

An den Leser	9
<i>Kapitel 1: Im Quellgebiet der Mathematik</i>	13
Rechnen ohne Zahlen	13
Begriffe, Klassen, Mengen	17
Ich bin ich	21
Wiederholen überflüssig	25
Die echte Teilmenge	27
Mengen und Stufen	29
Das Wesen der Methode »ein Kieselstein — ein Schaf«	31
Die Präzisierung ist nicht überflüssig	34
Farben und Zahlen	41
Die Zahlen als Mengen	44
Vereinigung und Addition	50
Fälle, in denen Wiederholung Neues ergibt :	56
Die Wiederholung der Wiederholung	61
Zwei statt zehn	64
Eine bedingte Probe führt zu einer unbedingten Wahrheit	70
Die Induktion in der Mathematik	74
Probleme einer wohlbekannten Rechenoperation	80
Die Begriffe »kleiner« und »nicht größer«	82
Die Begriffe »nicht größer« und »größer«	89
Zurück zur Subtraktion	90
Die Umkehrung der Multiplikation	92
Wo es zwei Umkehrungen gibt	95
Die Bausteine der natürlichen Zahlen	96

<i>Kapitel 2: Der Stammbaum der Zahlen</i>	99
Schaffen wir neue Zahlen !	99
Die Vielgestalt der Brüche	105
Der gemeinsame Schlüssel der Begriffe »kleiner« und »gleich«	113
Alte Namen mit neuem Inhalt	115
Das Geheimnis der Pythagoreer	124
Die »Dichte« der Brüche	127
Die Paradoxien des Zenon	131
Über einen häufig mißverstandenen Begriff	135
Brüche und Dezimalbrüche	142
Näherung mit beliebiger Genauigkeit	150

Der Grenzwert	157
Der »unendliche« Grenzwert	162
Achilles und die Schildkröte	167
Antwort auf eine alte Frage und einige neue Fragen	173
Was sind die Zahlen?	179
Was sind denn die Brüche?	184
Ein neuer Sproß am Stammbaum der Zahlen	188
»Minus mal plus« und »minus mal minus«	198
Das »negative Unendliche« und andere »negative« Dinge	204
Was sind die negativen Zahlen?	209
Noch ein Wort zur mathematischen Begriffsbildung	212
Die Lücken der Zahlengeraden werden ausgefüllt	217
Die unendlichen Dezimalbrüche	224
Die stetige Ordnung	228
Der mengentheoretische Begriff der reellen Zahl	234
Jenseits der reellen Zahlen	235
<i>Kapitel 3: Das Mikroskop der Mathematik</i>	237
Abhängigkeit, Veränderung, Zuordnung: Funktion	237
Funktionen und ihre graphischen Darstellungen	246
Die Stetigkeit der Veränderung	255
Lücken in einer graphischen Darstellung – und die Moral davon	261
Die Stetigkeit von Funktionen	270
Begriff, Anschauung und Anwendung	277
Das Problem der Geschwindigkeit	280
Die »Veränderung der Veränderung«	287
Das »unendlich Kleine«	293
Quadratur durch Annäherung	296
<i>Kapitel 4: Der Raum und die Mathematik</i>	305
Die Geometrie als Wissenschaft des »Raums«	305
Das Problem der Parallelität	311
Die »neue, andere Welt« des János Bolyai	316
Die »Einfriedung« der unendlichen Ebene	320
Geometrie von heute	327
<i>Kapitel 5: Das Reich der Unendlichkeiten</i>	331
Das abzählbare Unendliche	331
Das unendliche Hotel	336
Die »reflexiven« Mengen	340
Die Entdeckung eines »Superunendlichen«	346
Das Märchen von einer wunderlichen Stadt	352
Ordnung im Dschungel des Unendlichen	355
Die »Erschöpfung« des Unendlichen	361
Musterkollektion aus dem Unendlichen	366
Die »Wahrheit« in der Mathematik	368
Ein Koloß auf tönernen Füßen?	373
Eine neue Grundlage: die axiomatische Methode	379
Die Umriss des neuen Bauwerks	384
Ein typenfreier Aufbau der Mengenlehre	389
»Rehabilitation« der Mathematik	392
<i>Kapitel 6: Kritik und Selbstkritik der Mathematik</i>	396
Das Problem des richtigen Schließens	396
Ein logischer Krimi	401

Leibniz' Programm und dessen Verwirklichung	407
Logische Operationen	411
Logische Wahrheit und logischer Widerspruch	421
Die Kritik der Mathematik	427
Das Hilbertsche Programm	433
»Ich bin nicht herleitbar...«	438
Ein pessimistischer Satz	444
Noch zwei überraschende Ergebnisse	448
<i>An Stelle einer Zusammenfassung</i>	453
<i>Literatur</i>	457
<i>Register I: Nach Kapiteln geordnet</i>	459
<i>Register II: Nach dem Alphabet geordnet</i>	462
<i>Personenverzeichnis</i>	469