

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Vorwort</i>	9
<i>Winke für den Leser</i>	11

KAPITEL 7. *Geometrische Darstellung des Werdegangs der Lösung*

7.1. Metaphern	15
7.2. Wie lautet die Aufgabe?	17
7.3. Das ist eine Idee!	18
7.4. Entwicklung der Idee	20
7.5. Durchführung der Idee	23
7.6. Eine Zeitlupenaufnahme	24
7.7. Eine Vorschau	26
7.8. Pläne und Programme	27
7.9. Aufgaben in Aufgaben	27
7.10. Die Geburt der Idee	28
7.11. So denken wir	28
7.12. So sollten wir denken	29
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 7, 7.1–7.5. [7.1, Ein zweiter Ansatz. 7.3, Die Suche nach einem Beweis. 7.4, Elementardiagramme. 7.5, Mehr Aufgaben.]	

KAPITEL 8. *Pläne und Programme*

8.1. Ein Planungsschema	43
8.2. Ein allgemeineres Schema	45
8.3. Ein Programm	47
8.4. Die Wahl zwischen verschiedenen Plänen	48
8.5. Pläne und Programme	51
8.6. Lösungsschemata und Pläne	52
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 8, 8.1–8.8. [8.1, Vorwärts oder rückwärts? Regressiv oder progressiv? Analyse oder Synthese? 8.2, Der Weise fängt am Ende an. 8.4, Die Wahl zwischen drei Plänen. 8.5, Die Wahl zwischen zwei Plänen. 8.6, Wohl ein Plan. 8.8, Man lege sich nicht fest.]	

KAPITEL 9. *Aufgaben in Aufgaben*

9.1. Hilfsaufgaben: Mittel zum Zweck	63
9.2. Äquivalente Aufgaben: reversible Reduktion	64
9.3. Ketten äquivalenter Aufgaben	66
9.4. Weiter oder weniger weit reichende Hilfsaufgaben: irreversible Reduktion	67
9.5. Entferntere Hilfsaufgaben	69
9.6. Sachliche Hilfe, methodologische Hilfe, anregender Einfluß, Wegweisung, Übung	70
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 9, 9.1–9.15. [9.1, Zuverlässige Quellen von Hilfsaufgaben? 9.2, Respice finem. 9.3, Das Entfernen oder Hinzufügen einer Klausel. 9.4, Erweiterung oder Verengung der Bedingung. 9.5, Untersuchung eines schärferen oder eines schwächeren Satzes. 9.11, Die Suche nach einem Gegenbeispiel. 9.12, Spezialisierung und Verallgemeinerung. 9.13, Analogie. 9.14, Und wenn wir fehlgehen? 9.15, Mehr Aufgaben.]	

KAPITEL 10. *Die Geburt der Idee*

10.1. Das Dunkel erhellt sich	90
10.2. Ein Beispiel	91
10.3. Die Natur der wegweisenden Idee	95
10.4. Ideen hängen vom Zufall ab	97
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 10, 10.1–10.2. [10.1, Die Spontaneität der Ideen. Ein Zitat und eine Bemerkung. 10.2, Zwei Experimente.]	

KAPITEL 11. *So denken wir*

11.1. Wie wir denken	100
11.2. Eine Aufgabe haben	101
11.3. Belang	101
11.4. Nähe	102
11.5. Voraussicht	102
11.6. Der Suchbereich	104
11.7. Entscheidungen	105
11.8. Mobilisieren und Organisieren	105
11.9. Erkennen und Sich-Erinnern	107
11.10. Ergänzen und Umgruppieren	107
11.11. Isolieren und Kombinieren	109
11.12. Ein Diagramm	109
11.13. Der Teil suggeriert das Ganze	113
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 11, 11.1–11.11. [11.1, Eigene Erfahrung, eigenes Urteil. 11.2, Mobilisieren. 11.3, Voraussicht.	

11.4, Mehr Teile suggerieren das Ganze stärker. 11.5, Erkennen. 11.6, Umgruppieren. 11.7, Arbeiten von innen her, arbeiten von außen her. 11.8, Heuristisches Rattenlabyrinth. 11.9, Fortschritt. 11.10, Du auch. 11.11, Mäuse und Menschen.]

KAPITEL 12. *So sollten wir denken*

12.1. Wie wir denken sollten	121
12.2. Wir konzentrieren uns auf das Ziel	122
12.3. Wir schätzen die Aussichten ab	123
12.4. Gesucht: ein Ansatz	124
12.5. Gesucht: ein aussichtsreicherer Aspekt	125
12.6. Gesucht: einschlägige Kenntnisse	127
12.7. Gesucht: Neueinschätzung der Situation	128
12.8. Die Kunst des Fragenstellens	129
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 12, 12.1–12.11. [12.1, Man formuliere die Aufgabe um. 12.2, Man drücke es in mathematischer Sprache aus. 12.3, Ein reicher und gut organisierter Bestand. 12.4, Auf Grund von was für Daten kann man eine Unbekannte dieser Art bestimmen? 12.5, Von welcher Voraussetzung kann man diese Behauptung ableiten? 12.6, Analogie: das Dreieck und das Tetraeder. 12.10, Zielgerichtete Aufmerksamkeit, zielgerichtetes Handeln. 12.11, Produktives Denken, schöpferisches Denken.]	

KAPITEL 13. *Regeln der Entdeckung?*

13.1. Es gibt Regeln und Regeln	138
13.2. Vernünftiges Verhalten	139
13.3. Sparsames Wirtschaften, aber keine vorausbestimmbare Schranke	141
13.4. Beharrlichkeit aber Vielseitigkeit	142
13.5. Vorzugsregeln	143
13.6. Das in der Aufgabe enthaltene Material	144
13.7. Verfügbares Wissen	146
13.8. Hilfsaufgaben	147
13.9. Zusammenfassung	148
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 13, 13.1–13.4. [13.1, Das Genie, der Experte und der Anfänger. 13.2, Früchte pflücken, Pläne ausführen. 13.3, Arbeitsstil. 13.4, Ein Motto.]	

KAPITEL 14. *Lernen, lehren und lehren lernen*

14.1. Lehren ist keine Wissenschaft	152
14.2. Das Ziel des Lehrens	153
14.3. Lehren ist eine Kunst	154
14.4. Drei Prinzipien des Lernens	156

14.5.	Drei Prinzipien des Lehrens	159
14.6.	Beispiele	162
14.7.	Lehren lernen	169
14.8.	Die Einstellung des Lehrers	174
	Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 14, 14.1–14.28. (Erster Teil, 14.1–14.4; Zweiter Teil, 14.5–14.28.) [14.5, Warum das Aufgabenlösen? 14.6, Aufgabenlösen und Theorienbildung. 14.7, Aufgabenlösen und allgemeine Bildung. 14.8, Figuresprache. 14.9, Rationale und irrationale Zahlen. 14.10, Strenges Schließen. 14.11, Kann eine Landkarte vollkommen sein? 14.12, Was sollen wir lehren? 14.13, Das genetische Prinzip. 14.14, Lippendienst. 14.15, Blindheit für Niveauunterschiede. 14.16, Isadora Duncan. 14.17, Stufen der Erkenntnis. 14.18, Wiederholung und Gegensatz. 14.19, Innere Hilfe, äußere Hilfe. 14.21, Wie schwer ist es? 14.22, Schwierigkeit und pädagogischer Wert. 14.23, Ein paar Aufgabentypen. 14.26, Eine Semesterarbeit. 14.27, Über Vorträge bei mathematischen Tagungen. Zermelos Regeln. 14.28, Epilog.]	

KAPITEL 15. *Erraten und wissenschaftliche Methode*

15.1.	Pionieraufgaben	218
15.2.	Beispiel	219
15.3.	Diskussion	220
15.4.	Ein weiteres Beispiel	222
15.5.	Graphische Darstellung des Fortschritts der induktiven Überlegung	223
15.6.	Ein historisches Beispiel	226
15.7.	Wissenschaftliche Methode: Erraten und Prüfen	235
15.8.	Einige erstrebenswerte Züge von Pionieraufgaben	236
15.9.	Schlußbemerkung	237
	Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel 15, 15.1–15.55. (Erster Teil, 15.1–15.20; Zweiter Teil, 15.21–15.40; Dritter Teil, 15.41–15.55.) [15.23, Das Prinzip des nichtzureichenden Grundes. 15.24, Buridans Esel. 15.39, Das Prinzip des nichtzureichenden Grundes in der Physik. Oder, die Natur sollte voraussagbar sein. 15.40, Von n Punkten auf einer Kugelfläche. 15.41, Mehr Aufgaben. 15.44, Periodische Dezimalbrüche. 15.48, Trapezzahlen. 15.55, Tatsache und Vermutung.]	
	<i>Lösungen</i>	255
	<i>Bibliographie</i>	277
	<i>Index</i>	281