

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel I: Zahlen, Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	<b>1</b>
§1. Mengen	1
§2. Natürliche Zahlen	3
2.1 Peanosche Axiome	3
2.2 Vollständige Induktion	4
2.3 Geometrische Summenformel	7
2.4 Permutationen	8
2.5 Der binomische Lehrsatz	8
§3. Reelle Zahlen	10
3.1 Zahlenmengen und Operationen	10
3.2 Die Rechengesetze für reelle Zahlen	11
3.3 Potenzrechnen	13
3.4 Logarithmen	14
3.5 Anordnung der reellen Zahlen	15
§4. Gleichungen und Ungleichungen mit MAPLE	17
4.1 Gleichungen	17
4.2 Ungleichungen	19
§5. Lineare Gleichungssysteme	20
5.1 Ein Einführungsbeispiel	20
5.2 Begriffsbildung und Notation	22
5.3 Das Lösen von linearen Gleichungssystemen	23
§6. Lösen von linearen Gleichungssystemen mit MAPLE	28
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	32
Aufgaben zu Kapitel I	33
<b>Kapitel II: Vektorrechnung</b>	<b>36</b>
§1. Vektoren im $\mathbb{R}^2$	36
1.1 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	37
1.2 Addition zweier Vektoren	37
1.3 Die Länge (der Betrag) eines Vektors	38
1.4 Das Skalarprodukt zweier Vektoren	39
1.5 Geometrische Anwendung	42
§2. Vektoren im $\mathbb{R}^3$	44
2.1 Rechenregeln für Vektoren	44
2.2 Projektion eines Vektors	47
2.3 Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier Vektoren	48
2.4 Das Spatprodukt von drei Vektoren	52
§3. Vektoralgebra mit MAPLE	53
§4. Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$	57
4.1 Vektorielle Darstellung von Geraden	57
4.2 Lage zweier Geraden zueinander	58
4.3 Abstandsberechnung zu Geraden	60

- 4.4 Vektorielle Darstellung von Ebenen . . . . . 62
- 4.5 Lage zweier Ebenen zueinander . . . . . 65
- 4.6 Abstandsberechnung zu Ebenen . . . . . 67
- 4.7 Berechnung von Schnittpunkten und Schnittwinkel . . . . . 68
- §5. Vektorräume . . . . . 71
  - 5.1 Vektorrechnung im  $\mathbb{R}^n$  . . . . . 71
  - 5.2 Vektorräume . . . . . 73
  - 5.3 Linearkombination und Erzeugnis . . . . . 76
  - 5.4 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren . . . . . 78
  - 5.5 Basis und Dimension . . . . . 81
- Aufgaben zu Kapitel II . . . . . 84

**Kapitel III: Matrizen und Determinanten 90**

- §1. Matrizen . . . . . 90
  - 1.1 Einführung, spezielle Matrizen . . . . . 90
  - 1.2 Rechenoperationen für Matrizen . . . . . 92
  - 1.3 Inverse Matrix . . . . . 95
  - 1.4 Das Matrizenrechnen mit MAPLE . . . . . 99
  - 1.5 Lineare Abbildungen . . . . . 102
  - 1.6 Anwendungsbeispiele . . . . . 103
- §2. Determinanten . . . . . 106
  - 2.1 Einführung . . . . . 106
  - 2.2 Rechenregeln für zweireihige Determinanten . . . . . 107
  - 2.3  $n$ -reihige Determinanten . . . . . 109
  - 2.4 Anwendungen von Determinanten . . . . . 113
- §3. Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen . . . . . 115
  - 3.1 Lineare Gleichungssysteme, Rang . . . . . 115
  - 3.2 Anwendungen . . . . . 120
- Zusammenstellung der MAPLE-Befehle . . . . . 124
- Aufgaben zu Kapitel III . . . . . 126

**Kapitel IV: Elementare Funktionen 129**

- §1. Grundbegriffe und allgemeine Funktionseigenschaften . . . . . 129
  - 1.1 Grundbegriffe . . . . . 129
  - 1.2 Elementare Funktionen in MAPLE . . . . . 132
  - 1.3 Allgemeine Funktionseigenschaften . . . . . 137
- §2. Polynome . . . . . 146
  - 2.1 Festlegung von Polynomen durch Wertepaare . . . . . 147
  - 2.2 Koeffizientenvergleich . . . . . 147
  - 2.3 Teilbarkeit durch einen Linearfaktor . . . . . 149
  - 2.4 Nullstellenproblem . . . . . 150
  - 2.5 Newton-Algorithmus zur Bestimmung von Interpolationspolynomen . . . . . 153
  - 2.6 Polynome mit MAPLE . . . . . 156

§3.	Rationale Funktionen .....	160
	3.1 Rationale Funktionen .....	160
	3.2 Anwendung: Übertragungsfunktion bei LC-Kreisen .....	163
	3.3 Rationale Funktionen mit MAPLE .....	165
§4.	Potenz- und Wurzelfunktionen .....	168
§5.	Exponential- und Logarithmusfunktion .....	170
	5.1 Exponentialfunktion .....	170
	5.2 Logarithmusfunktion .....	172
§6.	Trigonometrische Funktionen .....	174
	6.1 Grundbegriffe .....	174
	6.2 Sinus- und Kosinusfunktion .....	175
	6.3 Tangens- und Kotangensfunktion .....	179
	6.4 Arkusfunktionen .....	181
	Zusammenstellung der Vereinfachungs-Befehle von MAPLE .....	187
	Aufgaben zu Kapitel IV .....	188
<b>Kapitel V: Die komplexen Zahlen</b>		<b>191</b>
§1.	Darstellung komplexer Zahlen .....	192
	1.1 Algebraische Normalform .....	192
	1.2 Trigonometrische Normalform .....	193
	1.3 Exponentielle Normalform .....	194
	1.4 Umformungen der Normalformen .....	194
	1.5 Komplexe Zahlen mit MAPLE .....	197
§2.	Komplexe Rechenoperationen .....	199
	2.1 Addition .....	199
	2.2 Subtraktion .....	200
	2.3 Multiplikation .....	201
	2.4 Division .....	202
	2.5 Potenz .....	204
	2.6 Wurzeln .....	205
	2.7 Fundamentalsatz der Algebra .....	207
§3.	Komplexe Rechnung mit MAPLE .....	208
§4.	Anwendungen .....	210
	4.1 Überlagerung harmonischer Schwingungen .....	210
	4.2 Der RCL-Wechselstromkreis .....	216
	4.3 Übertragungsverhältnis .....	221
§5.	Übertragungsfunktion für RCL-Filterschaltungen .....	223
	5.1 Berechnung der komplexen Übertragungsfunktion für lineare Ketten .....	227
	5.2 Beispiele .....	231
	5.3 Dimensionierung von Hoch- und Tiefpässen .....	235
	Aufgaben zu Kapitel V .....	240

<b>Kapitel VI: Differential- und Integralrechnung</b>	<b>244</b>
§1. Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion	244
1.1 Reelle Zahlenfolgen	244
1.2 Grenzwert einer Funktionsfolge	250
1.3 Stetigkeit einer Funktion	255
§2. Differentialrechnung	258
2.1 Einführung	258
2.2 Rechenregeln bei der Differentiation	264
2.3 Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	276
2.4 Differential einer Funktion	279
2.5 Anwendung der Differentialrechnung in der Mathematik	284
2.6 Extremwertaufgaben (Optimierungsprobleme)	290
2.7 Sätze der Differentialrechnung	295
2.8 Energiemaximum im Spektrum eines strahlenden schwarzen Körpers	301
§3. Integralrechnung	303
3.1 Das Riemann-Integral	303
3.2 Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	308
3.3 Grundregeln der Integralrechnung	317
3.4 Integrationsmethoden	319
3.5 Uneigentliche Integrale	336
3.6 Anwendungen	338
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	357
Aufgaben zu Kapitel VI	358
<b>Kapitel VII: Funktionenreihen</b>	<b>364</b>
§1. Zahlenreihen	364
1.1 Beispiele	367
1.2 Konvergenzkriterien	371
§2. Potenzreihen	377
§3. Taylorreihen	385
§4. Anwendungen	397
4.1 Näherungspolynome einer Funktion	397
4.2 Integration durch Potenzreihenentwicklung	400
§5. Komplexwertige Funktionen	402
5.1 Komplexe Potenzreihen	402
5.2 Die Eulersche Formel	404
5.3 Eigenschaften der komplexen Exponentialfunktion	405
5.4 Komplexe Hyperbelfunktionen	407
5.5 Differentiation und Integration komplexwertiger Funktionen	408
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	411
Aufgaben zu Kapitel VII	411

<b>Kapitel VIII: Numerisches Lösen von Gleichungen</b>	<b>415</b>
§1. Intervallhalbierungs-Methode . . . . .	417
§2. Pegasus-Verfahren . . . . .	423
§3. Banachsches Iterationsverfahren . . . . .	426
§4. Newton-Verfahren . . . . .	439
§5. Regula falsi . . . . .	443
§6. Bestimmung von Polynom-Nullstellen . . . . .	445
Aufgaben zu Kapitel VIII . . . . .	447
<b>Kapitel IX: Numerische Differentiation und Integration</b>	<b>448</b>
§1. Numerische Differentiation . . . . .	448
1.1 Differenzenformeln für die erste Ableitung . . . . .	448
1.2 Differenzenformeln für die zweite Ableitung . . . . .	454
1.3 Differenzenformeln für die $n$ -te Ableitung . . . . .	455
§2. Numerische Integration . . . . .	456
2.1 Die Rechteckregel . . . . .	457
2.2 Die Trapezregel . . . . .	459
2.3 Die Simpson-Regel . . . . .	460
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle . . . . .	462
Aufgaben zu Kapitel IX . . . . .	463
<b>Anhang A: Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>	<b>465</b>
<b>Anhang B: Einführung in MAPLE V</b>	<b>477</b>
<b>Anhang C: Die CD-ROM</b>	<b>482</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>486</b>
<b>Index</b>	<b>488</b>