

Inhalt

Vorwort	7
1. Die mathematische Tradition	11
2. Mathematik heute	25
Was ist „heute“? • Der Stilwandel • Der Stilwandel: Variablen • Der Stilwandel: Funktionen • Der Stilwandel: Die Anakoluthe • Der Stilwandel: Eine Kanone ist, wenn's schießt • Der Stilwandel: Das Formalisieren • Die extensionale Abstraktion • Die axiomatische Abstraktion • Wo blieb die Geometrie? • Begriffliche und algorithmische Mathematik • Ordnen und Mathematisieren • Die Anwendungen	
3. Die Tradition der Erziehung	55
4. Zweck und Ziel des Mathematikunterrichts	67
Das Rechnen • Das System • Die Anwendungen • Beziehungshaltigkeit • Disciplina mentis • Das Selektionsmittel • Das logische Denken • Die Sprache • Das Problemlösen • Das Vereinfachen • Zahlen	
5. Die sokratische Methode	97
6. Die Nacherfindung	106
Comenius • Denken und Handeln • Fertige Mathematik und Mathematik als Tätigkeit • Die Analyse einer Tätigkeit • Die Nacherfindung und Entdeckung • Die Stufen des Lernprozesses • Die Vorstufe	
7. Mathematisierendes Ordnen des Feldes	125
Anwendungsfelder • Algorithmen • Das Singuläre	
8. Die Strenge	139
Stufen der Strenge • Lokales Ordnen • Logische Strenge • Die Trennung von Mathema- tik und Wirklichkeit • Eine Aufgabe	
9. Der Unterricht	146
Die Autorität des Theoretikers • Die Praxis des Unterrichts • Die Unterrichtsorganisa- tion	
10. Der Mathematiklehrer	152
11. Der Zahlbegriff – die objektiven Zugänge	159
Zählzahl • Anzahl • Anzahl – mathematisch unzureichend • Anzahl – mathematisch unwichtig • Anzahl – didaktisch unzureichend • Beide Aspekte im Unterricht • Maßzahl • Größen • Maßbezeichnungen als Funktionszeichen • Der Dreisatz •	

Multiplikation und Division von Größen • Logarithmieren von Größen • Die Zahlengerade • Beschreibung oder Schöpfung von Begriffen – Analyse oder Synthese? • Die reellen Zahlen • Rechenzahl • Das algebraische Prinzip • Die Kritik des algebraischen Prinzips • Die formale Adjunktion

12. Die Entwicklung des Zahlbegriffs – von den anschaulichen Methoden zur Algorithmisierung und Rationalisierung 220
Anschauliches Rechnen mit strukturiertem Material • An Papier gebundenes Material • Beispiele strukturierten Materials • Die Paarmenge • Das Rechteckmodell verallgemeinert • Aufteilen und Verteilen • Die Zahlengerade – zwei Fehler • Die Zahlengerade als Veranschaulichungsmaterial • Die Koordinatenauffassung • Operatorauffassung • Objektauffassung • Doch Einwände gegen die Objektauffassung? • Vorzeichen und Operationszeichen • Systematisches zur Zahlengeraden • Graphiken zur Veranschaulichung • Der Hebel • Rechenmaschinen • Rationale kontra anschauliche Methoden – Dreisatz und Bruchrechnen • Rationale kontra anschauliche Methoden – die negativen Zahlen • Das angewandte Rechnen
13. Die Entwicklung des Zahlbegriffs – die algebraische Methode 256
Die Buchstaben • Das Gleichheitszeichen • Die Sprache der algebraischen Formeln
14. Die Entwicklung des Zahlbegriffs – vom algebraischen Prinzip zur Ordnung der Algebra im Großen 277
Die Entwicklung des algebraischen Prinzips • Von den Potenzen bis zu den Logarithmen • Der Prozeß des Ordnen der Algebra • Die Ordnung der Algebra im Großen – das Rechenschieber-Axiom • Rückblick auf die Ordnung der Algebra • Integraldefinition des Logarithmus • Das Winkelmesser-Axiom
- Anhang 295
Piagets und seiner Schule Untersuchungen zur Entwicklung der mathematischen Begriffe • Piagets Verhältnis zur Mathematik • Die Rolle der Sprache in Piagets Experimenten • Ein-Element-Mengen und die leere Menge • Die Versuchsanordnungen