

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Lineare Optimierung</b>	<b>13</b>
1.1	Das Modell der linearen Optimierung . . . . .	13
1.2	Graphische Lösung . . . . .	20
1.3	Der primale Simplexalgorithmus . . . . .	23
1.3.1	Grundlagen . . . . .	24
1.3.2	Der Optimalitätstest . . . . .	27
1.3.3	Verbesserungsschritt . . . . .	29
1.3.4	Der Algorithmus . . . . .	31
1.3.5	Zyklenvermeidung . . . . .	34
1.3.6	Berechnung einer ersten zulässigen Basislösung . . . . .	35
1.4	Duale lineare Optimierung . . . . .	39
1.4.1	Konstruktionsprinzipien . . . . .	39
1.4.2	Dualitätssätze . . . . .	41
1.4.3	Interpretation der dualen Aufgabe . . . . .	45
1.4.4	Der duale Simplexalgorithmus . . . . .	48
1.5	Einparametrische lineare Optimierungsaufgaben . . . . .	52
1.5.1	Aufgaben mit einem Parameter in der Zielfunktion . . . . .	52
1.5.2	Aufgaben mit einem Parameter in der rechten Seite der Nebenbedingungen . . . . .	56
1.6	Vektoroptimierung . . . . .	60
1.6.1	Pareto-optimale Punkte . . . . .	60
1.6.2	Ersatzprobleme . . . . .	62
1.6.3	Zweikriterielle Optimierung . . . . .	65
1.7	Ein polynomialer Algorithmus . . . . .	66
1.7.1	Komplexität des Simplexalgorithmus . . . . .	66
1.7.2	Der zentrale Pfad . . . . .	67
1.7.3	Innere-Punkt-Methode . . . . .	68
1.8	Übungsaufgaben . . . . .	70
<b>2</b>	<b>Transportoptimierung</b>	<b>72</b>
2.1	Das klassische Transportproblem . . . . .	73
2.1.1	Modell . . . . .	73

2.1.2	Qualitative Grundlagen . . . . .	77
2.1.3	Eröffnungsverfahren . . . . .	85
2.1.4	Optimierungsverfahren . . . . .	91
2.1.5	Ergänzungen . . . . .	95
2.2	Das lineare Zuordnungsproblem . . . . .	103
2.2.1	Modelle und Eigenschaften . . . . .	104
2.2.2	Ungarische Methode . . . . .	106
2.3	Offene Transportprobleme . . . . .	111
2.3.1	Standardmodelle . . . . .	111
2.3.2	Modell mit gemischten Restriktionen . . . . .	132
2.4	Kapazitierte Transportprobleme . . . . .	137
2.4.1	Das kapazitierte klassische Transportproblem . . . . .	137
2.4.2	Erweiterung des primalen Lösungsverfahrens . . . . .	141
2.5	Umladeprobleme . . . . .	150
2.6	Bottleneck Transportprobleme . . . . .	159
2.7	Übungsaufgaben . . . . .	165
<b>3</b>	<b>Diskrete Optimierung</b>	<b>166</b>
3.1	Begriffe zur diskreten Optimierung . . . . .	167
3.2	Modellierung von Diskretheitsbedingungen . . . . .	170
3.2.1	Optimierungsprobleme mit Ganzzahligkeitsforderungen . . . . .	170
3.2.2	Modellierung mit Hilfe von 0-1-Variablen . . . . .	174
3.2.3	Permutationsprobleme . . . . .	181
3.3	Das Verzweigungsprinzip . . . . .	185
3.3.1	Formulierung und Begründung des Verzweigungsprinzips . . . . .	186
3.3.2	Anwendung des Verzweigungsprinzips . . . . .	192
3.4	Das Schnittprinzip . . . . .	197
3.4.1	Formulierung und Begründung des Schnittprinzips . . . . .	197
3.4.2	Anwendung des Schnittprinzips . . . . .	201
3.5	Dynamische Optimierung . . . . .	208
3.5.1	Lösungsprinzip der dynamischen Optimierung . . . . .	208
3.5.2	Anwendung der dynamischen Optimierung . . . . .	211
3.6	Näherungsverfahren . . . . .	215
3.6.1	Güte von Näherungsverfahren . . . . .	215
3.6.2	Greedy-Algorithmen . . . . .	218
3.6.3	Näherungsverfahren für das Rucksackproblem . . . . .	222
3.7	Übungsaufgaben . . . . .	230
<b>4</b>	<b>Optimierung über Graphen</b>	<b>231</b>
4.1	Definitionen . . . . .	231

Inhalt		9
4.2	Kürzeste Wege . . . . .	232
4.3	Minimalgerüste . . . . .	237
4.4	Flussprobleme . . . . .	241
4.4.1	Flüsse maximaler Stärke . . . . .	241
4.4.2	$(q - s)$ -Flüsse mit minimalen Kosten . . . . .	247
4.4.3	Das Minimalkosten-Flussproblem . . . . .	249
4.5	Matchingprobleme . . . . .	251
4.5.1	Matchings maximaler Kantenzahl . . . . .	251
4.5.2	Matchings minimalen Gewichtes . . . . .	254
4.6	Euler'sche Kreise . . . . .	256
4.7	Das Rundreiseproblem . . . . .	258
4.7.1	Hamiltonkreise . . . . .	258
4.7.2	Näherungsalgorithmen . . . . .	259
4.7.3	Verbesserungsalgorithmus . . . . .	265
4.8	Übungsaufgaben . . . . .	266
<b>5</b>	<b>Modelle der Logistik</b>	<b>268</b>
5.1	Verallgemeinerte Rundreiseprobleme . . . . .	268
5.1.1	Besuch eines Teiles der Knoten . . . . .	269
5.1.2	Mehrere Reisende . . . . .	269
5.2	Das Problem des Postboten . . . . .	271
5.2.1	Das Problem im gerichteten Graphen . . . . .	271
5.2.2	Das Problem im ungerichteten Graphen . . . . .	273
5.2.3	Das Problem des Postboten in gemischten Graphen . . . . .	275
5.2.4	Das Problem des Postboten auf dem Lande . . . . .	276
5.2.5	Das Problem des Postboten mit richtungsabhängigen Kosten . . . . .	278
5.3	Tourenprobleme . . . . .	280
5.3.1	Modellierung . . . . .	280
5.3.2	Näherungsalgorithmen . . . . .	282
5.4	Standortprobleme . . . . .	286
5.4.1	Modellierung . . . . .	286
5.4.2	Das unkapazitierte Standortproblem . . . . .	288
5.4.3	Lösungszugänge für das kapazitierte Standortproblem . . . . .	290
5.5	Bestimmung optimaler Maschinenstandorte . . . . .	292
5.6	Übungsaufgaben . . . . .	297
<b>6</b>	<b>Nichtlineare Optimierung</b>	<b>299</b>
6.1	Konvexe Mengen und konvexe Funktionen . . . . .	299
6.1.1	Mengen und Hülloperationen . . . . .	299
6.1.2	Konvexe Funktionen . . . . .	301

6.2	Konvexe Optimierungsaufgaben . . . . .	303
6.3	Notwendige Optimalitätsbedingungen . . . . .	305
6.3.1	Allgemeine Nebenbedingungen . . . . .	305
6.3.2	Explizite Nebenbedingungen . . . . .	307
6.3.3	Regularitätsbedingungen . . . . .	309
6.4	Hinreichende Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	311
6.5	Duale Optimierungsaufgabe . . . . .	314
6.5.1	Definition . . . . .	314
6.5.2	Beziehungen zwischen primaler und dualer Aufgabe . . . . .	317
6.6	Sattelpunkte . . . . .	318
6.7	Übungsaufgabe . . . . .	319
<b>7</b>	<b>Mathematische Spieltheorie</b>	<b>320</b>
7.1	Spiele in strategischer Form . . . . .	320
7.1.1	Definition und Beispiele . . . . .	320
7.1.2	Existenz und Berechnung Nash'scher Gleichgewichte . . . . .	323
7.1.3	Nullsummen- und Matrixspiele . . . . .	324
7.2	Spiele in extensiver Form . . . . .	328
7.2.1	Definition und Beispiele . . . . .	328
7.2.2	Stackelberg-Gleichgewicht . . . . .	331
7.3	Axiomatische Verhandlungsspiele . . . . .	333
7.4	Kooperative Spiele . . . . .	336
7.4.1	Charakteristische Funktion . . . . .	336
7.4.2	Zuteilungen . . . . .	337
7.4.3	Strategische Äquivalenz . . . . .	338
7.4.4	Dominante Auszahlungen . . . . .	339
7.4.5	Der Kern . . . . .	339
7.4.6	Die Neumann-Morgenstern-Lösung . . . . .	341
7.4.7	Der Shapley-Vektor . . . . .	342
7.5	Übungsaufgaben . . . . .	343
<b>8</b>	<b>Komplexitätstheorie</b>	<b>345</b>
8.1	Notationen zum Wachstumsverhalten . . . . .	346
8.2	Probleme, Algorithmen, Kodierung . . . . .	348
8.3	Komplexität und polynomiale Transformation . . . . .	355
8.4	Klassifizierung von Entscheidungsproblemen . . . . .	360
8.5	Klassifizierung von Optimierungsproblemen . . . . .	369

Inhalt	11
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>373</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>378</b>