

Inhaltsverzeichnis

1 Die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen	1
1.1 Vorbemerkungen	3
Die Strategie: Wie wird das Axiomensystem für \mathbb{R} hergeleitet?	
1.2 Mengen	6
Mengen, Mengenoperationen, Abbildungen.	
1.3 Algebraische Strukturen	16
Innere Kompositionen und ihre Eigenschaften, Körper, logischer Exkurs, Körpereigenschaften.	
1.4 Angeordnete Körper	33
Positivbereich, angeordnete Körper, Gegenbeispiele.	
1.5 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion	37
Definition von \mathbb{N} , Induktion, Musterbeweise, Eigenschaften von \mathbb{N} .	
1.6 Die ganzen und die rationalen Zahlen	48
\mathbb{Z} und \mathbb{Q} , Dichtheitssatz.	
1.7 Das Archimedesaxiom	52
Archimedesaxiom und Folgerungen.	
1.8 Vollständigkeit	56
Dedekindsche Schnitte, Schnittzahlen, Vollständigkeit, das Axiomensystem für \mathbb{R} .	
1.9 Von \mathbb{R} zu \mathbb{C}	58
Der Körper \mathbb{C} , Eigenschaften.	
1.10 Wie groß ist \mathbb{R} ?	63
Ergänzungen zur Mengenlehre, Mengen mit gleicher Kardinalzahl, abzählbar und überabzählbar, die Cantorsche Diagonalverfahren.	
1.11 Ergänzungen	69
Peano-Axiome, der „konstruktive“ Aufbau der reellen Zahlen, Gleichheit in der Mathematik, Eindeutigkeit von \mathbb{R} , Sicherheit der Grundlagen.	
1.12 Verständnisfragen	77
1.13 Übungsaufgaben	81

2	Folgen und Reihen	87
2.1	Folgen	89
	Folgen, Teilfolgen, Umordnungen.	
2.2	Konvergenz	93
	Betrag in \mathbb{R} , Existenz der Wurzel, Betrag in \mathbb{C} , Nullfolge, Konvergenz, Konvergenzbeweise.	
2.3	Cauchy-Folgen und Vollständigkeit	120
	Cauchy-Folgen, Zusammenhang zur Konvergenz, Ordnungsrelationen, Supremum und Infimum, äquivalente Versionen der Vollständigkeit.	
2.4	Unendliche Reihen	133
	Reihen, Konvergenzkriterien, absolut konvergente Reihen.	
2.5	Ergänzungen	148
	Dezimalentwicklung, ungeordnete Summation, Folgenräume.	
2.6	Verständnisfragen	159
2.7	Übungsaufgaben	162
3	Metrische Räume und Stetigkeit	167
3.1	Metrische Räume	167
	Metriken und Normen, Konvergenz, Kugeln, offene und abgeschlossene Teilmengen, Abschluss und Inneres, dichte Teilmengen.	
3.2	Kompaktheit	187
	Kompaktheit, Kompaktheitskriterien, Charakterisierung der kompakten Teilmengen endlich-dimensionaler Räume, Zweipunktkompaktifizierung von \mathbb{R} .	
3.3	Stetigkeit	199
	Stetige Funktionen, Lipschitzabbildungen, Permanenzeigenschaften, Charakterisierung, Zwischenwertsatz, Satz vom Maximum, gleichmäßige Stetigkeit.	
3.4	Verständnisfragen	222
3.5	Übungsaufgaben	226
4	Differentiation (eine Veränderliche)	229
4.1	Differenzierbare Funktionen	230
	Stetige Ergänzungen, differenzierbare Funktionen, Ableitungsregeln.	
4.2	Mittelwertsätze	245
	Satz von Rolle, Mittelwertsätze, Regeln von l'Hôpital.	
4.3	Taylorpolynome	260
	Taylor-Polynome, Restglied, Restgliedformel, Extremwertaufgaben.	
4.4	Potenzreihen	272
	Potenzreihen, Konvergenzradius, Limes superior und Limes inferior, Formel für den Konvergenzradius, Differenzierbarkeit von Potenzreihen, entwickelbare Funktionen, das Gegenbeispiel von Cauchy.	
4.5	Spezielle Funktionen	293
	Zwei Differentialgleichungen zur Motivation, Exponentialfunktion, Logarithmus, allgemeine Potenz, Sinus und Cosinus, spezielle Funktionen im Komplexen, Polar-darstellung.	
4.6	Fundamentalsatz, Differentialgleichungen	320
	Fundamentalsatz, Lösung spezieller Typen von Differentialgleichungen.	
4.7	Verständnisfragen	333
4.8	Übungsaufgaben	338

Anhänge	341
Computeralgebra	342
Mathematik und neue Medien	344
Die Internetseite zum Buch	345
Griechische Symbole	346
Lösungen zu den „?“	347
Register	355