

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Zweck und Form der Vorlesung	1
Die „Fusionsbestrebungen“	2

Erster Teil: Die einfachsten geometrischen Gebilde.

I. Strecke, Flächeninhalt, Rauminhalt als relative Größen.	3
→ Definition durch Determinanten; Deutung der Vorzeichen	3
Einfachste Anwendungen, insbesondere Doppelverhältnis.	6
Inhalt geradliniger Polygone	7
Krummlinig begrenzte Flächenstücke	10
Theorie des Amslerschen Polarplanimeters	11
Inhalte von Polyedern, das Kantengesetz	17
Einseitige Polyeder	19
II. Das Gaußmannsche Determinantenprinzip für die Ebene	22
Linienteile (Vektoren)	23
Anwendung in der Statik starrer Systeme	24
→ Klassifikation geometrischer Größen nach ihrem Verhalten bei Transformation der rechtwinkligen Koordinaten	26
Anwendung des Klassifikationsprinzips auf die Elementargeößen	28
III. Das Gaußmannsche Prinzip für den Raum.	31
Linien- und Ebenenteil	31
Anwendung in der Statik starrer Körper	33
Die Beziehungen zum Moebiuschen Nullsystem	35
Geometrische Veranschaulichung des Nullsystems	37
Zusammenhang mit der Schraubentheorie	40
IV. Klassifikation der räumlichen Elementargebilde nach ihrem Verhalten bei rechtwinkligen Koordinatentransformationen	42
→ Allgemeines über Transformationen der rechtwinkligen Raumkoordinaten	42
Die Transformationsformeln einiger Elementargeößen	46
Kräftepaar und freie Plangröße als äquivalente Gebilde	48
Freier Linienteil und freie Plangröße („polarer“ und „axialer“ Vektor)	50
Skalare erster und zweiter Art	51
Grundzüge einer rationalen Vektoralgebra	52
Das Fehlen einer einheitlichen Bezeichnungsweise in der Vektorrechnung	55

V. Erzeugnisse der Grundgebilde	58
Erzeugnisse von Punkten (Kurven, Flächen, Punktmengen)	58
Vom Unterschied zwischen analytischer und synthetischer Geometrie	59
Die projektive Geometrie und das Prinzip der Dualität	61
Plückers analytische Auffassung und Weiterbildung des Dualitäts- prinzips (Geradenkoordinaten)	63
Graßmanns Ausdehnungslehre; die mehrdimensionale Geometrie	66
Skalar- und Vektorfelder; rationale Vektoranalysis	68

Zweiter Teil: Die geometrischen Transformationen.

Allgemeines über Transformationen und ihre analytische Darstellung	74
I. Affine Transformationen	75
Analytische Definition und Grundeigenschaften	75
Anwendung auf die Theorie der Ellipsoide	81
Parallelprojektion einer Ebene in eine andere	83
Axonometrische Abbildung des Raumes (Affinität mit verschwinden- der Determinante)	85
Der Fundamentalsatz von Pohlke	89
II. Projektive Transformationen	92
Analytische Definition; Einführung homogener Koordinaten	92
Geometrische Definition: Jede Kollineation ist eine Projektivität	95
Verhalten der Grundgebilde gegenüber Projektivitäten	98
Zentralprojektion des Raumes in eine Ebene (Projektivität mit ver- schwindender Determinante)	101
Reliefperspektive	102
Anwendung des Projizierens zur Ableitung von Kegelschnitteigen- schaften	104
III. Höhere Punkttransformationen	105
1. Die Transformation durch reziproke Radien	105
Die Peaucelli'sche Geradföhrung	108
Stereographische Projektion der Kugel	109
2. Einige allgemeinere Kartenprojektionen	110
Die Merkatorprojektion	110
Die Tissotschen Sätze	112
3. Die allgemeinsten eindeutigen stetigen Punkttransformationen.	113
Geschlecht und Zusammenhang von Flächen	114
Der Eulersche Polyedersatz	116
IV. Transformationen mit Wechsel des Raumelementes	117
1. Die dualistischen Transformationen	117
2. Die Berührungstransformationen	119
3. Einige Beispiele	122
Gestalt algebraischer Ordnungs- und Klassenkurven	122
Anwendung der Berührungstransformationen auf die Zahnradtheorie	123
V. Die Imaginärtheorie	126
Die imaginären Kreispunkte und der imaginäre Kugelkreis	126
Imaginärtransformation	129

v. Staudts Deutung sich selbst konjugierter imaginärer Gebilde durch reelle Polarsysteme	129
v. Staudts volle Deutung einzelner imaginärer Elemente	133
Die Lagenbeziehungen imaginärer Punkte und Geraden	137

Dritter Teil: Systematik und Grundlegung der Geometrie.

I. Die Systematik	140
1. Überblick über die Gliederung der Geometrie	140
Die Gruppentheorie als geometrisches Einteilungsprinzip	140
Cayleys Grundsatz: projective geometry is all geometry	145
2. Exkurs über die Invariantentheorie der linearen Substitutionen	146
Die Systematik der Invariantentheorie	146
Erläuterung an einfachen Beispielen	151
3. Anwendung der Invariantentheorie auf die Geometrie	155
Deutung der Invariantentheorie von n Variablen in der affinen Geometrie des R_n mit festem Nullpunkt	155
Ihre Deutung in der projektiven Geometrie des R_{n-1}	156
4. Die Systematisierung der affinen und metrischen Geometrie auf Grund des Cayleyschen Prinzips	159
Einordnung der Grundbegriffe der affinen Geometrie in das pro- jektive System	160
Einordnung des Graßmannschen Determinantenprinzips in die in- variantentheoretische Auffassung der Geometrie. Exkurs über Tensoren	161
Einordnung der Grundbegriffe der metrischen Geometrie in das projektive System	168
Projektive Behandlung der Dreiecksgeometrie	170
II. Grundlagen der Geometrie	171
Allgemeine Fragestellung; Stellungnahme zur analytischen Geometrie	172
Andeutung über den Aufbau der rein projektiven Geometrie mit nach- träglichem Anschluß der metrischen	172
1. Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen	174
Aufbau der affinen Geometrie aus den Parallelverschiebungen	175
Hinzunahme der Drehungen zum Aufbau der metrischen Geometrie	180
Endgültige Herstellung der Ausdrücke für Entfernung und Winkel	185
Einordnung der Allgemeinbegriffe Flächeninhalt und Kurvenlänge	186
2. Andere Begründung der metrischen Geometrie; die Rolle des Paral- lelenaxioms	188
Entfernung, Winkel, Kongruenz als Grundbegriffe	189
Parallelenaxiom und Parallelenlehre (nicht-euklidische Geometrie)	189
Bedeutung der nicht-euklidischen Geometrie nach philosophischer Seite	192
Einordnung der nicht-euklidischen Geometrie in das projektive System	194
Allgemeines über moderne geometrische Axiomatik	200
3. Euklids Elemente	203
Kritisches über die geschichtliche Stellung und wissenschaftliche Bedeutung der Elemente	204
Inhalt der 13 Bücher Euklids	207
Die Grundlegung der Geometrie bei Euklid	212
Der Anfang des ersten Buches	215

Das Fehlen der „Zwischenaxiome“ bei Euklid; die Möglichkeit der sog. geometrischen Sophismen	217
Das „Archimedische Axiom“ bei Euklid; Exkurs über die „hornförmigen Winkel“ als Beispiel eines durch dieses Axiom ausgeschlossenen Größensystems	220

Schlußkapitel: Einiges über den Unterricht in der Geometrie.

Bedeutung des historischen Untergrundes	226
Entgegenstellung moderner Anforderungen	227
Kritisches zum traditionellen Unterrichtsbetriebe	228
I. Der Unterricht in England	231
Der traditionelle Typus des Unterrichts und der Examina	231
Die Association for the improvement of geometrical teaching	232
Perry und seine Tendenzen	233
Einige die Anforderungen der Reform berücksichtigende Lehrbücher	235
II. Der Unterricht in Frankreich	236
Petrus Ramus und Clairaut	237
Legendres Elemente und ihre Bedeutung	238
Exkurs über Legendres Parallelenlehre	240
Legendres Nachfolger	241
Die Unterrichtsreform von 1902	243
Die Einwirkung von Méray's „nouveaux éléments“	244
III. Der Unterricht in Italien	245
Der Einfluß Cremonas	245
Ältere geometrische Lehrbücher	246
Neuere Forderungen erhöhter Strenge; Veronese	247
Die Peanosche Schule	248
Reformbestrebungen	249
IV. Der Unterricht in Deutschland	250
Der Einfluß des Volksschulunterrichtes (Pestalozzi und Herbart)	250
Der österreichische Lehrplan von Exner und Bonitz (1849); selbständige Pflege der Raumschauung	252
Übertragung dieser Tendenzen nach Norddeutschland; Holzmüllers Lehrbücher	253
Anregungen seitens der experimentellen Psychologie	254
Verhältnis zur modernen Kunst- und Handwerkerziehung	256
Schopenhauers Kritik der Mathematik; Exkurs über die Beweise des Pythagoräischen Satzes	257
Neuere Einwirkungen seitens der Hochschule	259
Der österreichische Lehrplan von 1900 und das Werk von Henrici und Treutlein	260
Zusatz I: Ergänzende Bemerkungen über einige Fragen der Elementargeometrie	263
Enzyklopädiereferate	263
Die Klassifikation geometrischer Konstruktionsaufgaben	264
Über den Konstruktionsbereich der gebräuchlichsten Zeichenhilfsmittel	265

Über die Anwendung von Transformationen zur Vereinfachung geometrischer Aufgaben	269
Neuere Literatur über die Durchführung des Erlanger Programms	272
Zur darstellenden Geometrie	273
Die Nepersche Regel und das Pentagramma mirificum	273
Zusatz II: Ergänzungen über den geometrischen Unterricht in den einzelnen Ländern	
Allgemeines über die Schulreformen der Gegenwart.	277
Ergänzungen zu England.	279
Ergänzungen zu Frankreich	283
Ergänzungen zu Italien	286
Ergänzungen zu Deutschland (Preußen)	289
Namenverzeichnis	294
Sachverzeichnis	296