

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	vii
<b>1 Mengen und Abbildungen</b>	1
1.1 Mengen . . . . .	1
1.2 Abbildungen . . . . .	8
1.3 Binomialkoeffizienten; elementare Abzählungen . . . . .	13
<b>2 Vektorräume</b>	21
2.1 Gruppen . . . . .	21
2.2 Ringe und Körper . . . . .	33
2.3 Das RSA-Verfahren in der Kryptographie . . . . .	39
2.4 Der komplexe Zahlkörper . . . . .	42
2.5 Endliche Körper . . . . .	49
2.6 Vektorräume und Unterräume . . . . .	53
2.7 Lineare Abhängigkeit, Basen, Dimension . . . . .	59
2.8 Rekursionsgleichungen . . . . .	72
2.9 Der Faktorraum . . . . .	80
<b>3 Lineare Abbildungen und Matrizen</b>	83
3.1 Lineare Abbildungen . . . . .	83
3.2 Das Rechnen mit linearen Abbildungen . . . . .	91
3.3 Matrizen . . . . .	100
3.4 Stochastische Matrizen I . . . . .	117
3.5 Die Spur . . . . .	136
3.6 Projektionen und direkte Zerlegungen . . . . .	140
3.7 Codierungstheorie I . . . . .	147
3.8 Elementare Umformungen . . . . .	165
3.9 Lineare Gleichungen . . . . .	173
<b>4 Determinanten</b>	182
4.1 Gruppenhomomorphismen, Normalteiler, Faktorgruppen . . . . .	182
4.2 Permutationen und Signum . . . . .	187

4.3	Determinanten . . . . .	194
4.4	Erzeugung von $GL(V)$ und eine Charakterisierung der Determinante . . . . .	213
4.5	Die Graßmann-Algebra . . . . .	220
<b>5</b>	<b>Normalformen von Matrizen</b>	<b>230</b>
5.1	Polynome und ihre Nullstellen . . . . .	230
5.2	Ringe und Ideale . . . . .	243
5.3	Arithmetik in Integritätsbereichen . . . . .	253
5.4	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte . . . . .	268
5.5	Minimalpolynom und Diagonalisierbarkeit . . . . .	283
5.6	Moduln über Hauptidealringen . . . . .	293
5.7	Die Jordansche Normalform . . . . .	305
<b>6</b>	<b>Normierte Vektorräume und Algebren</b>	<b>312</b>
6.1	Normierte Vektorräume . . . . .	312
6.2	Normierte Algebren . . . . .	323
6.3	Nichtnegative Matrizen . . . . .	337
6.4	Die Exponentialfunktion von Matrizen . . . . .	348
6.5	Stochastische Matrizen II . . . . .	355
<b>7</b>	<b>Vektorräume mit Skalarprodukt</b>	<b>371</b>
7.1	Skalarprodukte und Orthogonalität . . . . .	371
7.2	Orthogonale Zerlegungen . . . . .	388
7.3	Isotrope Unterräume . . . . .	391
7.4	Codierungstheorie II . . . . .	404
7.5	Minkowskiraum und Lorentzgruppe . . . . .	418
7.6	Spezielle Relativitätstheorie . . . . .	429
<b>8</b>	<b>Hilberträume und ihre Abbildungen</b>	<b>436</b>
8.1	Endlichdimensionale Hilberträume . . . . .	436
8.2	Adjungierte Abbildungen . . . . .	449
8.3	Hermitesche Abbildungen . . . . .	459
8.4	Eigenwertabschätzungen . . . . .	477
8.5	Lineare Schwingungen . . . . .	483
<b>9</b>	<b>Euklidische Vektorräume und orthogonale Abbildungen</b>	<b>498</b>
9.1	Orthogonale Abbildungen euklidischer Vektorräume . . . . .	498
9.2	Liealgebra und vektorielles Produkt . . . . .	510
9.3	Quaternionen und die Gruppen $SO(3)$ und $SO(4)$ . . . . .	523
9.4	Endliche Untergruppen von $SO(3)$ . . . . .	535

<b>Lösungen zu ausgewählten Aufgaben</b>	545
<b>Literatur</b>	573
<b>Namensverzeichnis</b>	575
<b>Index</b>	577