

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XI
Dank	XIII
Einleitung zur deutschen Ausgabe	XVII
Ouvertüre	XXIII

1

Die mathematische Landschaft

Was ist Mathematik?	2
Mathematische Standortbestimmung	4
Die Mathematiker	5
Das Instrumentarium	9
Wieviel Mathematik ist heute bekannt?	13
Ulams Dilemma	17
Wieviel Mathematik gibt es?	21
Appendix A	23
Appendix B	25

2

Spielarten der Erfahrung Mathematik

Das Individuum in der Gegenwart und das kollektive Bewußtsein	28
Der ideale Mathematiker	30
Ein Physiker betrachtet die Mathematik	41
I. R. Schafarewitsch und der Neuplatonismus	50
Auf ungewöhnlichen Wegen	53
Das Individuum und die Kultur	59

3

Von außen gesehen

Wieso funktioniert die Mathematik? – eine traditionelle Antwort	66
Mathematische Modelle	75
Nützlichkeit	78
Unter dem Feigenblatt	89
Abstraktion und scholastische Theologie	114

4	
Von innen gesehen	
Symbole	124
Abstraktion	128
Verallgemeinerung	136
Formalisierung	138
Mathematische Gegenstände und Strukturen; Existenz	143
Beweis	150
Unendlichkeit oder der Wunderkrug der Mathematik	155
Die gespannte Saite	161
Die Münze der Tyche	166
Die ästhetische Komponente	172
Muster, Ordnung und Chaos	176
Algorithmische kontra dialektische Mathematik . . .	184
Der Drang zu Verallgemeinerung und Abstraktion.	
Der Chinesische Restsatz: Eine Fallstudie	191
Mathematik als Rätsel	201
Einheit in der Vielfalt	204

5	
Ausgewählte Themen der Mathematik	
Ausgewählte Themen der Mathematik	208
Gruppentheorie und die Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen	209
Der Primzahlsatz	215
Nichteuklidische Geometrie	224
Nicht-Cantorsche Mengenlehre	231
Appendix A	246
Nichtstandardanalysis	246
Fourieranalyse	265

6	
Lehren und Lernen	
Bekenntnisse eines Mathematiklehrers	284
Die klassische Klassenzimmer-Krise – Verständnis und Pädagogik	286
Pólyas Kunst der Entdeckung	298
Die Schaffung neuer Mathematik:	
Eine Anwendung der Lakatos-Heuristik	305
Vergleichende Ästhetik	312
Nichtanalytische Aspekte der Mathematik	314

7

Von der Gewißheit zur Fehlbarkeit

Platonismus, Formalismus, Konstruktivismus	334
Die philosophische Zwickmühle des aktiven Mathematikers	337
Der Euklid-Mythos	339
Grundlagen – wie gewonnen, so zerronnen	347
Die formalistische Philosophie der Mathematik	357
Lakatos und die Philosophie des In-Frage-Stellens	363

8

Die mathematische Wirklichkeit

Die Riemannsche Vermutung	383
π und $\hat{\pi}$	389
Mathematische Modelle, Computer und Platonismus	396
Warum sollte man einem Computer glauben?	401
Klassifizierung der endlichen einfachen Gruppen	409
Intuition	413
Die vierdimensionale Intuition	423
Tatsachen über imaginäre Objekte	430
Glossar	437
Bibliographie	443
Register	461