

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>9</b>
1.1 Normen von Vektoren und Matrizen . . . . .	9
1.2 Eigenwerte und Singulärwerte . . . . .	16
1.3 Orthogonalisierung von Vektorsystemen . . . . .	22
1.4 Tschebyscheff-Polynome . . . . .	25
<b>2 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>32</b>
2.1 Interpolation . . . . .	32
2.2 Projektionsmethoden . . . . .	38
2.3 Finite Element Methoden . . . . .	42
2.4 Randelementmethoden . . . . .	47
<b>3 Strukturierte Matrizen</b>	<b>49</b>
3.1 Schnelle Fouriertransformation . . . . .	49
3.2 Zirkulante Matrizen . . . . .	52
3.3 Toeplitz Matrizen . . . . .	57
3.4 Niedrig-Rang-Störung regulärer Matrizen . . . . .	62
<b>4 Klassische Iterationsverfahren</b>	<b>65</b>
4.1 Stationäre Iterationsverfahren . . . . .	65
4.2 Gradientenverfahren . . . . .	76
<b>5 Verfahren orthogonaler Richtungen</b>	<b>82</b>
5.1 Verfahren konjugierter Gradienten . . . . .	82
5.2 Verfahren des minimalen Residuums . . . . .	95
5.3 Verfahren biorthogonaler Richtungen . . . . .	101
<b>6 Gleichungssysteme mit Blockstruktur</b>	<b>116</b>
6.1 Symmetrische Gleichungssysteme . . . . .	116
6.2 Blockschiefsymmetrische Systeme . . . . .	124
6.3 Zweifache Sattelpunktprobleme . . . . .	132

<b>7 Hierarchische Matrizen</b>	<b>135</b>
7.1 Partitionierte Matrizen . . . . .	137
7.2 Approximation mit Niedrigrang-Matrizen . . . . .	145
7.2.1 Approximation symmetrischer Matrizen . . . . .	145
7.2.2 Approximation allgemeiner Matrizen . . . . .	149
7.3 Arithmetik von Hierarchischen Matrizen . . . . .	152
7.3.1 Matrix-Vektor-Multiplikation . . . . .	153
7.3.2 Addition . . . . .	154
7.3.3 Matrix-Matrix-Multiplikation . . . . .	160
7.3.4 Invertierung . . . . .	163
7.4 Geometrische Partitionierungen . . . . .	165
7.4.1 Box-Clustering . . . . .	165
7.4.2 Bisektionsverfahren . . . . .	167
7.5 Niedrigrang-Approximation von Funktionen . . . . .	168
7.5.1 Darstellung mit Taylor-Reihen . . . . .	170
7.5.2 Explizite Reihendarstellung . . . . .	173
7.5.3 Adaptive Cross-Approximation . . . . .	174
7.6 Anwendungen in der FEM . . . . .	176
7.6.1 $L_2$ -Projektion . . . . .	176
7.6.2 Randwertprobleme zweiter Ordnung . . . . .	184
<b>Literatur</b>	<b>194</b>
<b>Index</b>	<b>199</b>