

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	15
1. Der philosophische Charakter der Fragestellung	19
1.1. Der Ursprung	19
1.2. Das philosophische Erbe	21
2. Begriff und Klassifizierung der Geometrie	31
2.1. Ausgangspunkt der Untersuchungen	31
2.1.1. Der Terminus „Raum“	31
2.1.2. Der physikalische Raum	34
2.2. Der Geometriebegriff in der Umgangssprache	38
2.3. Die traditionelle Auffassung von der Natur der Axiome	41
2.3.1. Die Rolle der Anschauung bei Euklid	41
2.3.2. Kritik dieser Auffassung	46
2.4. Geometrie des Anschauungsraumes	49
2.4.1. Das Anschauungspriori	49
2.4.2. Die Hyperbolizität des Sehraumes	51
2.4.3. Kritik dieser Auffassung	55
2.4.4. Der Erlebnisraum	59
2.4.5. Veranschaulichung	61
2.5. Geometrie als Relationentheorie	63
2.5.1. Die Vielfalt der Geometrien	63
2.5.2. Der strukturtheoretische Standpunkt	68
2.5.3. Physikalische Modelle	72
2.5.4. Die anschauliche Sprechweise als Modell	73
2.5.5. Der essentielle Standpunkt	76
2.6. Die Klassifizierung der Geometrie	79
3. Die Geometrien und ihre Erfahrungseigenschaften	86
3.1. Topologische Räume	86
3.2. Empirische Feststellbarkeit topologischer Eigenschaften	89
3.2.1. Der Torus-Raum	89
3.2.2. Der haptische Raum	91
3.3. Dimension und Erfahrung	94
3.3.1. Der Begriff der Dimension	94
3.3.2. Die Dimension als Erfahrungsgröße	99
3.3.3. Der Phasenraum	102

3.3.4.	Dimension und Nahwirkung	104
3.3.5.	Die „Notwendigkeit“ der Dimensionszahl	106
3.3.6.	Philosophische Probleme topologischer Anomalien	109
3.4.	Die differenzierbare Mannigfaltigkeit	114
3.4.1.	Die Allgemeine Mannigfaltigkeit	116
3.4.2.	Die affin zusammenhängende Mannigfaltigkeit	118
3.4.3.	Der Farbraum	122
3.4.3.1.	Lineare Transformation und Grassmannsche Gesetze	122
3.4.3.2.	Philosophische Probleme des Farbraumes	127
3.4.4.	Die metrische Mannigfaltigkeit	130
3.4.4.2.	Metrische Räume	131
3.4.5.	Räume konstanter Krümmung	134
3.5.	Raum und Zeit	137
4.	Philosophische Probleme der metrischen Geometrie	146
4.1.	Die Riemannsche Maßbestimmung	146
4.1.1.	Die Begründung der Metrik	146
4.1.2.	Das Unendlichkleine	147
4.1.3.	Infinitesimalgeometrie und Kontinuität	150
4.1.4.	Kontinuität und Erfahrung	153
4.1.5.	Infinitesimalgeometrie und Nahwirkungsgesetz	155
4.2.	Die Innerlichkeit und Äußerlichkeit der Maßbestimmung	159
4.2.1.	„Kontinuierlich“ und „diskret“	159
4.2.2.	Die Amorphheit des Kontinuums	162
4.2.3.	Die bindenden Kräfte	164
4.3.	Das Problem des Empirismus in der Geometrie	169
4.3.1.	Die erkenntnistheoretische Situation	169
4.3.1.1.	Der Helmholtzsche und Reichenbachsche Standpunkt	171
4.3.1.2.	Der Versuch von Gauß	174
4.3.2.	Der Konventionalismus	178
4.3.2.1.	Der Sinn der „wahren Geometrie“	178
4.3.2.2.	Eine alternative Metrik	180
4.3.2.3.	Kritik am Konventionalismus	182
4.3.2.4.	Der semantische Konventionalismus	188
4.3.3.	Der Apriorismus bei der Anwendung der Geometrie	190
4.3.3.1.	Das Verfahren Dinglers	190
4.3.3.2.	Der Begriff der „Homogenität“	193
4.3.3.2.1.	Apriori und Führungsfeld	196
4.3.3.3.	Würdigung des Apriorismus	198
4.3.4.	Die natürliche Geometrie von Hjelmslev	201
4.3.5.	Präzisions- und Approximationsmathematik	204
4.3.6.	Anwenden und Beschreiben	205

5.	Anwendungen der Idee Riemanns	209
5.1.	Einsteins Gravitationstheorie	209
5.1.1.	Philosophische Bedeutung der Nichtlinearität	211
5.1.2.	Die physikalische Geometrie der Relativitätstheorie	215
5.1.2.1.	Geometrie und Materie	219
5.1.2.2.	Relativitätstheorie und Machsches Prinzip	221
5.1.2.3.	Die Bestätigung der Geometrie	228
5.1.3.	Das Anfangswert-Problem	230
5.1.4.	Der „gekrümmte Raum“	232
5.2.	Symmetrie und Raumstruktur	235
5.2.1.	Spiegelsymmetrie	235
5.2.2.	Die volle Symmetriegruppe; zur Auffassung H. Weyls	237
5.2.3.	Symmetrie als Erfahrungsgröße	240
5.2.4.	Die philosophische Bedeutsamkeit der Symmetrie	245
5.3.	Invarianz und Objektivität	247
5.3.1.	Subjekt und Gruppe	247
5.3.2.	Der methodologische Charakter der Invarianz; zur Auffassung E. P. Wigners	252
5.3.3.	Die philosophische Tradition der Invarianz	257
5.4.	Die Anwendung der Geometrie im Großen	258
5.4.1.	Kosmologie und wirkliche Geometrie	260
5.4.2.	Erkenntnistheoretische Probleme der Kosmologie	263
5.5.	Die Idee des allgemeinen Feldes	268
5.5.1.	Der klassische Feldbegriff	268
5.5.2.	Die Vereinheitlichung	271
5.5.3.	Die philosophische Bedeutung des Einheitsgedankens	275
5.5.4.	Die Theorie H. Weyls	279
5.5.5.	Weitere Versuche einer Feldtheorie	284
5.5.5.1.	Theorie von Einstein — Schrödinger	284
5.5.5.1.1.	Geometrisches Feld und Wirklichkeit	288
5.5.5.2.	Fünfdimensionale Theorien und deren projektive Variante	293
5.5.5.3.	Finsler-Räume	295
5.5.5.4.	Auswahl unter den Theorien	299
6.	Das Verlassen der Stetigkeit	301
6.1.	Nichtarchimedische Geometrien	301
6.2.	Diskrete Mannigfaltigkeiten	304
6.3.	Finite Geometrien	308
6.3.1.	Block design	309
6.3.2.	Endliche Geometrien	310
6.3.3.	Der Galois-Körper	312
6.3.4.	Endliche Geometrien auf dem Galois-Körper	313
6.3.5.	Philosophische Aspekte eines finiten Weltbildes	317
6.4.	Wahrscheinlichkeitsräume	323

7.	Die totale Geometrisierung. Die Theorie J. Wheelers	327
7.1.	Der Raum als Schauplatz oder Substanz der Dinge	327
7.2.	Topologie und Ladung	330
7.3.	Geometrie und Masse	332
7.4.	Quantengeometrodynamik	333
7.5.	Philosophische Folgerungen	334
8.	Warum kann die Natur geometrisch geordnet werden?	336
8.1.	Anwendungsproblem und ontologische Fragestellung	336
8.2.	Die philosophische und die einzelwissenschaftliche Zielsetzung	339
8.3.	Die Vieldeutigkeit des Ausdruckes „anwenden“	341
8.3.1.	Die Aposteriorisierung des Denkens	341
8.3.2.	Die „Anwendung“ der Logik	343
8.4.	Das Problem einer „Physikalischen Logik“	345
8.4.1.	Überprüfbarkeit isolierter Hypothesen	349
8.5.	Arithmetik und Erfahrung	352
8.6.	Die Präformation des Gegebenen	353
8.7.	Physikalische Geometrie als Modell	355
8.8.	Mathematik, Ästhetik und die Einheit der Physik	358
Bibliographie		363
Namenregister		381
Sachverzeichnis		384