newton über das Aufstellen von Gleichungen bei geometrischen Aufgaben. 2.46, Räumliche Geometrie. 2.54, Eine Ungleichung. 2.55, Das Sphärometer. 2.56, Graphischer Fahrplan. 2.64, Ebenso viele Gleichungen wie Unbekannte. 2.65, Mehr Gleichungen als Unbekannte. 2.67, Weniger Gleichungen als Unbekannte. 2.72, Die Descartesschen Regeln. 2.73,

Man lege die Aufgabe frei. 2.74, Einschlägige Kenntnisse. Mobilisierung und Organisierung. 2.75, Unabhängigkeit und Widerspruchsfreiheit. 2.76, Eindeutige Lösung. Plausible Erwartung. 2.77, Warum angewandte Aufgaben? 2.78, Mehr Aufgaben.]

### KAPITEL 3. *Das Rekursionsverfahren*

|   |     |
|---|-----|
| 3.1. Die Geschichte einer kleinen Entdeckung .....  | 96  |
| 3.2. Vom Himmel gefallen .....  | 99  |
| 3.3. Das können wir nicht unangewandt lassen .....  | 101 |
| 3.4. Das Rekursionsverfahren .....  | 104 |
| 3.5. Abrakadabra .....  | 106 |
| 3.6. Das Pascalsche Dreieck .....   | 110 |
| 3.7. Vollständige Induktion .....   | 112 |
| 3.8. Entdeckungsmöglichkeiten .....   | 115 |
| 3.9. Wir entdecken, verallgemeinern, beweisen und beweisen<br>noch einmal .....   | 116 |
| Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 3, 3.1–3.92 (Erster Teil 3.1 bis<br>3.21; Zweiter Teil, 3.22–3.30; Dritter Teil, 3.31–3.55; Vierter Teil,<br>3.56–3.92)[3.2, Ein dem allgemeinen Fall äquivalenter Spezialfall. 3.21,<br>Zwei Formen von vollständiger Induktion. 3.44, Trinomialkoeffizien-<br>ten. 3.51, Leibnitz' harmonisches Dreieck. 3.52, Pascal und Leibnitz.<br>3.56, Potenzreihen. 3.61, Der binomische Satz für gebrochene und<br>negative Exponenten. 3.65, Erweiterung des Definitionsbereichs. 3.70,<br>Die Methode der unbestimmten Koeffizienten. 3.75, Umkehrung einer<br>Potenzreihe. 3.81, Differentialgleichungen. 3.91, Über die Zahl $\pi$ . 3.92,<br>Mehr Aufgaben.] |     |

### KAPITEL 4. *Das Superpositionsverfahren*

|  |     |
|--|-----|
| 4.1. Interpolation .....   | 147 |
| 4.2. Eine spezielle Situation .....  | 150 |
| 4.3. Wir kombinieren spezielle Fälle, um den allgemeinen Fall<br>zu behandeln .....  | 151 |
| 4.4. Das Schema .....  | 153 |
| Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 4, 4.1–4.36 (Erster Teil, 4.1 bis<br>4.16; Zweiter Teil, 4.17–4.36) [4.11, Lineare Kombination oder Super-<br>position. 4.12, Homogene lineare Differentialgleichungen mit konstan-<br>ten Koeffizienten. 4.14, Homogene lineare Differenzgleichungen mit<br>konstanten Koeffizienten. 4.16, Superposition von Bewegungen. 4.17,<br>Die Mannigfaltigkeit der Ansätze. 4.18, Was ist die Unbekannte? 4.20,<br>Hier ist eine mit der vorliegenden verwandte und bereits gelöste Auf-<br>gabe. 4.22, Mehr Wissen kann helfen. 4.24, Die Prismatoidenformel.<br>4.30, Keine Kette ist stärker als ihr schwächstes Glied. 4.32, Die Simp-<br>sonsche Regel. 4.36, Erweiterung des Schemas.] |     |

## Teil 2

*Auf dem Wege zu einer allgemeinen Methode*KAPITEL 5. *Aufgaben*

|  |     |
|--|-----|
| 5.1. Was ist eine Aufgabe? .....   | 169 |
| 5.2. Die Klassifizierung von Aufgaben .....  | 170 |
| 5.3. Bestimmungsaufgaben .....   | 172 |
| 5.4. Beweisaufgaben .....  | 174 |
| 5.5. Die Komponenten der Unbekannten, die Klauseln der<br>Bedingung .....  | 176 |
| 5.6. Gesucht: ein Verfahren .....  | 177 |
| Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 5, 5.1–5.19 [5.8, Bestimmen<br>oder beweisen? 5.9, Mehr Aufgaben. 5.10, Das Lösungsverfahren kann<br>aus einer unbegrenzten Folge von Operationen bestehen. 5.11, Die<br>Quadratur des Kreises. 5.12, Reihenfolge und logische Folge. 5.13, Eine<br>unglückliche Zweideutigkeit. 5.14, Daten und Unbekannte, Voraus-<br>setzung und Behauptung. 5.15, Zählen der Daten.] |     |

KAPITEL 6. *Umfassendere Deutung*

|   |     |
|---|-----|
| 6.1. Umfassendere Deutung des Descartesschen Schemas .....  | 187 |
| 6.2. Umfassendere Deutung des Schemas zweier geometrischer Örter  | 192 |
| 6.3. Mit welcher Klausel soll man beginnen? .....   | 199 |
| 6.4. Umfassendere Deutung des Rekursionsverfahrens .....  | 201 |
| 6.5. Die Unbekannte wird Schritt für Schritt erobert .....  | 209 |
| Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 6, 6.1–6.25 [6.1, Eine Bedin-<br>gung mit vielen Klauseln. 6.9, Man behalte nur einen Teil der Bedin-<br>gung bei. 6.10, Der Ariadnefaden. 6.18, Mehr Aufgaben. 6.19, Ein<br>Zwischenziel. 6.20, Graphische Darstellung. 6.21, Ein paar Typen<br>nichtmathematischer Aufgaben. 6.25, Eine verfeinerte Klassifizierung.] |     |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| <i>Lösungen</i> ..... | 223 |
|-----------------------|-----|

*Anhang*

|  |     |
|--|-----|
| <i>Winke für Lehrer und Lehrer von Lehrern</i> ..... | 301 |
| <i>Bibliographie</i> .....                           | 306 |
| <i>Index</i> .....                                   | 311 |