

## INHALT

Vorwort zur ersten Auflage	11
Vorwort zur zweiten Auflage	17
I. Quantorenlogik höherer Stufen	21
1. Logik und Sprache	21
2. Die Sprache der erweiterten Quantorenlogik	26
3. Die Abstraktionsregeln	31
4. Zusätzliche Markierungsbedingungen in der erweiterten Quantorenlogik	34
5. Substitutions- und Pränexitätsgesetze	35
6. Fundamentale ontologische Gesetze	36
7. Ein Hauptsatz der Ontologie	38
8. Identität und Diversität	39
9. Elementare Eigenschaften der Identität und der Diversität	41
10. Das Substitutionsprinzip der Identität	42
11. Ein Hauptsatz der Identitätstheorie	45
12. Einzigkeitsbedingung und Einzigkeitsoperator	45
13. Der Kennzeichnungsoperator	48
II. Algebra der Klassen	51
1. Konventionen über Quantorenfolgen	51
2. Das Extensionalitätsprinzip	51
3. Endliche Klassen	54
4. Durchschnitt und Vereinigung	57
5. Der Verband der Klassen	58
6. Die Vollständigkeit dieses Verbandes	60
7. Komplement und Differenz	62
8. Leere Klasse und Allklasse	65
9. Die Inklusion oder Teilidentität	68

III. Klassen, Relationen, Funktionen	73
1. Vorbemerkungen zur Schreibweise	73
2. Klassen, geordnete Paare, Relationen	75
3. Die Algebra der Relationen	79
4. Grundstrukturen der Relationen	83
5. Relationsprodukte und Relationspotenzen	85
6. Abbildungen und Korrelatoren von Klassen	87
7. Abbildungen und Korrelationen von Relationen	92
8. Mehrstellige Abbildungen	93
9. Funktionen	95
10. Elementare Eigenschaften von Funktionen	97
IV. Relationslogik	101
1. Vorbemerkungen	101
2. Symmetrie, Asymmetrie, Antisymmetrie	101
3. Transitivität, Intransitivität	104
4. Reflexivität, Teilreflexivität, Irreflexivität	106
5. Einfache Zusammenhänge zwischen diesen Eigenschaften	108
6. Äquivalenzrelationen	109
7. Relate, Urrelate, Äquivalenzklassen	110
8. Zerlegungen	115
9. Exklusion und Konnexität	117
10. Erblicklichkeit und Relationsketten	119
V. Ordnungstheorie	121
1. Vorbemerkungen	121
2. Vorordnungen	122
3. Ordnungen und Reihen	125
4. Quasiordnungen	126
5. Variationen der komparativen Ordnung	131
6. Ketten	132
7. Über Elemente von Ordnungen	134
8. Konventionen zur Schreibweise	139
VI. Verbandstheorie	141
1. Die Klassenalgebra: ein Verband	141
2. Der Verband der Spektralfarben	142

3. Die Struktur der Verbände	144
4. Ein Hauptsatz der Verbandstheorie	148
5. Vollständige Verbände	151
6. Distributive Verbände	152
7. Begrenzte und atomare Verbände	154
8. Komplementäre und orthokomplementäre Verbände	157
9. Boolesche Verbände	161
10. Modulare Verbände	162
VII. Wohlordnungslehre	165
1. Repräsentantensysteme	165
2. Das Auswahlprinzip	166
3. Äquivalente Darstellungen	168
4. Hausdorffs Maximalitätsprinzip	169
5. Das Zornsche Lemma	173
6. Cantors Wohlordnungssatz	174
7. Ein Hauptsatz der Wohlordnungstheorie	179
VIII. Ordinalzahltheorie	181
1. Ordnungstypen	181
2. Ordinalzahlen	184
3. Abschnitte von Wohlordnungen	186
4. Die Wohlordnung der Ordinalzahlen	192
5. Die endlichen Ordinalzahlen	194
6. Die unendlichen Ordinalzahlen	196
7. Das Rechnen mit Ordinalzahlen	201
IX. Kardinalzahltheorie	205
1. Der Satz von Cantor	205
2. Die Äquivalenzrelation zwischen Klassen	208
3. Ein Nachtrag zum Auswahlaxiom	213
4. Kardinalzahlen	216
5. Das Rechnen mit Kardinalzahlen	218
6. Progressionen	220
7. Abzählbare und überabzählbare Mengen	222
X. Theorie der natürlichen Zahlen	227
1. Die axiomatische Darstellung der natürlichen Zahlen	227

2. Die natürlichen Zahlen	233
3. Das logizistische Grundlegungsprogramm	236
4. Die natürlichen Zahlen als Kardinalzahlen	238
5. Endlichkeit und natürliche Zahlen	241
6. Das Unendlichkeitsaxiom	243
7. Dedekind-Endlichkeit	247
8. Die Wohlordnung der natürlichen Zahlen	248
9. Der Satz von Dedekind	254
10. Der Begriff der Folge	265
11. Die vier Grundoperationen für natürliche Zahlen	267
12. Die ganzen Zahlen	268
13. Verhältniszahlen und rationale Zahlen	273
14. Maßzahlen, reelle Zahlen, und komplexe Zahlen	275
XI. Die ontologischen Antinomien	281
1. Die Antinomie von Russell	281
2. Von Barbieren und Krokodilen	285
3. Die Antinomie von Cantor	286
4. Die Antinomie von Burali-Forti	289
5. Einige metalogische Erwägungen zu den ontologischen Antinomien	291
6. Typenfreie Mengenlehre und Einfache Typentheorie	294
7. Die Nichteindeutigkeit der typenfreien Mengenlehre	297
8. Das Kanger-Modell der typenfreien Mengenlehre	302
9. Zur eindeutigen Darstellung der Mengenlehre	304
XII. Die semantischen Antinomien	307
1. Die Antinomie von Grelling	307
2. Die Antinomie von Richard	310
3. Die Antinomie des Lügners	313
4. Exkurs über Anführungszeichen	318
5. Der Lügner par excellence	320
6. Protagoras ist kein Lügner	324
7. Einige metalogische Erwägungen zu den semantischen Antinomien	325
8. Ein Ausblick auf die Metamathematik	329
9. Philosophieren ohne archimedischen Punkt	332
10. Übung	333

Anhang I:	Einfache und verzweigte Typentheorie	335
Anhang II:	Zur Homogenisierung des Nachbereichs der Interpretationsrelation	344
Anhang III:	Die Unvollständigkeit der Logik höherer Stufen	348
Anhang IV:	Gödels Gottesbeweis	354
Literaturverzeichnis		366
Stichwortverzeichnis		379
Verzeichnis der Abkürzungen und Symbole		392