

# Inhaltsverzeichnis

## Vorwort *XV*

### **1 Einleitung 1**

- 1.1 Der Feldbegriff in der Mechanik und der Elektrodynamik 1
- 1.2 Aufbau des Bands „Elektrodynamik“ 3
- 1.3 Gültigkeitsgrenzen der Elektrodynamik 6

### **2 Heuristische Begründung der Maxwell-Gleichungen 9**

- 2.1 Das elektrische Feld (Elektrostatik) 9
  - 2.1.1 Ladung und elektrisches Feld 9
    - 2.1.1.1 Wechselwirkung zwischen Ladungen: Das Coulomb-Gesetz 9
    - 2.1.1.2 Superposition elektrischer Felder 13
    - 2.1.1.3 Differential- und Integraldarstellung des Coulomb-Gesetzes 15
    - 2.1.1.4 Das skalare Potential 17
- 2.2 Das magnetische Feld (Magnetostatik) 19
  - 2.2.1 Ladungserhaltung und Kontinuitätsgleichung 19
    - 2.2.1.1 Stromdichte und Gesamtstrom 19
    - 2.2.1.2 Kontinuitätsgleichung 20
  - 2.2.2 Wechselwirkung zwischen Strömen (Ampère'sches Gesetz) 23
  - 2.2.3 Die Wirkung mehrerer Ströme: Superposition der Kräfte bzw. Felder 27
  - 2.2.4 Differential- und Integraldarstellung 29
    - 2.2.4.1 Differentialdarstellung 29
    - 2.2.4.2 Integraldarstellung 31
  - 2.2.5 Vektorpotential 32
- 2.3 Maxwell-Gleichungen 34
  - 2.3.1 Induktionsgesetz (Faraday) 34
  - 2.3.2 Verschiebungsströme 37

- 2.3.3 Quasistationäre Ströme 38
- 2.3.4 Das System der Maxwell-Gleichungen 40
- 2.3.5 Skalares und Vektorpotential. Eichung 41
  - 2.3.5.1 Potentiale 41
  - 2.3.5.2 Lorentz-Eichung 42
  - 2.3.5.3 Coulomb-Eichung 45
- Aufgaben 49
  
- 3 Raum und Zeit 53**
  - 3.1 Fundamentale Wechselwirkungen 53
  - 3.2 Das Relativitätsprinzip 55
  - 3.3 Abstände im Raum-Zeit-Kontinuum 58
  - 3.4 Die Eigenzeit 63
  - 3.5 Die Lorentz-Transformation 64
  - 3.6 \*Tensorkalkül im pseudoeuklidischen Raum 70
    - 3.6.1 \*Vierervektoren, ko- und kontravariante Basis 70
    - 3.6.2 \*Geometrische Objekte im Minkowski-Raum 75
      - 3.6.2.1 \*Skalare 75
      - 3.6.2.2 \*Vierervektoren 75
        - 3.6.2.3 \*Tensoren zweiter Stufe 76
        - 3.6.2.4 \*Tensoren höherer Stufe 77
      - 3.6.3 \*Differentialoperatoren 78
      - 3.6.4 \*Integration im pseudoeuklidischen Raum 79
    - Aufgaben 83
  
  - 4 \*Ladungen in elektromagnetischen Feldern 87**
    - 4.1 \*Das Konzept der Feldtheorie 87
    - 4.2 \*Das freie Teilchen 89
    - 4.3 \*Das Viererpotential 95
    - 4.4 \*Kovariante Bewegungsgleichungen 96
    - 4.5 \*Der Anschluss an die Elektrodynamik 98
    - 4.6 \*Eichinvarianz 103
    - 4.7 \*Lorentz-Transformation der Felder 105
    - 4.8 \*Elektromagnetische Feldinvarianten 107
    - Aufgaben 109
  
  - 5 \*Die Maxwell-Gleichungen 113**
    - 5.1 \*Die erste Gruppe der Maxwell-Gleichungen 113
    - 5.2 \*Die Feldwirkung 115
    - 5.3 \*Der Vierervektor des Stroms 118
    - 5.4 \*Die zweite Gruppe der Maxwell-Gleichungen 120
    - 5.5 \*Die vollständigen Bewegungsgleichungen 122

- 5.6 \*Die Kontinuitätsgleichung 123
- 5.7 \*Energiedichte und Energiestrom 125
- 5.8 \*Resümee 127
- Aufgaben 128
  
- 6 Elektrostatik im Vakuum 133**
- 6.1 Die Feldgleichungen der Elektrostatik 133
- 6.2 Lösung der Feldgleichungen für Punktladungen und Ladungsverteilungen 136
  - 6.2.1 Das elektrische Feld 136
  - 6.2.2 Das Potential 138
  - 6.2.3 Die Methode der Green'schen Funktion 139
- 6.3 Felder verschiedener Ladungsverteilungen 140
  - 6.3.1 Das Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung 140
  - 6.3.2 Feld eines Dipols 143
    - 6.3.2.1 Mathematischer Dipol 143
    - 6.3.2.2 Dipolmomente 144
  - 6.3.3 Radialsymmetrische Ladungsverteilungen 146
  - 6.3.4 Geladene Flächen 148
- 6.4 Multipolentwicklung und Fernfeld einer lokalisierten Ladungsverteilung 151
  - 6.4.1 Entwicklung in kartesischen Koordinaten 151
  - 6.4.2 Entwicklung nach Kugelflächenfunktionen 154
- 6.5 Elektrische Energie von Ladungssystemen 155
  - 6.5.1 Wechselwirkung zwischen diskreten Ladungen 155
  - 6.5.2 Wechselwirkung zwischen Dipolen 158
- 6.6 Kräfte im elektrischen Feld 161
  - 6.6.1 Kräfte auf Einzelladungen 161
  - 6.6.2 Kräfte auf Ladungssysteme 162
  - 6.6.3 Dipole in externen Feldern 163
- Aufgaben 164
  
- 7 Elektrostatik in Materie 167**
- 7.1 Das elektrostatische Feld von Leitern 167
- 7.2 Das Potential von Leitern 169
  - 7.2.1 Leiter bei vorgegebenem Potential 169
  - 7.2.2 Leiter bei vorgegebener Ladung 172
- 7.3 Bestimmung der Green'schen Funktion 174
  - 7.3.1 Generelle Problemstellung 174
  - 7.3.2 Spiegelladungsmethode 175
    - 7.3.2.1 Green'sche Funktion des Halbraums 176
    - 7.3.2.2 Green'sche Funktion des Kugelaußenraums 178

7.3.3	*Reihenentwicklungsmethode	180
7.3.4	*Variationsverfahren	183
7.4	Raumladungsfreie Probleme	185
7.4.1	Die Laplace-Gleichung	185
7.4.2	Der Plattenkondensator	185
7.4.3	Kapazitätskoeffizienten	188
7.4.4	Kanten	189
7.4.5	Inversionsmethode	192
7.4.6	Konforme Abbildungen	193
7.4.6.1	Cauchy-Riemann'sche Differentialgleichungen	193
7.4.6.2	Geladener Draht	195
7.4.6.3	Zylinderkondensator	197
7.4.6.4	Transformation von Potentialen mithilfe konformer Abbildungen	198
7.5	Dielektrika	206
7.5.1	Das Potential	206
7.5.2	Das Verschiebungsfeld	208
7.5.3	Materialgleichungen	208
7.5.4	Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen	210
7.5.4.1	Verhalten der Normalkomponente	210
7.5.4.2	Verhalten der Tangentialkomponenten	211
7.5.5	Beispiele	212
7.5.5.1	Punktladung vor einem dielektrischen Halbraum	212
7.5.5.2	Homogen polarisierte Kugel	217
7.5.5.3	Homogen polarisierte Körper	220
7.5.5.4	Kugelförmiger Hohlraum im Dielektrikum	221
7.5.5.5	*Clausius-Mossotti-Relation	223
	Aufgaben	227

## **8 Magnetostatik 229**

8.1	Das Biot-Savart'sche Gesetz	229
8.2	Magnetisches Moment	232
8.3	Magnetische Multipole	236
8.4	*Magnetische Monopole	237
8.5	Lineare Stromschleifen	240
8.6	Magnetische Feldenergie	241
8.7	Kräfte im Magnetfeld	242
8.8	Magnetostatik in Materie	246
8.8.1	Magnetisierung	246
8.8.2	Magnetische Suszeptibilität und magnetische Permeabilität	249
8.8.3	Magnetisierungsstromdichte	250
8.8.4	Magnetisches Feld und magnetische Induktion	251

- 8.9     Magnetische Materialien   252
- 8.9.1   Diamagnetische Materialien   252
- 8.9.2   Paramagnetische Materialien   253
- 8.9.3   Ferromagnetische Materialien   253
- 8.10    Verhalten an Grenzflächen   255
- 8.11    \*Klassische Theorie des Supraleiters   258
- Aufgaben   261
  
- 9       Zeitabhängige elektromagnetische Felder   263**
- 9.1     Maxwell-Gleichungen in Materie   263
- 9.2     Materialgleichungen   266
- 9.2.1   Suszeptibilität und lineare Antwort   266
- 9.2.1.1 Elektrische und magnetische Suszeptibilitäten   266
- 9.2.1.2 Eigenschaften von Suszeptibilitäten   268
- 9.2.1.3 Kramers-Kronig-Relation   270
- 9.2.2   Atomare Modelle für die Suszeptibilität   273
- 9.2.3   Leitfähigkeiten   276
- 9.2.4   Das klassische Drude-Modell für die Leitfähigkeit   277
- 9.2.5   Plasmaschwingungen   278
- 9.2.6   Magnetische Suszeptibilität   280
- 9.3     \*Bilanzgleichungen   282
- 9.3.1   \*Energiebilanz   282
- 9.3.2   \*Impulsbilanz und Spannungstensor   286
- 9.3.3   \*Drehimpulsbilanz   290
- 9.4     Rand- und Stetigkeitsbedingungen   291
- 9.5     Freie elektromagnetische Wellen   292
- 9.5.1   Wellen im Vakuum und in dispersionsfreier Materie   292
- 9.5.1.1 Die homogenen Maxwell-Gleichungen   292
- 9.5.1.2 Homogene Feldgleichungen der Potentiale   293
- 9.5.1.3 Lorentz-Eichung   294
- 9.5.1.4 Wellengleichungen für die Potentiale   294
- 9.5.1.5 Wellengleichung für die elektromagnetischen Felder   295
- 9.5.1.6 Allgemeine freie Lösungen der Wellengleichung   296
- 9.5.2   Monochromatische Wellen   299
- 9.5.2.1 Zulässige komplexe Wellenlösungen   299
- 9.5.2.2 Lineare und zirkulare Polarisierung   301
- 9.5.3   \*Wellen in dielektrischen Medien   302
- 9.5.4   \*Wellen in leitfähigen Materialien   305
- 9.5.5   Komplexe Wellenvektoren   307
- 9.5.5.1 Komplexer Brechungsindex   307
- 9.5.5.2 Uniaxiale Wellenvektoren   309
- 9.5.5.3 Biaxiale Wellenvektoren   310

9.5.5.4	*Energiedichte und Energiestrom	312
9.5.6	Brechung und Reflexion	314
9.5.6.1	Das geometrische Brechungsgesetz	314
9.5.6.2	Geometrisches Reflexionsgesetz und Totalreflexion	318
9.5.6.3	*Fresnel'sche Formeln	319
9.5.6.4	*Reflexions- und Transmissionskoeffizient	322
9.5.6.5	*Totalpolarisation	323
9.5.6.6	*Totalreflexion	323
9.5.7	*Klassischer Tunneleffekt	324
9.6	Quasistationäre Felder	325
9.6.1	*Felddiffusion	325
9.6.2	*Skineffekt	328
9.6.3	*Wirbelstromverluste	330
9.7	Telegrafengleichung	331
	Aufgaben	332
<b>10</b>	<b>Ausstrahlung elektromagnetischer Wellen</b>	<b>335</b>
10.1	Inhomogene Wellengleichungen	335
10.2	Lösung der inhomogenen Wellengleichung	336
10.2.1	Konstruktiver Zugang	336
10.2.2	*Green'sche Funktion der Wellengleichung	340
10.2.2.1	*Problemstellung	340
10.2.2.2	*Bestimmung der Green'schen Funktion durch direkte Integration	341
10.2.3	*Bestimmung der Green'schen Funktion durch Fourier-Transformation	344
10.3	Klassische Dipolstrahlung	347
10.3.1	Fernfeldnäherung	347
10.3.1.1	Bestimmung der Potentiale	347
10.3.1.2	Bestimmung der Felder	350
10.3.1.3	Energiestrom	351
10.3.2	Nahfeldnäherung	352
10.4	Antennen	353
10.5	Austrahlung eines zeitlich variablen mathematischen Dipols	354
10.5.1	Ladungs- und Stromdichte des mathematischen Dipols	354
10.5.2	Potentiale des zeitabhängigen mathematischen Dipols	355
10.5.3	Berechnung der Felder	356
10.5.4	Poynting-Vektor und abgestrahlte Leistung	360
10.6	Dipolstrahlung freier Ladungen	361
10.7	Nichtrelativistische Elektronen im Magnetfeld	362
10.8	Die klassische atomare Katastrophe	364
10.9	Streuung an Elektronen	365

- 10.10 \*Ausstrahlung einer bewegten Punktladung 367
- 10.10.1 \*Ladungs- und Stromdichten, Potentiale 367
- 10.10.2 \*Bestimmung der Feldstärken 369
- 10.10.3 \*Berechnung des Poynting-Vektors 370
- 10.11 \*Bremsstrahlung 371
- 10.11.1 \*Lineare Bremsbeschleunigung 371
- 10.11.2 \*Kreisbewegung 372
- 10.12 \*Čerenkov-Strahlung 375
- Aufgaben 380

## **11 Optik 383**

- 11.1 Kirchhoff'sche Wellenformel 383
- 11.1.1 Die reduzierte Wellengleichung und ihre Lösung 383
- 11.1.2 Große optische Weglängen 386
- 11.1.3 Ebener Schirm mit kleinen Öffnungen 387
- 11.2 Fraunhofer'sche Beugung 390
- 11.2.1 Grundformel 390
- 11.2.2 Beugung am Rechteck 390
- 11.2.3 Beugung am Gitter 392
- 11.2.4 Beugung an der Kreisblende 393
- 11.2.5 \*Streuung an statistisch verteilten Zentren 395
- 11.3 \*Geometrische Optik 397
- Aufgaben 402

## **Anhang**

**A Fundamentallösung der Laplace-Gleichung 404**

**B Vektoranalysis im dreidimensionalen Raum 407**

**Literaturverzeichnis 411**

**Sachverzeichnis 413**